

LISTA 1

Exercício 1 *Obtenha as partes reais e imaginárias do números*

(a) $(1 - 5i)^2 - 4i$;

(b) $\frac{3 - 4i}{2 + 5i}$

(c) $\frac{z - i\bar{z}}{\bar{z} - iz}$

Exercício 2 *Faça um esboço no plano complexo dos seguintes conjuntos:*

(a) $\{z \in \mathbb{C}; |z| = |z - 2|\}$;

(c) $\{z \in \mathbb{C}; \operatorname{Re}(z) = \operatorname{Im}(z - 1)\}$;

(b) $\{z \in \mathbb{C}; |z| = |\bar{z} - 1|\}$;

Exercício 3 *Resolva as equações:*

(a) $z^3 = -27$;

(b) $z^3 = 1 - i\sqrt{3}$;

Exercício 4 *Resolva as equações:*

(a) $z - \bar{z} = 1$;

(b) $z + \bar{z}i = 2 + i$;

(c) $\operatorname{Re}(z\bar{w}) = |z||w|$;

Exercício 5 *Obtenha o domínio das funções complexas:*

(a) $f(z) = \frac{e^z + e^{-z}}{z^2 + \bar{z}^2}$;

(b) $g(z) = \frac{z}{z - \bar{z} - 1}$;

(c) $h(z) = \operatorname{Log}(e^z - e^{-z})$;

Exercício 6 *Considere a_0, a_1, \dots, a_n constantes reais e o polinômio*

$$p(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0.$$

Mostre que se $p(z) = 0$, para algum $z \in \mathbb{C}$, então $p(\bar{z}) = 0$.

Exercício 7 *Mostre que, para todo $z \in \mathbb{C} - \{1\}$, vale*

$$1 + z + z^2 + \dots + z^{n-1} = \frac{z^n - 1}{z - 1},$$

para $n \in \mathbb{N}$.

Exercício 8 *É válido que $\operatorname{Log}(zw) = \operatorname{Log}(z) + \operatorname{Log}(w)$?*

Exercício 9 *É válido que $\operatorname{Log}(z/w) = \operatorname{Log}(z) - \operatorname{Log}(w)$?*

Exercício 10 *Prove que $e^{-|z|} \leq |e^z| \leq e^{|z|}$, $\forall z \in \mathbb{C}$.*