CM 068 - variáveis Complexas

Professor:

Fernando de Ávila Silva

Departamento de Matemática - UFPR

LISTA 6

Exercício 1 *Obtenha as séries de Taylor das funções abaixo em $z_0 = 0$.*

(a) $f(z) = e^{z^2}$; (b) $f(z) = sen(2z)$; (c) $f(z) = \dfrac{1}{(1-z)^2}$;

Exercício 2 *Obtenha as séries de Laurent nos pontos indicados.*

(a) $f(z) = (z-3)sen\left(\dfrac{1}{z+2}\right)$, com $z_0 = -2$;

(b) $f(z) = e^{z^2}$, com $z_0 = 0$;

(c) $f(z) = \dfrac{e^{2z}}{(z-1)^3}$, com $z_0 = 1$;

(d) $f(z) = \dfrac{z}{(z-1)^2}sen(\pi z)$, com $z_0 = 1$;

(e) $f(z) = \dfrac{1}{(z-1)(z+i)}$, com $z_0 = -1$ e $z_0 = i$;

(f) $f(z) = z^3 e^{1/z}$, com $z_0 = 0$;

(g) $f(z) = \dfrac{cos(z)}{z}$, com $z_0 = 0$;

Exercício 3 *Obtenha as séries de Laurent nos aneis indicados.*

(a) $f(z) = \dfrac{1}{z^2+1}$, com $A = \{z;\ 1 < |z-2i| < 3\}$;

(b) $f(z) = \dfrac{1}{z^4(e^{z^2}-1)}$, com $A = \{z;\ 0 < |z| < \infty\}$;

Exercício 4 *Suponha que f tem expansão em série de Taylor na origem dada por $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^n$ válida no disco $D(0,r)$.*

(a) Mostre que f é par em $D(0,r)$ se, e somente se, $a_n = 0$ para todo n ímpar;

(b) Mostre que f é ímpar em $D(0,r)$ se, e somente se, $a_n = 0$ para todo n par;