
LISTA 2 (Sim, são os exercícios da prova 2): Entregar até 8 de fevereiro

Exercício 1 *Sejam V um espaço de dimensão 5 e $T : V \rightarrow V$ uma transformação linear. Justifique a seguinte afirmação:*

- *Se o polinômio característico de T é*

$$p(x) = (x - 5)(x - 4)(x - 3)(x - 2)(x - 1),$$

então T é diagonalizável.

Exercício 2 *Considere a matriz*

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

(a) *Obtenha o polinômio característico de A .*

(b) *Mostre que se A é simétrica, então é diagonalizável.*

Exercício 3 *Dizemos que uma matriz $A_{n \times n}$ é nilpotente quando existe $k \in \mathbb{N}$ tal que $A^k = 0$.*

(a) *Mostre que zero é o único autovalor de uma matriz nilpotente.*

(b) *Mostre que, exceto a matriz nula, toda matriz nilpotente não é diagonalizável.*

Exercício 4 *Calcule A^{2023} , sendo*

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Exercício 5 *Considere $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ uma transformação linear cujos auto-valores são $\lambda_1 = 2$ e $\lambda_2 = 3$. Sejam $(1, 2)$ um auto-vetor associado a λ_1 e $(-1, 1)$ um autovetor associado ao autovalor λ_2 .*

Nestas condições, obtenha a expressão de $T(x, y)$.

(Dica 1) *Note que $T(x, y) = xT(1, 0) + yT(0, 1)$.*