1ª Prova - Complementos da Matemática - Tarde

1. Construa a tabela verdade de cada uma das proposições abaixo:

   (a) $p \wedge \sim q \rightarrow\ q\ \wedge\ r$;

   (b) $(q \rightarrow\ p) \wedge q \Rightarrow\ p$

2. Utilizando a *técnica dedutiva*, mostre que os argumentos a seguir são válidos:

   (a) $(p\ \vee\ q\ \ \rightarrow\ \ q) \Leftrightarrow\ p \rightarrow q$

   (b) $(p\ \ \rightarrow\ \ q) \wedge (p\ \ \rightarrow\ \ r) \Leftrightarrow (p\ \ \rightarrow\ \ q\ \wedge\ r)$

3. Escreva a negação de cada uma das proposições a seguir:

   (a) $\forall a \in \mathbb{R}, \exists n \in \mathbb{N}, n \leqslant a \wedge a < n+1$;

   (b) $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x \in \mathbb{R}, x \in (a-\delta, a+\delta) \Rightarrow f(x) \in (f(a)-\varepsilon, f(a)+\varepsilon)$.

4. Reescreva as frases abaixo usando a “linguagem formal” (conectivos e quantificadores), faça a negação e depois reescreva essas negações em linguagem coloquial.

   (a) Se o produto de dois números reais é positivo então eles tem o mesmo sinal, ou seja, ambos são positivos ou ambos são negativos;

   (b) f é crescente se, e somente se, dados a e b no domínio de f, temos $f(a) < f(b)$, sempre que $a < b$;

5. Usando o método de indução matemática:

   (a) prove que a soma dos primeiros n números pares é $n(n+1)$.

   (b) prove que $1^3 + 2^3 + ... + n^3 = (1+2+...+n)^2$, para $n \in \mathbb{N}$.