

FUNÇÕES - PROVA 1 -
Processo Seletivo Estendido 2016

Professor:

Fernando de Ávila Silva
Departamento de Matemática - UFPR

(Questão 1) (a) Dados os conjuntos

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{0, 3, 7, 5\} \text{ e } C = \{0, -1, 2\},$$

determine o conjunto $(A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C)$.

(b) Determine números inteiros a, b, c e d tais que

$$0, \overline{25} = \frac{a}{b} \text{ e } 0, \overline{74} = \frac{c}{d}.$$

(c) Verifique que $0, \overline{25} + 0, \overline{74} = 1$.

(d) Considere o número irracional $\sqrt{2}$ e α um número racional qualquer. Mostre que $\alpha + \sqrt{2}$ é irracional.

(Questão 2) Sejam a e b números reais e a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = a|x| + b.$$

(a) Esboce o gráfico de f no caso $a = -2$ e $b = 4$.

(b) Para os valores de a e b do item anterior, determine o intervalo no qual f é crescente.

(c) Mostre que se $a \neq 0$ e $\frac{b}{a} > 0$, então f não possui zeros.

(Questão 3) Considere a função $g : \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$g(x) = \frac{-x + 1}{2x - 3}$$

(a) Determine o valor $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que $g(\alpha) = 2$.

(b) Estude o sinal da função g .

(c) Determine o conjunto C de todos os números reais, tais que a expressão

$$h(x) = \sqrt{\frac{-x + 1}{2x - 3}}$$

defina uma função $h : C \rightarrow \mathbb{R}$.

(Questão 4) Num certo experimento físico observa-se que as velocidades de dois objetos, A e B , no intervalo de tempo de 0 a 100 são dadas por duas funções afim V_A e V_B , respectivamente. Sabe-se que a velocidade do objeto A está decaindo e a do B está crescendo. A figura abaixo exhibe o gráfico destas funções.

(a) Quais são as velocidades dos objetos A e B no instante $t = 0$?

(b) Determine o instante de tempo t_0 no qual os objetos possuem mesma velocidade.

