

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Lista de exercícios 1 (zeros de funções) - Análise Numérica I
Professor : Luiz Carlos Matioli

1. Determine x_3 pelo método da Bisseção para $f(x) = \sqrt{x} - \cos x$ em $[0,1]$. x_k é o ponto gerado na iteração k do método da Bisseção.
2. Utilize o método da Bisseção para encontrar soluções com precisão de 10^{-2} para $x^3 - 7x^2 + 14x - 6 = 0$, nos seguintes intervalos:
(a) $[0,1]$ (b) $[1,3.2]$ (c) $[3.2,4]$
3. (a) Determine, aproximadamente, quantas iterações do método da Bisseção serão necessárias para determinar $\sqrt{3}$ com precisão 10^{-4} .
(b) Determine um valor aproximado para $\sqrt{3}$, com precisão 10^{-4} , utilizando o Algoritmo da Bisseção.
(c) Compare o número de iterações nos itens (a) e (b) deste exercício.
4. Aplique o Algoritmo do método de Newton, que você implementou, para todos os exercícios que foram resolvidos pelo método da Bisseção. Compare os resultados.
5. Idem ao exercício anterior para o método Secante.
6. A função $f(x) = \tan(\pi x) - 6$ tem um zero em $\frac{1}{\pi} \arctan 6 \approx 0.447431543$ ($\tan(\cdot)$ é função tangente e $\arctan(\cdot)$ é arco tangente). Considere $x_0 = 0$ e $x_1 = 0.48$, e use 10 iterações para cada um dos seguintes métodos para calcular um valor aproximado desse zero. Qual dos métodos foi mais sucedido? Por quê?
(a) Método da Bisseção.
(b) Método de Newton.
(c) Método Secante.
7. O montante acumulado em uma conta de poupança baseada em depósitos pode ser determinado a partir da *equação de anuidade devidas*

$$A = \frac{P}{i} [(1+i)^n - 1].$$

Nesta equação, A é o montante da conta, P é o valor regularmente depositado e i é taxa de juros por período, para n períodos em que os depósitos foram efetuados. Um engenheiro gostaria de ter em sua conta um total de R\$ 750.000,00 para etuar retiradas após 20 anos, e pode dispor de R\$ 1.500,00 por mês para atingir essa meta. Qual a taxa de juros mínima a que esse valor deve ser investido, assumindo que o período de capitalização é mensal?

8. Supondo que duas locomotivas viajem no mesmo sentido e trilho com equações de movimento dadas por $x_1(t) = 110 - 80 \exp((-t/2))$ e $x_2(t) = 50t$, respectivamente. Utilizando argumentos gráficos, verifique se estas locomotivas se chocam. Se isso acontecer, enquanto tempo (aproximadamente) o acidente ocorreria?

9. (a) Utilizando o método de Newton, mostre que a raiz $\sqrt[p]{a}$, com $a > 0$, pode ser calculada, para todo $x_0 > 0$, pela fórmula de recorrência

$$x_{k+1} = \frac{1}{p} \left((p-1)x_k + \frac{a}{x_k^{p-1}} \right).$$

- (b) Faça $x_0 = 1$ e aproxime $\sqrt{2}$ fazendo 3 iterações usando a fórmula de recorrência.

10. (Novo método baseado na Bisseção)

- (a) Desenvolva o método da trisseção fazendo a divisão do intervalo $[a, b]$ em três subintervalos de tamanhos iguais, apresentando um algoritmo para o seu método.

- (b) Estime um limite para o número de iterações.