O método Simplex

Como vimos, é praticamente impossível determinar todas as soluções básicas viáveis relacionadas a um pl para então determinar a solução ótima. Desenvolvido por G.Danztig em 1947, o método simplex fornece um algoritmo (uma regra de procedimentos envolvendo a aplicação repetitiva de operações) que, a partir de uma solução básica inicial trivial "caminha" sobre os vértices/soluções básicas viáveis, até encontrar a solução ótima.

O algoritmo Simplex é um procedimento iterativo para resolver problemas de pl em um número finito de etapas. Consiste em: i) Conhecer uma solução básica viável inicial; ii) Testar se a solução é ótima; iii) Melhorar a solução a partir de um conjunto de regras e repetir o processo até que uma solução ótima seja obtida.

O algoritmo simplex é capaz, dado um programa linear, de determinar se é viável ou não, se é viável determinar se é limitado ou ilimitado e se for viável e limitado pode encontrar uma solução ótima.

A estrutura do Método Simplex

- **Passo 1 (inicial)**: inicie com uma solução em um vértice (solução básica viável).
- **Passo 2 (otimalidade)**: se não existe um vértice adjacente melhor que o vértice atual, então PARE. O vértice atual corresponde à solução ótima. Em caso contrário, vá ao **Passo 3**.
- **Passo 3 (iterativo)**: movimente em direção a uma solução viável melhor, em um vértice adjacente; volte ao **Passo 2**.

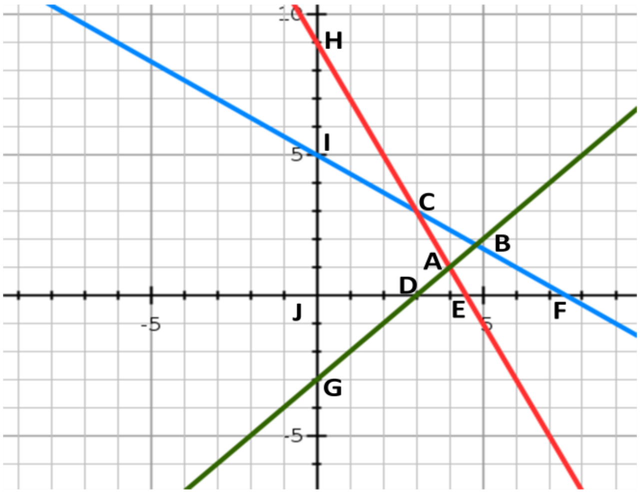
Exemplo 1

Seja o pl

$$\begin{array}{ll} \max Z = & 5x + 3y \\ \text{sa} & 2x + 3y \leq 15 \\ & 2x + y \leq 9 \\ & x - y \leq 3 \\ & x, y \geq 0 \end{array}$$

pl na forma padrão

$$\begin{array}{ll} \max Z = & 5x + 3y \\ \text{sa} & 2x + 3y + F_1 = 15 \\ & 2x + y + F_2 = 9 \\ & x - y + F_3 = 3 \\ & x, y, F_1, F_2, F_3 \geq 0 \end{array}$$



No gráfico, todos os pontos na região viável atendem a todas as restrições. Portanto, temos um número infinito de soluções possíveis. No entanto, nem todas são candidatas a ser solução ótima. A solução ótima deve ser um dos pontos de canto (vértices) da região viável. Estes vértices são as soluções básicas viáveis-SBV. Descartadas todas as outras infinitas soluções viáveis, restam 5 SBV. Quando resolvemos graficamente, encontramos o valor de Z (função objetivo) para cada um desses 5 pontos e descobrimos qual resulta no valor mais alto de Z.

A: $X = [4 \quad 1 \quad 4 \quad 0 \quad 0],\ Z = 23$ **C**: $\mathbf{X = [3 \quad 3 \quad 0 \quad 0 \quad 3],\ Z = 24}$

D: $X = [3 \quad 0 \quad 9 \quad 3 \quad 0],\ Z = 15$ **I**: $X = [0 \quad 5 \quad 0 \quad 4 \quad 8],\ Z = 15$

J: $X = [0 \quad 0 \quad 15 \quad 9 \quad 3],\ Z = 0$

Isso é fácil apenas quando o número de SBV é pequeno. No **método Simplex**, alcançamos a solução ótima sem precisar valorar/calcular Z em cada SBV.

