

Teorias de Avaliação - CE095

Adilson dos Anjos¹

¹Departamento de Estatística
Universidade Federal do Paraná
aanjos@ufpr.br

Curitiba, PR
11 de setembro de 2014

Teoria da Resposta ao Item –Modelo de dois parâmetros–

Suposições

- As mesmas para o modelo de 3 parâmetros;
 - 1 unidimensionalidade;
 - 2 independência local;

Suposições

- Sem acerto casual;
- Utilizado para itens que **não** são igualmente relacionados com o traço latente;
- Exemplos de aplicação:
 - ① Escala de **Atitude**;
 - ② Escala de **Personalidade**;
 - ③ Escala de **Escala de depressão**;
 - ④ **Questionário sobre altura**;

Modelo de dois parâmetros

Modelo de 2 parâmetros

$$P(U_{ij} = 1 | \theta_j, a_i, b_i) = \frac{e^{a_i(\theta_j - b_i)}}{1 + e^{a_i(\theta_j - b_i)}}$$

em que,

$P(U_{ij} = 1 | \theta_j, a_i, b_i)$ é a probabilidade do indivíduo j com habilidade θ_j acertar o item i ;

b_i é o parâmetro de dificuldade (ou de posição) do item i , medido na mesma escala de habilidade;

a_i é o parâmetro de discriminação (ou inclinação) do item i , com valor proporcional à inclinação da Curva Característica do Item no ponto b_i ;

Características

- No modelo de 2 parâmetros o coeficiente de dificuldade ainda indica a probabilidade de acerto de 50%;
- Teoricamente a_i pode assumir valores entre $+\infty$ e $-\infty$.
- Na prática, os valores de a_i desejáveis seriam entre 0,8 até 2,5;
- Valores de $a_i > 1,0$: desejável;
- O coeficiente a_i indica como um item pode diferenciar indivíduos em diferentes pontos da escala do traço latente;
- .

Modelo de dois parâmetros

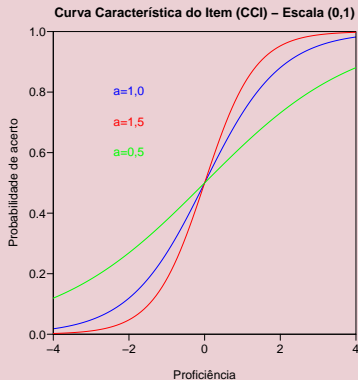
Diferentes valores de a :

Figura 1 : Curvas características dos itens para diferentes valores do coeficiente de discriminação a .

Características

- Valores negativos de a_i indicam que pessoas com um traço latente alto possuem baixa probabilidade de acertar o item e pessoas com um traço latente baixo possuem alta probabilidade de acertar o item;
- Itens com a_i negativos devem ser descartados;
 - 1 Verificar se não pode ser um erro de gabarito;
 - 2 Verificar se não há problemas no enunciado;
- 'Dificuldade' e 'Discriminação' são independentes um do outro;

Modelo de dois parâmetros

Diferentes valores negativos de a :

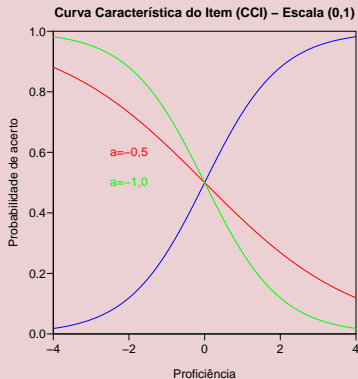


Figura 2 : Curvas características dos itens para valores **negativos** do coeficiente de discriminação a .

Exemplo: Dados sobre Altura

- ▶ Questionário sobre Altura com 14 itens (Tabela 1).
- ▶ 211 respostas, incluindo a altura em metros.
- ▶ Objetivo: obter uma estimativa da altura das pessoas.

Medindo altura com questionário

Tabela 1 : Questionário com itens para estimar a altura de pessoas.

Item	Descrição (pergunta): Assinale 1 para 'sim' e 0 para 'não'.
1	Na cama, eu frequentemente sinto frio nos pés.
2	Eu frequentemente desço as escadas de dois em dois degraus.
3	Eu acho que me daria bem em um time de basquete.
4	Como policial eu impressionaria muito.
5	Na maioria dos carros eu me sinto desconfortável.
6	Eu literalmente olho para meus colegas de cima para baixo
7	Você é capaz de pegar um objeto no alto de um armário sem usar escada?
8	Você abaixa quando vai passar por uma porta?
9	Você consegue guardar a bagagem no porta-malas do avião?
10	Você regula o banco do carro para trás?
11	Normalmente, quando você está andando de carona, lhe oferecem o banco da frente?
12	Quando você e várias outras pessoas vão tirar fotos, formando-se três fileiras, onde ninguém ficará agachado, você costuma ficar atrás?
13	Você tem dificuldade para se acomodar no ônibus?
14	Em uma fila, por ordem de tamanho, você é sempre colocado atrás?
15	

Modelo de 2 parâmetros

Resultado da calibração:

```
> altura.par$est
```

	[,1]	[,2]	[,3]
i1	0.30	2.519	0
i2	1.18	1.224	0
i3	1.47	1.244	0
i4	0.89	1.330	0
i5	2.21	1.091	0
i6	1.80	1.143	0
i7	4.09	-0.103	0
i8	1.11	2.642	0
i9	1.14	-0.788	0
i10	3.19	0.055	0
i11	1.16	0.427	0
i12	2.37	0.256	0
i13	1.74	0.829	0
i14	2.81	0.533	0

