

Fundamentos de Matemática

Professor:

Fernando de Ávila Silva

Departamento de Matemática - UFPR

LISTA 2: Racionais e Irracionais

Entregar no dia da primeira prova: 31/10.

Exercício 1 Considere o conjunto \mathbb{Q} como introduzido em sala (via classes de equivalências) e ponha

$$1 = [(1, 1)] \quad e \quad -1 = [(-1, 1)].$$

- a) Mostre que $(-1) \cdot (-1) = 1$.
- b) Mostre que $1 \cdot (-1) = -1$.
- c) Conclua que $-x = (-1) \cdot x$, para qualquer $x \in \mathbb{Q}$.

Exercício 2 Sejam $x, y \in \mathbb{Q}$. Mostre que:

- a) se $x, y \in \mathbb{Q}^+$, então $x \cdot y \in \mathbb{Q}^+$;
- b) se $x, y \in \mathbb{Q}^-$, então $x \cdot y \in \mathbb{Q}^+$;
- c) se $x \in \mathbb{Q}^+$ e $y \in \mathbb{Q}^-$, então $x \cdot y \in \mathbb{Q}^-$;
- d) se $x < y$ e $c \in \mathbb{Q}^-$, então $x \cdot c > c \cdot y$.

Exercício 3 Sejam α um número irracional e r um racional diferente de zero. Mostre que são irracionais os seguintes números:

$$\alpha + r, \quad \alpha - r, \quad \alpha r, \quad \frac{\alpha}{r}, \quad \frac{r}{\alpha}, \quad \alpha^{-1}.$$

Exercício 4 Mostre que o conjunto dos números irracionais não é enumerável.