Seja um pl na forma padrão: $\min\{c^T x: Ax = b, x \geq 0\}$. Queremos um método que "transite" pelas soluções básicas viáveis-SBV de tal forma que a solução ótima do pl seja encontrada. O **método Simplex** é um procedimento de pesquisa que "escanea" o conjunto de soluções básicas viáveis, uma de cada vez, até que a solução ótima (se existir) seja identificada.

Método Simplex (interpretação gráfica)
http://explain-that.blogspot.com/2011/06/logic-of-how-simplex-method-works.html

No método simplex, começamos com uma SBV inicial. Essa solução inicial deve ser uma das SBV possíveis. Em um problema de maximização, com todas as restrições "≤", sabemos que a origem é um SBV. Essa é a razão pela qual sempre começamos com "x=y=0" ao resolver o Simplex. Também poderíamos começar com (4,1), se quiséssemos, mas, para saber se (4,1) é uma SBV, talvez tenhamos que desenhar um gráfico, que será apenas uma grande perda de tempo.

Portanto, sempre começamos com a origem 0 (ponto **J**). A primeira tarefa é determinar se a SBV **J** é ótimo ou não, ou seja precisamos examinar se é melhor subir ao longo do eixo y ou mover para a esquerda ao longo do eixo x. Para isso, verificamos a taxa de aumento no lucro (função objetivo) para um aumento unitário em x e y. Aumentar y em uma unidade dá um lucro de apenas 3 $, mas aumentar x pode dar 5 $. Portanto, é obviamente melhor aumentar x.

Agora que optamos em aumentar x, a próxima pergunta é: quanto posso aumentar x? Podemos, a partir do ponto **J**, aumentar x em apenas 3 unidades, porque se aumentar para além disso, estaríamos saindo da região viável.

Então paramos no ponto **D**(3,0). Agora, novamente, olhamos para os dois lados do ponto **D** (cada SBV tem duas SBV adjacentes - no caso de **D**, é **J** e **A**). É melhor ir em direção a **J** ou em direção a **B**? Acabamos de vir de **J**. Portanto, precisamos apenas examinar se avançarmos para **A** o valor de **Z** aumenta ou não. Aumenta sim. Então seguimos a rota e paramos em **A**. Novamente examinamos os pontos adjacentes e avançamos para **C**. Agora descobriremos que, se avançarmos para **I**, os lucros serão reduzidos. Então paramos por aí, e **C** é a solução ótima, uma vez que avançar para ambos os lados só diminuirá os lucros.

Então, basicamente, sempre começamos com a origem, examinamos os pontos adjacentes para nos mover ao longo de uma aresta que aumenta a função objetivo a uma taxa mais alta; nos movemos ao longo dessa aresta até alcançarmos uma SBV. Quando chegamos lá, repetimos o mesmo processo de examinar os pontos adjacentes e avançamos ao longo da aresta que oferece maiores benefícios. Esse processo continua até chegarmos a um ponto em que avançar mais em qualquer direção reduzirá a função objetivo e essa SBV será a melhor solução.

Exemplo 1 – Forma algébrica do Método Simplex

Seja o sistema de equações do pl. Escrevamos a equação da função objetivo da seguinte forma: $Z - 5x - 3y = 0$ e a acrescentemos ao sistema:

$$\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}Z + \begin{pmatrix}-5\\2\\2\\1\end{pmatrix}x + \begin{pmatrix}-3\\3\\1\\-1\end{pmatrix}y + \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}F_1 + \begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}F_2 + \begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}F_3 = \begin{pmatrix}0\\15\\9\\3\end{pmatrix}$$

Iteração 0: Vamos iniciar com a solução básica viável trivial $x_B = (F_1, F_2, F_3)$, ou seja, o ponto **J**. Desta forma temos

$$\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}Z + \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}F_1 + \begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}F_2 + \begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}F_3 = \begin{pmatrix}0\\15\\9\\3\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-5\\2\\2\\1\end{pmatrix}x - \begin{pmatrix}-3\\3\\1\\-1\end{pmatrix}y$$

Ou seja

$$\begin{cases} Z = 0 + 5x + 3y \\ F_1 = 15 - 2x - 3y \\ F_2 = 9 - 2x - y \\ F_3 = 3 - x + y \end{cases} \quad X = [0 \quad 0 \quad 15 \quad 9 \quad 3] \ (\text{vértice } \mathbf{J}) \ \ Z = 0$$

Iteração 1: A SBV resultante da **Iteração 0** é o vértice **J**. Esta SBV ótima?

