

FUNÇÕES - PROVA 3 -  
Processo Seletivo Estendido 2016

Professor:

**Fernando de Ávila Silva**  
Departamento de Matemática - UFPR

---

(Questão 1) Faça o que se pede.

(a) Determine as soluções reais do sistema

$$\begin{cases} 4^x = 16y \\ 2^{x+1} = 4y \end{cases};$$

(b) Determine o conjunto  $A$  de todos os números reais, tais que a expressão

$$f(x) = \ln(-x^2 + x + 2)$$

define uma função  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ;

(c) Mostre que não existe  $\alpha \in \mathbb{R}$  que seja solução do problema

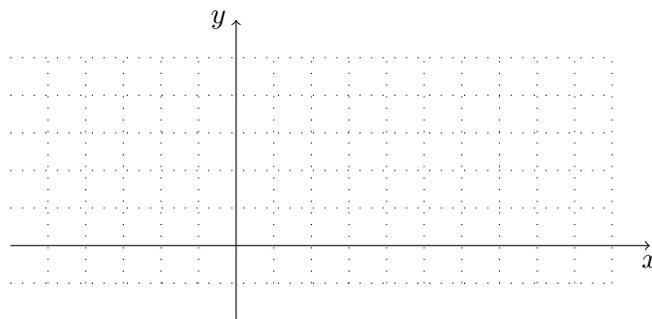
$$\begin{cases} \text{sen}(\alpha) = 0 \\ \cos(\alpha) = 0 \end{cases};$$

(Questão 2) Considere números reais  $A, B, C$  e  $D$  e a função  $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

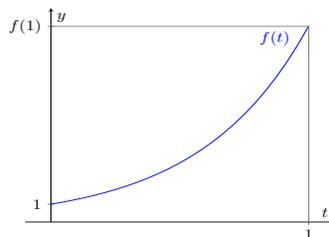
$$f(x) = A \cos(Bx + C) + D$$

(a) Demonstre a seguinte afirmação: *Se  $A < 0$ , então  $f(x) \in [A + D, -A + D]$ , para cada  $x \in [0, 2\pi]$ .*

(b) Esboce o gráfico da função  $f$ , supondo  $A = -1$ ,  $B = 2$ ,  $C = 0$  e  $D = 2$ ;



(Questão 3) Sejam  $k$  um número real, não nulo, e  $f : [0, 1] \rightarrow [1, 10^k]$  a função  $f(t) = 10^{kt}$ , cujo gráfico é esboçado na figura abaixo.



(a) O número  $k$  é negativo ou positivo? Justifique.

(b) Obtenha a função  $f^{-1}$ , inversa de  $f$ ;

(Questão 4) A fórmula para se determinar a magnitude  $M$  (graus na escala Richter) de um terremoto de amplitude  $A$  é

$$M = \log_{10}(A) - \log_{10}(A_0),$$

sendo  $A_0$  uma amplitude de referência. Em particular, podemos comparar as magnitudes  $M_1$  e  $M_2$  de dois terremotos através da fórmula

$$M_1 - M_2 = \log_{10}(A_1) - \log_{10}(A_2).$$

(a) Se um certo terremoto tem amplitude  $A = 2^{15}A_0$ , qual é o valor da magnitude  $M$ ? (Você pode usar  $\log_{10}(2) = 0,30$ );

(b) Na estrela *Magnetar*, uma estrela de nêutrons, ocorrem terremotos que atingem magnitude 32. Estima-se que o impacto (supostamente responsável pela extinção dos dinossauros) que criou a cratera *Chicxulub - México* gerou um terremoto de magnitude 13. Tais terremotos em *Magnetar* possuem amplitude quantas vezes maiores do que aquele gerado em *Chicxulub*?