$n = 4$

$$\text{Passo 1}\quad \left[\begin{array}{cccc|c} x & x & x & x & x \\ x & x & x & x & x \\ x & x & x & x & x \\ x & x & x & x & x \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} x & x & x & x & x \\ 0 & x & x & x & x \\ 0 & x & x & x & x \\ 0 & x & x & x & x \end{array}\right]$$

$$\text{Passo 2}\quad \left[\begin{array}{cccc|c} x & x & x & x & x \\ 0 & x & x & x & x \\ 0 & x & x & x & x \\ 0 & x & x & x & x \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} x & x & x & x & x \\ 0 & x & x & x & x \\ 0 & 0 & x & x & x \\ 0 & 0 & x & x & x \end{array}\right]$$

$$\text{Passo 3}\quad \left[\begin{array}{cccc|c} x & x & x & x & x \\ 0 & x & x & x & x \\ 0 & 0 & x & x & x \\ 0 & 0 & x & x & x \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} x & x & x & x & x \\ 0 & x & x & x & x \\ 0 & 0 & x & x & x \\ 0 & 0 & 0 & x & x \end{array}\right]$$

FIG. 1.1.2

EXERCÍCIOS

1. Use substituição para resolver cada um dos sistemas de equações a seguir.

(a)
$$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 &= 2 \\ 2x_2 &= 6 \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 8 \\ 2x_2 + x_3 &= 5 \\ 3x_3 &= 9 \end{aligned}$$

(c)
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 &= 5 \\ 3x_2 + x_3 - 2x_4 &= 1 \\ -x_3 + 2x_4 &= -1 \\ 4x_4 &= 4 \end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 &= 5 \\ 2x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 &= 1 \\ 4x_3 + x_4 - 2x_5 &= 1 \\ x_4 - 3x_5 &= 0 \\ 2x_5 &= 2 \end{aligned}$$

2. Escreva a matriz dos coeficientes de cada um dos sistemas no Exercício 1.

3. Para cada um dos sistemas a seguir, interprete cada equação como uma reta no plano, faça o gráfico dessas retas e determine geometricamente o número de soluções.

(a)
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 4 \\ x_1 - x_2 &= 2 \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 4 \\ -2x_1 - 4x_2 &= 4 \end{aligned}$$

(c)
$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 &= 3 \\ -4x_1 + 2x_2 &= -6 \end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 1 \\ x_1 - x_2 &= 1 \\ -x_1 + 3x_2 &= 3 \end{aligned}$$

4. Escreva a matriz aumentada de cada um dos sistemas no Exercício 3.

5. Escreva por extenso o sistema de equações que corresponde a cada uma das matrizes aumentadas a seguir.

(a) $\left(\begin{array}{cc|c} 3 & 2 & 8 \\ 1 & 5 & 7 \end{array}\right)$ (b) $\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & -2 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & -4 & 0 \end{array}\right)$

(c) $\left(\begin{array}{rrr|r} 2 & 1 & 4 & -1 \\ 4 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & 6 & -1 \end{array}\right)$ (d) $\left(\begin{array}{rrrr|r} 4 & -3 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & -5 & 6 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 4 & 8 \\ 5 & 1 & 3 & -2 & 7 \end{array}\right)$

6. Resolva cada um dos sistemas a seguir.

(a) $\begin{aligned} x_1 - 2x_2 &= 5 \\ 3x_1 + x_2 &= 1 \end{aligned}$ (b) $\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 8 \\ 4x_1 - 3x_2 &= 6 \end{aligned}$

(c) $\begin{aligned} 4x_1 + 3x_2 &= 4 \\ \tfrac{2}{3}x_1 + 4x_2 &= 3 \end{aligned}$ (d) $\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 &= 3 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 7 \end{aligned}$

(e) $\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + 3x_3 &= 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 5x_3 &= 1 \\ 6x_1 + 5x_2 + 5x_3 &= -3 \end{aligned}$ (f) $\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 + x_3 &= 0 \\ -2x_1 + x_2 - x_3 &= 2 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 &= -1 \end{aligned}$

(g) $\begin{aligned} \tfrac{1}{3}x_1 + \tfrac{2}{3}x_2 + 2x_3 &= -1 \\ x_1 + 2x_2 + \tfrac{3}{2}x_3 &= \tfrac{3}{2} \\ \tfrac{1}{2}x_1 + 2x_2 + \tfrac{12}{5}x_3 &= \tfrac{1}{10} \end{aligned}$

(h) $\begin{aligned} x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ 3x_1 + 3x_3 - 4x_4 &= 7 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 &= 6 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 &= 6 \end{aligned}$

7. Os dois sistemas

(a) $\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 3 \\ 4x_1 + 3x_2 &= 5 \end{aligned}$ (b) $\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= -1 \\ 4x_1 + 3x_2 &= 1 \end{aligned}$

têm a mesma matriz de coeficientes, mas números diferentes à direita dos sinais de igualdade. Resolva ambos os sistemas simultaneamente anulando o elemento (2, 1) da matriz aumentada

$$\left(\begin{array}{rr|rr} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 4 & 3 & 5 & 1 \end{array}\right)$$

e depois usando substituição para cada uma das colunas correspondentes aos números à direita dos sinais de igualdade.

8. Resolva os dois sistemas

(a) $\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 2x_3 &= 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 &= 9 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 &= 9 \end{aligned}$ (b) $\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 2x_3 &= 9 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 &= 9 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 &= -2 \end{aligned}$

usando operações elementares em uma matriz aumentada 3×5 e depois usando substituição.

9. Considere um sistema da forma

$$\begin{aligned} -m_1x_1 + x_2 &= b_1 \\ -m_2x_1 + x_2 &= b_2 \end{aligned}$$