Podemos observar da função objetivo $Z = 0 + 5x + 3y$ que se x ou y aumentar de valor, ou seja, se x ou y passar a ser básica, Z aumenta (x e y contribuem para aumento do valor de Z pois seus coeficientes são positivos). Desta forma podemos concluir que a solução básica atual não é ótima. Vamos colocar na base a variável que mais contribui no aumento do valor de Z. A taxa de maior aumento de Z será na direção de x.

Visto que iremos colocar a variável x na base, y continuará fora da base (ou seja, $y = 0$). Como estamos otimizando, iremos atribuir o maior valor possível para x de modo que a próxima solução continue básica e viável. Vamos reescrever parte do sistema

$$\begin{cases} F_1 = 15 - 2x - 3y \\ F_2 = 9 - 2x - y \\ F_3 = 3 - x + y \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \text{com } y = 0 \ \begin{cases} F_1 = 15 - 2x \\ F_2 = 9 - 2x \\ F_3 = 3 - x \end{cases}$$

Queremos que x assuma o maior valor possível tal que $x, F_1, F_2, F_3 \geq 0$. Sabemos que $y = 0$ e nós iremos escolher o valor de x (obviamente que iremos atribuir um valor não negativo para x). Assim basta impor $F_1, F_2, F_3 \geq 0$:

$$\begin{cases} F_1 = 15 - 2x \geq 0 \\ F_2 = 9 - 2x \geq 0 \\ F_3 = 3 - x \geq 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x \leq \frac{15}{2} \\ x \leq \frac{9}{2} \\ x \leq 3 \Rightarrow x = 3 \end{cases} \qquad \text{(TESTE DO BLOQUEIO)}$$

"Descobrimos" o maior valor de x de tal forma que $F_1, F_2, F_3 \geq 0$; Portanto, com $y = 0$ e $x = 3$, temos $x, y, F_1, F_2, F_3 \geq 0$. Reescrevendo o **sistema original** temos

$$\begin{cases} Z = 0 + 5x + 3y \\ F_1 = 15 - 2x - 3y \\ F_2 = 9 - 2x - y \\ F_3 = 3 - x + y \end{cases} \quad \begin{cases} Z = 15 + 8y - 5F_3 \\ F_1 = 9 - 5y + 2F_3 \\ F_2 = 3 - 3y + 2F_3 \\ x = 3 + y - F_3 \end{cases} \quad X = [3 \quad 0 \quad 9 \quad 3 \quad 0] \ \ Z = 0$$

Como a base é composta por 3 variáveis precisaremos excluir uma. Visto que $F_3 = 0$, esta sai da base.

A solução assim obtida: i) é básica pois $y=F_3=0$; ii) é viável; iii) corresponde ao vértice **D**.

Iteração 2: A SBV resultante da **Iteração 1** é o vértice **D**. Esta SBV ótima?

Podemos observar, da função objetivo $Z = 15 + 8y - 5F_3$, que se y aumentar de valor, ou seja, se y passar a ser básica, Z aumenta de valor. Desta forma podemos concluir que a SBV atual não é ótima. Vamos, então, colocar na base a única variável (y) que irá contribuir no aumento do valor de Z.

