

1ª Prova de Fundamentos de Análise - segunda chamada

11/04/2017

- ◇ Faça apenas quatro questões: uma de cada tópico e a quarta do assunto que preferir;
- ◇ O notas serão divulgadas no endereço: www.ufpr.br/~akirilov.

Números naturais

1. Usando indução prove que $(a - 1)(1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^n) = a^{n+1} - 1$, para todo $a \in \mathbb{R}$.
2. Defina número primo e prove que 3 e 5 são números primos.

Conjuntos finitos e enumeráveis

3. Mostre que o conjunto \mathcal{P} dos números primos é infinito e enumerável;
4. Seja $A \subset \mathbb{N}$ um conjunto qualquer. Construa uma função $f : A \rightarrow \mathbb{N}$ injetiva e uma função $g : \mathbb{N} \rightarrow A$ sobrejetiva.

Números racionais

5. Seja a/b a forma irredutível de um número racional. Prove que a/b possui uma representação decimal com uma quantidade finita de casas decimais se, e somente se, a decomposição de b em fatores primos possui apenas os fatores 2 ou 5.
6. Prove que todo número racional possui uma representação decimal infinita periódica.