

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PROFESSOR J. RENATO R. BARBOSA
PROVA I - CM311

OBSERVAÇÕES:

1. Apenas calculadoras NÃO programáveis são permitidas;
2. A resolução à LÁPIS é permitida;
3. A resolução em QUALQUER ordem é permitida;
4. (a) A resolução correta, ou seja, os cálculos completos e corretos dessa resolução, de cada questão VALE vinte e cinco pontos;
(b) Os cálculos supracitados DEVERÃO empregar apenas o conteúdo da CM311;
(c) Onde for necessário, serão cobradas JUSTIFICATIVAS para quaisquer afirmações feitas nas resoluções;
(d) Apenas a resposta correta, desacompanhada da resolução correta, vale ZERO pontos;
5. A prova é SEM consulta, inclusive do Professor;
6. Ao terminar, assine e entregue APENAS a(s) folha(s) de resoluções.

QUESTÕES:

1. Se $f(x) = (x^2 + 1)^{\ln x}$, determine $f'(1)$.
2. $f(x) = e^x + 3e^{-x}$ não tem ponto de máximo e $\ln\sqrt{3}$ é seu único ponto de mínimo. Essa afirmação é verdadeira ou falsa? Justifique (corretamente) a sua resposta.
3. Entre todos os retângulos que têm perímetro medindo P unidades de comprimento, determine as medidas dos lados do retângulo que delimita a maior área interna.
4. Obtenha o gráfico de

$$Q(x) = x \ln x,$$

apresentando todos os cálculos que justifiquem (corretamente) o esboço do gráfico supracitado.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

PROVA II – CM311

OBSERVAÇÕES

- QUESTÕES PODEM SER FEITAS A LÁPIS E EM QUALQUER ORDEM;
- APENAS CALCULADORAS NÃO PROGRAMÁVEIS SÃO PERMITIDAS;
- RESOLVER CORRETAMENTE CADA UMA DAS QUESTÕES:
 - SIGNIFICA APRESENTAR CÁLCULOS/JUSTIFICATIVAS CORRETOS(AS) ASSOCIADOS(AS) A SUA RESPECTIVA RESPOSTA/SOLUÇÃO CORRETA;
 - VALE 20 PONTOS (CADA);
- A PROVA É SEM CONSULTA, INCLUSIVE DO PROFESSOR.

SEGUEM FÓRMULAS VÁLIDAS PARA FUNÇÕES u, v, f E F ADEQUADAS

Aproximação linear: $f(x) \approx f(a) + f'(a)(x - a)$ para x arbitrariamente próximo de a .

Integral definida: $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ com $F' = f$.

Integração por partes: $\int u dv = uv - \int v du$.

Integração por substituição: $\int f(u(x))u'(x)dx = \int f(u)du$.

QUESTÕES

1. Utilize a aproximação linear supracitada para calcular

$$\sqrt{\frac{13}{10}}.$$

2. Calcule o valor da integral dada por

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\tan^2 x}{\cos^2 x} dx.$$

3. Calcule o valor da integral dada por

$$\int_{-\ln 2}^0 \frac{e^x}{\sqrt{1 - e^{2x}}} dx.$$

4. Calcule o valor da área da região do plano cartesiano que consiste de todos os pontos

$$(x, y) \in \mathbb{R}^2$$

tais que

$$y^2 \leq x \leq y + 3 \text{ e } -1 \leq y \leq 1.$$

5. Calcule o valor da integral dada por

$$\int_0^2 \arctan v dv.$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
EXAME FINAL – CM311

OBSERVAÇÕES:

- AS QUESTÕES PODEM SER FEITAS A LÁPIS E EM QUALQUER ORDEM;
- APENAS CALCULADORAS NÃO PROGRAMÁVEIS SÃO PERMITIDAS;
- COMO CADA UMA DAS CINCO QUESTÕES JÁ VÊM COM RESPOSTA, RESOLVER (CORRETAMENTE) AS QUESTÕES:
 - * SIGNIFICA APRESENTAR OS SEUS RESPECTIVOS CÁLCULOS (CORRETOS);
 - * VALE 20 PONTOS POR QUESTÃO;
- NENHUMA CONSULTA, INCLUSIVE AO PROFESSOR, É PERMITIDA.

QUESTÕES:

1. Verifique que

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(x - \frac{\pi}{2})}{\sec x} = 0.$$

SUGESTÃO: Regra de L'Hôpital.

2. Caso f seja diferenciável,¹ h seja definida por $h(x) = (f(x))^3$ e os valores de f e f' na origem sejam dados por $f(0) = -\frac{1}{2}$ e $f'(0) = \frac{8}{3}$, verifique que a inclinação da reta tangente ao gráfico de h em $x = 0$ é igual a 2.

SUGESTÃO: Regra da cadeia.

3. Se $y = \sin x + \cos y$ é diferenciável em relação a x , verifique que

$$y' = \frac{\cos x}{1 + \sin y}.$$

SUGESTÃO: Derivação implícita.

4. Verifique que

$$\int_0^4 e^{\sqrt{x}} dx = 2(1 + e^2).$$

SUGESTÃO: Considere $y^2 = x$.

5. Verifique que

$$\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx = \frac{\pi}{4}.$$

¹Ou seja, caso exista $f'(x)$ para cada x do domínio de f .