Como y entra na base, F_3 continuará fora da base. Vamos reescrever o sistema

$$\begin{cases} F_1 = 9 - 5y + 2F_3 \\ F_2 = 3 - 3y + 2F_3 \\ x = 3 + y - F_3 \end{cases} \Rightarrow \quad \text{com } F_3 = 0 \quad \begin{cases} F_1 = 9 - 5y \\ F_2 = 3 - 3y \\ x = 3 + y \end{cases}$$

Por estarmos num processo de otimização, vamos atribuir o maior valor possível para y de modo que a próxima solução continue básica e viável, ou seja, tal que $x, y, F_1, F_2, F_3 \geq 0$. Vamos impor $F_1, F_2, x \geq 0$:

$$\begin{cases} F_1 = 9 - 5y \geq 0 \\ F_2 = 3 - 3y \geq 0 \\ x = 3 + y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \leq \frac{9}{5} \\ y \leq \frac{3}{3} \Rightarrow y = 1 \\ y \geq -3 \;\; \text{(inequação sem efeito)} \end{cases} \qquad \text{(TESTE DO BLOQUEIO)}$$

Sempre estamos interessados em calcular o maior valor possível da variável que entra na base. Observe que, neste sentido, a última inequação não limita superiormente o valor de y. Qualquer valor de $y \geq 0$ satisfaz a última inequação e portanto esta restrição é sem efeito (inócua) na definição/bloqueio do maior valor possível de y.

O maior valor de y foi calculado de forma que $F_1, F_2, x \geq 0$; portanto, com $F_3 = 0$ e $y = 1$, temos $x, y, F_1, F_2, F_3 \geq 0$. Reescrevendo o sistema da **Iteração 1** em função da nova base:

$$\begin{cases} Z = 15 + 8y - 5F_3 \\ F_1 = 9 - 5y + 2F_3 \\ F_2 = 3 - 3y + 2F_3 \\ x = 3 + y - F_3 \end{cases} \quad \begin{cases} Z = 23 - \frac{8}{3}F_2 + \frac{1}{3}F_3 \\ F_1 = 4 + \frac{5}{3}F_2 - \frac{4}{3}F_3 \\ y = 1 - \frac{1}{3}F_2 + \frac{2}{3}F_3 \\ x = 4 - \frac{1}{3}F_2 - \frac{1}{3}F_3 \end{cases} \quad X = [4 \quad 1 \quad 4 \quad 0 \quad 0] \quad Z = 23$$

Como a base é composta por 3 variáveis, iremos excluir F_2 (pois $F_2 = 0$). A solução assim obtida: i) é básica; ii) é viável; iii) corresponde ao vértice **A**.

Iteração 3: A SBV resultante da **Iteração 2** é o vértice **A**. Esta SBV ótima?

Da função objetivo $Z = 23 - \frac{8}{3}F_2 + \frac{1}{3}F_3$ temos que se F_3 entrar na base, Z aumenta de valor. Desta forma podemos afirmar que a SBV atual não é ótima.

Vamos reescrever parte do sistema da iteração anterior

$$\begin{cases} F_1 = 4 + \frac{5}{3}F_2 - \frac{4}{3}F_3 \\ y = 1 - \frac{1}{3}F_2 + \frac{2}{3}F_3 \\ x = 4 - \frac{1}{3}F_2 - \frac{1}{3}F_3 \end{cases} \Rightarrow \quad \text{com } F_2 = 0 \quad \begin{cases} F_1 = 4 - \frac{4}{3}F_3 \\ y = 1 + \frac{2}{3}F_3 \\ x = 4 - \frac{1}{3}F_3 \end{cases}$$

Vamos atribuir o maior valor para y tal que $x, y, F_1, F_2, F_3 \geq 0$.

$$\begin{cases} F_1 = 4 - \frac{4}{3}F_3 \geq 0 \\ y = 1 + \frac{2}{3}F_3 \geq 0 \\ x = 4 - \frac{1}{3}F_3 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_3 \leq 3 \Rightarrow F_3 = 3 \\ F_3 \geq -\frac{3}{2} \text{(inequação sem efeito)} \\ F_3 \leq 12 \end{cases} \quad \text{(TESTE DO BLOQUEIO)}$$

Reescrevendo o sistema da **Iteração 2** temos

$$\begin{cases} Z = 23 - \frac{8}{3}F_2 + \frac{1}{3}F_3 \\ F_1 = 4 + \frac{5}{3}F_2 - \frac{4}{3}F_3 \\ y = 1 - \frac{1}{3}F_2 + \frac{2}{3}F_3 \\ x = 4 - \frac{1}{3}F_2 - \frac{1}{3}F_3 \end{cases} \quad \begin{cases} Z = 24 - \frac{1}{4}F_1 - \frac{9}{4}F_2 \\ F_3 = 3 - \frac{3}{4}F_1 + \frac{5}{4}F_2 \\ y = 3 - \frac{1}{2}F_1 + \frac{1}{2}F_2 \\ x = 3 + \frac{1}{4}F_1 - \frac{3}{4}F_2 \end{cases} \quad X = [3 \quad 3 \quad 0 \quad 0 \quad 3] \quad Z = 24$$

Temos $x, y, F_1, F_2, F_3 \geq 0$. A solução atual: i) é básica; ii) é viável; iii) corresponde ao vértice **A.**

Iteração 4: A SBV resultante da **Iteração 2** é o vértice **C.** Esta SBV ótima?

Todos os coeficientes das variáveis na função objetivo $Z = 24 - \frac{1}{4}F_1 - \frac{9}{4}F_2$ são negativos, e portanto mudar o status de qualquer variável de não básica para básica irá diminuir o valor do Z. Portanto, **a SBV atual é ótima**.

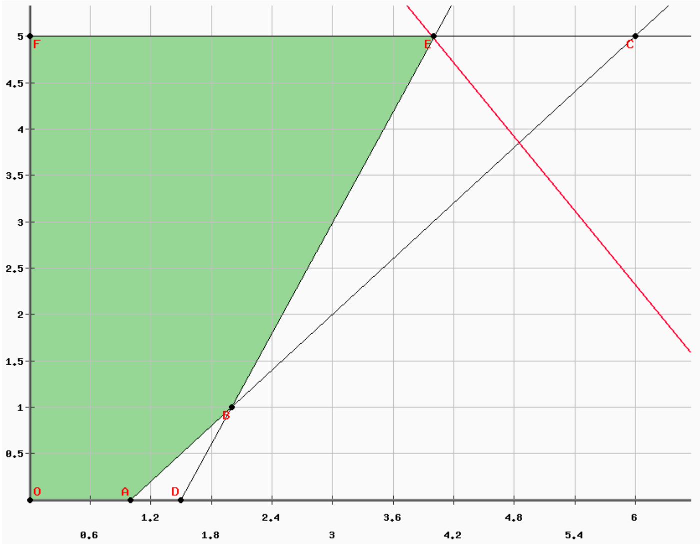
Exemplo 2 – Trabalhando com Z – cx = 0.

Seja o pl

$$\begin{aligned} \text{maximize } Z &= 4X1 + 3X2 \\ \text{sa} \quad X1 - X2 &\leq 1 \\ 2X1 - X2 &\leq 3 \\ X2 &\leq 5 \\ X1, \quad X2 &\geq 0 \end{aligned}$$

pl na forma padrão

$$\begin{aligned} \text{maximize } Z &= 4X1 + 3X2 \\ \text{sa} \quad X1 - X2 + F1 \qquad\qquad &= 1 \\ 2X1 - X2 + \quad F2 \qquad &= 3 \\ X2 + \qquad\quad F3 &= 5 \\ X1, \ X2, \quad F1, F2, F3 &\geq 0 \end{aligned}$$



http://www.phpsimplex.com/simplex/simplex.htm?l=en

Iteração 0

$X_B = \{F1, F2, F3\}, X_N = \{X1, X2\}$

$$\begin{cases} F1 = 1 - X1 + X2 \\ F2 = 3 - 2X1 + X2 \\ F3 = 5 - 0X1 - X2 \end{cases}$$

$\overline{Z} - \mathbf{4}X1 - 3X2 + 0F1 + 0F2 + 0F3 = 0$

Iteração 1

* Solução ótima? **Não**

* Var que entra na base: **X1**

* Var que sai da base?

$$\begin{cases} F1 = 1 - X1 \geq 0 \\ F2 = 3 - 2X1 \geq 0 \\ F3 = 5 - 0X1 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \mathbf{X1 \leq 1 \therefore X1 = 1} \\ X1 \leq 3/2 \\ X1 \to \infty \end{cases}$$

$\to (X1, X2, F1, F2, F3) = (1,0,0,1,5)$

F1 sai da base

$* \; X_B = \{X1, F2, F3\}, X_N = \{F1, X2\}$

$$\begin{cases} X1 = 1 + X2 - F1 \\ F2 = 1 - X2 + 2F1 \\ F3 = 5 - X2 \end{cases}$$

$* \;\; \overline{Z} + 0X1 - \mathbf{7}X2 + 4F1 + 0F2 + 0F3 = 4$

Iteração 2

* Solução ótima? **Não**

* Var que entra na base: **X2**

* Var que sai da base?

$$\begin{cases} F1 = 1 + X1 \geq 0 \\ F2 = 1 - X2 \geq 0 \\ F3 = 5 - X2 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} X2 \to \infty \\ \mathbf{X2 \leq 1 \therefore X2 = 1} \\ X2 \leq 5 \end{cases}$$

$\rightarrow (X1, X2, F1, F2, F3) = (2,1,0,0,4)$

F2 sai da base

* $X_B = \{X1, X2, F3\}, X_N = \{F1, F2\}$

$$\begin{cases} X1 = 2 + F1 - F2 \\ X2 = 1 + 2F1 - F2 \\ F3 = 4 - 2F1 + F2 \end{cases}$$

* $\overline{Z} + 0X1 + 0X2 - 10F1 + 7F2 + 0F3 = 11$

Iteração 3

* Solução ótima? **Não**

* Var que entra na base: **F1**

* Var que sai da base?

$$\begin{cases} X1 = 2 + F1 \geq 0 \\ X2 = 1 + 2F1 \geq 0 \\ F3 = 4 - 2F1 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} F1 \to \infty \\ F1 \to \infty \\ \mathbf{F1 \leq 2 \therefore F1 = 2} \end{cases}$$

$\rightarrow (X1, X2, F1, F2, F3) = (4,5,1,0,0)$

F3 sai da base

* $X_B = \{X1, X2, F1\}, X_N = \{F2, F3\}$

$$\begin{cases} X1 = 4 - \frac{1}{2}F2 - \frac{1}{2}F2 \\ X2 = 5 + 0F1 - F3 \\ F1 = 2 + \frac{1}{2}\ F2 - \frac{1}{2}F3 \end{cases}$$

* $\overline{Z} + 0X1 + 0X2 + 0F1 + 2F2 + 5F3 = 31$

Iteração 4

* Solução ótima? **Não**

Todos os coeficientes das variáveis na função objetivo $Z = 24 + 2F1 + 5F3$ são não negativos, e portanto mudar o status de qualquer variável de não básica para básica irá diminuir o valor do Z. Portanto, **a SBV atual é ótima**.

Exemplo 3

$$\max\ Z = 3x_S + 2x_T$$
$$\text{sa}\quad 2x_S + x_T \le 100,\quad x_S + x_T \le 80,\quad x_S + 0x_T \le 40,\quad x_S, x_T \ge 0$$

$$\begin{cases} 2x_S + x_T \le 100 \\ x_S + x_T \le 80 \\ x_S + 0x_T \le 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x_S + x_T + F_A = 100 \\ x_S + x_T + F_C = 80 \\ x_S + 0x_T + F_X = 40 \end{cases}$$

Iteração 0

- Qual a Solução inicial básica viável TRIVIAL
- Variáveis Básicas: $x_B = (F_A, F_C, F_X)$
- Variáveis Não Básicas: $x_N = (x_S, x_T)$
- $(x_S, x_T, F_A, F_C,, F_X) = (0{,}0{,}100{,}80{,}40) \Rightarrow Z(0{,}0) = 0$

Iteração 1

- A solução atual é ótima? **NÃO**, pois $Z(x_S, x_T, F_A, F_C,, F_X) = 3x_S + 2x_T$
- Qual variável entra na base? $x_S \Rightarrow$ pois traz maior lucro
- Qual variável sai da base? (teste do bloqueio)

$$\begin{cases} F_A = 100 - (2x_S + x_T) \\ F_C = 80 - (x_S + x_T) \\ F_X = 40 - (x_S + 0x_T) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_A = 100 - 2x_S \ge 0 \\ F_C = 80 - x_S \ge 0 \\ F_X = 40 - 0x_S \ge 0 \end{cases} \Rightarrow x_S = 40 \Rightarrow (x_S, x_T, F_A, F_C,, F_X) = (40{,}0{,}20{,}40{,}0)$$

