

Lista 1 - Fundamentos

1. Como o determinante das matrizes B e C são obtidos de $\det A$

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2a_1 & 3a_2 & 5a_3 \\ 2b_1 & 3b_2 & 5b_3 \\ 2c_1 & 3c_2 & 5c_3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3a_1 & 3a_2 & 3a_3 \\ -4b_1 & -4b_2 & -4b_3 \\ 5c_1 & 5c_2 & 5c_3 \end{bmatrix}.$$

2. Seja A uma matriz quadrada de ordem n . Como $\det(3A)$, $\det(-A)$ e $\det(A^2)$ estão relacionados com $\det A$?
 3. Dê um exemplo de matrizes A e B tais que $\det(A + B) \neq \det A + \det B$.
 4. Calcule o determinante das seguintes matrizes

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 5 \\ 1 & -3 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 4 & -6 & -4 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & -3 & -5 \end{bmatrix}.$$

5. Uma matriz quadrada A é dita nilpotente se $A^k = 0$ para algum natural k . Mostre que se A é nilpotente então $\det A = 0$.
 6. Seja D_n o determinante da matriz $n \times n$ dada por

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Usando o método dos cofatores mostre que $D_n = D_{n-1} + D_{n-2}$. Isso mostra que a sequência D_n é a sequência de Fibonacci $1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots$