

# Teorias de Avaliação - CE095

Adilson dos Anjos<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Estatística  
Universidade Federal do Paraná  
aanjos@ufpr.br

Curitiba, PR  
16 de setembro de 2014

# Teoria da Resposta ao Item –Modelo de Rasch e 1 parâmetro–

## Introdução

- Rasch, G (1960). Probabilistic models for some intelligence and attainment tests . Danish Institute for Educational Research, Copenhagen.
- Aplicações em Psicometria;
- Restrições para uso prático.
- Visite <http://www.rasch.org/>

## Modelo de Rasch

- Caso particular do modelo de 3 parâmetros;
- Em que:  $c = 0$  e  $a = 1$  para todos os itens;
- Varia apenas o parâmetro de dificuldade  $b_i$ ;
- Assume-se que todos os itens *discriminam* de igual maneira!!

## Modelo de Rasch

- No modelo de Rasch o escore total (número de acertos) é uma *estatística suficiente* para  $\theta$ ;
- Significa que, dois respondentes com o mesmo escore vão obter o mesmo  $\theta$ ;
- No modelo de 2LP e 3LP isso não acontece!!

$\theta$  não é uma transformação linear do escore total da TCT. Eles estão em escalas diferentes!!

## Modelo de 3 parâmetros

$$P(U_{ij} = 1 | \theta_j, a_i, b_i, c_i) = c_i + (1 - c_i) \frac{e^{a_i(\theta_j - b_i)}}{1 + e^{a_i(\theta_j - b_i)}}$$

em que,

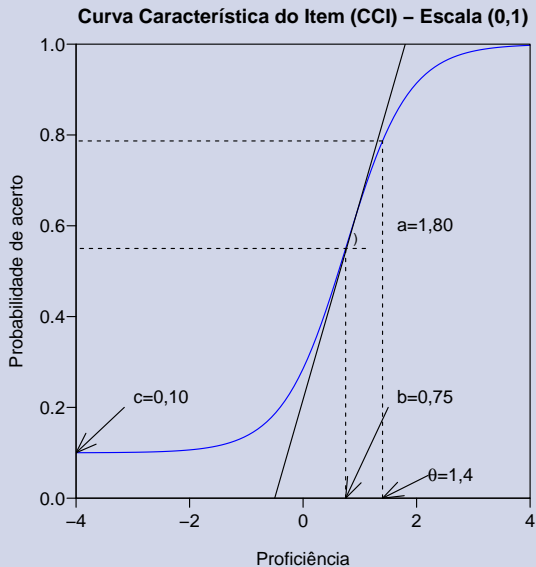
$P(U_{ij} = 1 | \theta_j, a_i, b_i, c_i)$  é a probabilidade do indivíduo  $j$  com habilidade  $\theta_j$  acertar o item  $i$ ;

$b_i$  é o parâmetro de dificuldade (ou de posição) do item  $i$ , medido na mesma escala de habilidade;

$a_i$  é o parâmetro de discriminação (ou inclinação) do item  $i$ , com valor proporcional à inclinação da Curva Característica do Item no ponto  $b_i$ ;

$c_i$  é o parâmetro do item que representa a probabilidade de indivíduos com baixa habilidade responderem corretamente o item  $i$  (também chamado de probabilidade de acerto casual).

## Teoria da Resposta ao Item



## Modelo de Rasch

$$P(x_j = 1 | \theta, b_i) = \frac{e^{(\theta - b_i)}}{1 + e^{(\theta - b_i)}} \quad (1)$$

Observe que  $\theta$  e  $b_i$  devem estar na mesma escala.

teoricamente,

$$-\infty < \theta < \infty$$

e

$$-\infty < b_i < \infty$$

na prática, com métodos de estimação:

$$-4 < \theta < +4$$

e

$$-3 < b_i < +3$$



### Modelo logístico

No modelo de Rasch, o valor do coeficiente de discriminação  $a_i$  é 1 para qualquer item:

$$P(\theta) = \frac{1}{1 + e^{-a(\theta - b_i)}} \quad (2)$$

Observe que  $a$  não varia, é uma constante.

Apenas os valores de  $b_i$  variam de item para item.

### Modelo Logístico

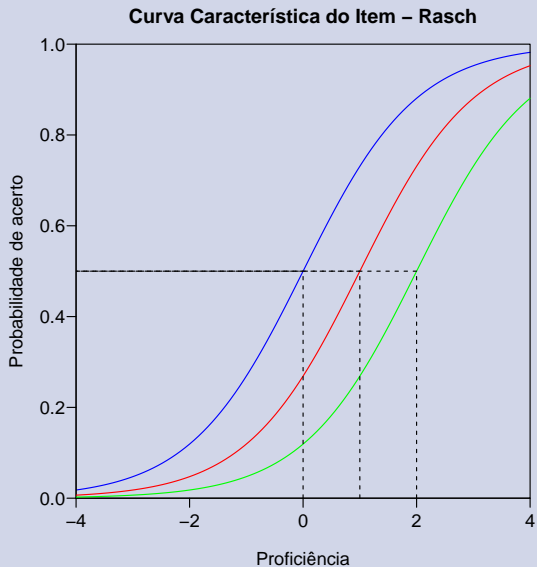
Considere um indivíduo com proficiência  $\theta = 0$  e um item com parâmetro de dificuldade  $b_1 = 1$ . Utilizando o modelo de Rasch a probabilidade de responder corretamente esse item poderia ser obtida por

$$P(x_{11} = 1 | \theta = 0, b_1 = 1) = \frac{e^{(0-1)}}{1 + e^{(0-1)}} = 0,2689$$

## Moledo de Rasch

- Em um gráfico, diferentes valores de  $\theta$  geram diferentes probabilidades;
- A linha, gerada pelo modelo 2 é chamada de **it curva característica do item (CCI)**.
- No modelo de Rasch:
  - As CCI's de dois itens diferentes nunca se cruzam;

## Teoria da Resposta ao Item



### Métrica Normal

- Uso da constante  $D = 1,702$ ;
- Maior custo computacional;

$$P(\theta|b_i) = \frac{1}{1 + e^{-1,702(\theta - b_i)}}$$

✓ Interpretação!!

### Modelo de 1 parâmetro

- Tanto em softwares quanto na literatura faz-se referência a este modelo;
- Semelhante ao modelo de Rasch mas o parâmetro  $a$  é **estimado**.