$\Rightarrow F_X$ sai da base $\Rightarrow$ Variáveis Básicas: $x_B = (F_A, F_C, F_X) \Rightarrow$ Não Básicas: $x_N = (x_T, F_X)$

- Reescrevendo as equações: $\begin{cases} F_A = 20 - x_T + 2F_X \\ F_C = 40 - x_T + F_X \\ x_S = 40 - F_X \end{cases} \Rightarrow Z = 120 + 2x_T - 3F_X$

Iteração 2

- A solução atual é ótima? **NÃO**, pois $Z(x_S, x_T, F_A, F_C,, F_X) = 120 + 2x_T - 3F_X$
- Qual variável entra na base? $x_T \Rightarrow$ pois traz maior lucro
- Qual variável sai da base? (teste do bloqueio)

$$\begin{cases} F_A = 20 - x_T + 2F_X \ge 0 \\ F_C = 40 - x_T + F_X \ge 0 \\ x_S = 40 - F_X \ge 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_A = 20 - x_T \ge 0 \\ F_C = 40 - x_T \ge 0 \\ x_S = 40 - 0x_T \ge 0 \end{cases} \Rightarrow x_T = 20 \Rightarrow$$

$(x_S, x_T, F_A, F_C,, F_X) = (40{,}20{,}0{,}20{,}0)$

$\Rightarrow F_A$ sai da base $\Rightarrow$ Variáveis Básicas: $x_B = (x_T, F_C, x_S) \Rightarrow$ Não Básicas: $x_N = (F_A, F_X)$

- Reescrevendo as equações: $\begin{cases} x_T = 20 - F_A + 2F_X \\ F_C = 20 + F_A - F_X \\ x_S = 40 - F_X \end{cases} \Rightarrow Z = 160 - 2F_A + F_X$

Iteração 3

- A solução atual é ótima? **NÃO**, pois $Z(x_S, x_T, F_A, F_C, , F_X) = 160 - 2F_A + F_X$
- Qual variável entra na base? $F_X \Rightarrow$ pois Z aumenta
- Qual variável sai da base? (teste do bloqueio)

$$\begin{cases} x_T = 20 - F_A + 2F_X \\ F_C = 20 + F_A - F_X \\ x_S = 40 - F_X \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_T = 20 + 2F_X \geq 0 \\ F_C = 20 - F_X \geq 0 \\ x_S = 40 - F_X \geq 0 \end{cases} \Rightarrow F_X = 20 \Rightarrow (x_S, x_T, F_A, F_C, , F_X) = (20,60,0,0,20)$$

$\Rightarrow F_C$ sai da base $\Rightarrow$ Variáveis Básicas: $x_B = (x_T, F_X, x_S) \Rightarrow$ Não Básicas: $x_N = (F_A, F_C)$

Reescrevendo as equações: $\begin{cases} x_T = 60 + F_A - 2F_C \\ F_X = 20 + F_A - F_C \\ x_S = 20 - F_A + F_C \end{cases} \Rightarrow Z = 180 - F_A - F_C$

Iteração 4

A solução atual é ótima? **SIM**, pois $Z = 180 - F_A - F_C$

Algoritmo simplex

Seja um pl de maximização com n variáveis e m restrições (na forma padrão)

Passo 0: O problema está na forma padrão.

Passo 1: Se $\bar{c}_j \geq 0$ j = 1,...,n, então a solução atual é ótima e **pare**. Se **continuarmos** é porque $\exists \bar{c}_e < 0$, j = 1,...,e,...n.