Modelo de 2 parâmetros

Curva Característica dos itens:

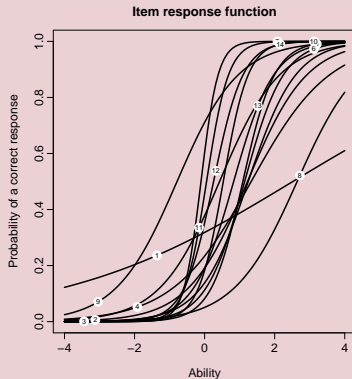


Figura 3 : Curva característica dos itens para os dados sobre altura.

Modelo de 2 parâmetros

Curva de informação dos itens:

A função de informação do item (*item information function*) permite analisar o quanto um item contém de informação sobre a medida de habilidade.

Para um modelo logístico unidimensional de 2 parâmetros, a função de informação do item pode ser escrita como:

$$I_i(\theta) = a_i^2 P_i(\theta) Q_i(\theta) \quad (1)$$

em que,

$I_i(\theta)$ é a informação fornecida pelo item i no nível de habilidade θ ;

$P_i(\theta) = P(X_{ij} = 1|\theta)$;

$Q_i(\theta) = 1 - P_i(\theta)$.

Observe a similaridade com o modelo de 1 parâmetro.

Modelo de 2 parâmetros

Curva de informação dos itens:

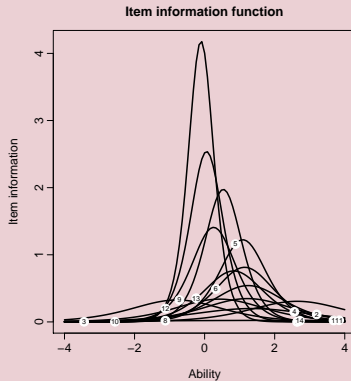


Figura 4 : Curva de informação dos itens para os dados sobre altura.

Modelo de 2 parâmetros

Curva de informação do teste:

Dada a independência entre os itens, a função de informação do teste (*test information function*) é a soma das informações fornecidas por cada item, que foram calibrados em uma mesma escala. A função de informação do teste é escrita como:

$$I(\theta) = \sum_{i=1}^I I_i(\theta)$$

Modelo de 2 parâmetros

Curva de informação do teste:

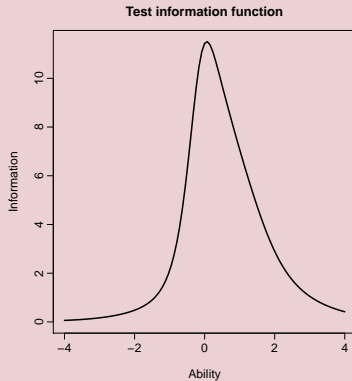


Figura 5 : Curva de informação do teste para os dados sobre altura.

Modelo de 2 parâmetros

Estimativa da habilidade (altura) : $\hat{\theta}$

Estimativa da habilidade:

	est	sem	n
[1,]	0.884	0.35	14
[2,]	-0.995	0.52	14
[3,]	0.721	0.32	14
[4,]	1.134	0.37	14
[5,]	0.016	0.28	14
[6,]	0.016	0.28	14

Modelo de 2 parâmetros

Respostas de Adilson e Dalton:

Estimando a altura:

```
> adilson<-c(1,0,0,1,1,0,1,0,1,1,1,1,1,1)
> dalton<-c(0,0,0,0,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0)
> resposta<-rbind(adilson,dalton)
> resposta
```

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	[,5]	[,6]	[,7]	[,8]	[,9]	[,10]	[,11]	
adilson	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	
dalton	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	
	[,12]	[,13]	[,14]									
adilson	1	1	1									
dalton	1	0	0									

Modelo de 2 parâmetros

Estimando o traço latente:

```
> theta.resposta  
  
      est  sem  n  
[1,] 1.21 0.38 14  
[2,] 0.22 0.31 14
```

Modelo de 2 parâmetros

Correlação entre altura e traço latente:

```
> x<-altura.sco[,1] # theta estimado de cada pessoa  
> y<-altura$altura # altura de cada pessoa  
> cor(x,y)  
  
[1] 0.8
```

Modelo de 2 parâmetros

```
> plot(x,y,xlab='Traço latente',ylab='altura em metros')
```

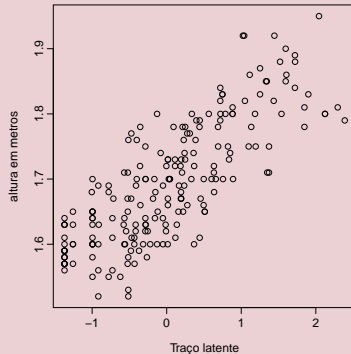


Figura 6 : Gráfico de dispersão entre o traço latente estimado de cada pessoa (x) e sua altura em metros (y) .

Escala

- Interpretação do traço latente (altura);
- Critérios para interpretar a escala?
 - 1 Itens âncora
 - 2 Níveis âncora