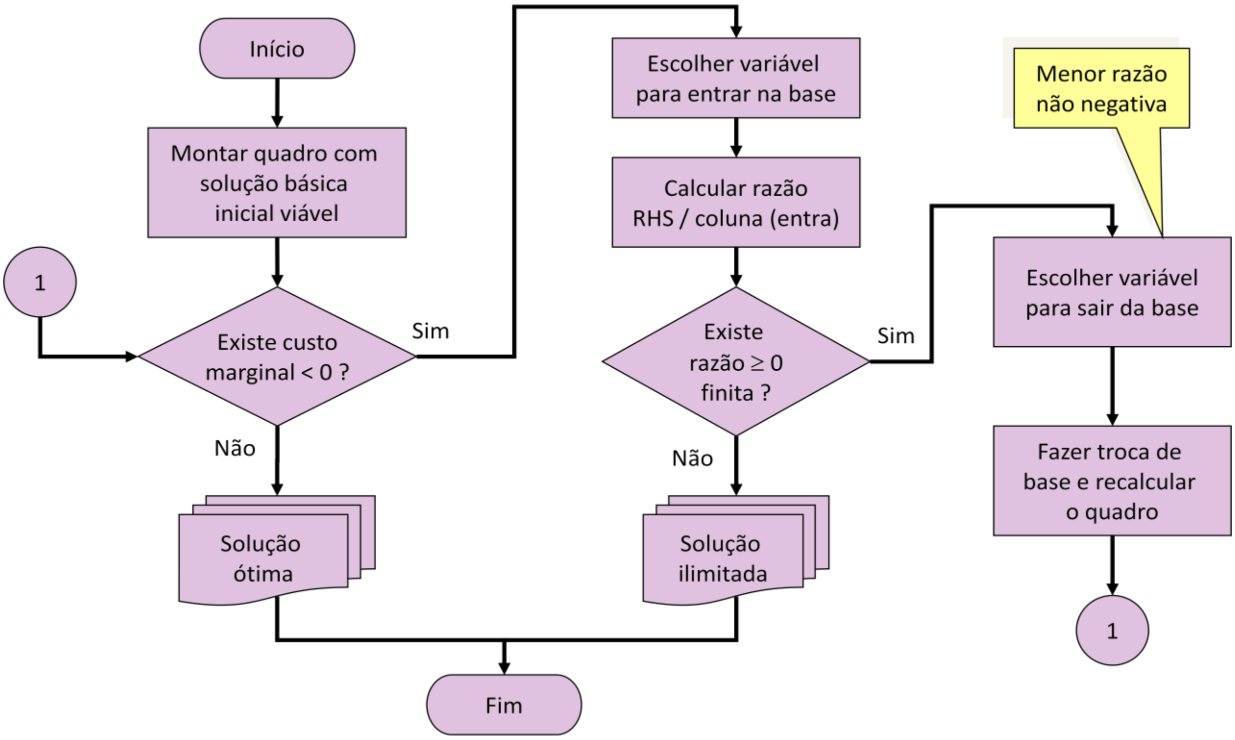
Passo 2: Escolha a variável que entra na base (através de): $\bar{c}_K = \min_{j=1,\ldots,n}\{\bar{c}_j, \bar{c}_j < 0\}$.

Passo 3: Escolha a variável que sairá da base: $\frac{\bar{b}_L}{\bar{a}_{LK}} = \min_{i=1,\ldots,m}\left\{\frac{\bar{b}_i}{\bar{a}_{iK}}, \bar{a}_{iK} > 0\right\}$. Se $\bar{a}_{iK} \leq 0, \forall i$, então o pl é ilimitado.

Passo 4: Substitua a variável básica da linha L pela variável x_K e execute o pivoteamento no coeficiente $\bar{a}_{LK}$.

Passo 5: Vá ao **Passo 1**.

Algoritmo Simplex – Fluxograma



https://www.youtube.com/watch?v=reswxUMC0iM&list=PLbxFfU5GKZz1Tm_9RR5M_uvdOXpJJ8LC3&index=6

https://www.youtube.com/watch?v=i4ig7Cpravo&list=PLbxFfU5GKZz1Tm_9RR5M_uvdOXpJJ8LC3&index=7

https://www.youtube.com/watch?v=kh2qKN1jEAA&list=PLbxFfU5GKZz1Tm_9RR5M_uvdOXpJJ8LC3&index=8