

MA091: Análise Sensorial

Adilson dos Anjos

Mônica de Caldas Rosa dos Anjos

última atualização: 5 de novembro de 2015

1 Análise de Variância

Quando avalia-se mais do que dois tratamentos, e a variável resposta é do tipo contínua, pode-se utilizar a análise de variância (ANOVA) para estudar se há ou não diferenças entre os tratamentos. Na ANOVA, verifica-se se há ou não evidência de haver diferença entre tratamentos. Caso a hipótese nula seja rejeitada, utiliza-se um teste de comparação de médias para identificar-se quais são as médias de tratamentos que diferem.

A análise de variância é baseada no delineamento experimental utilizado. Em geral, pode-se utilizar o delineamento completamente casualizado ou o delineamento em blocos completos casualizados. Há ainda o delineamento em blocos incompletos, que não serpa abordado nesse texto.

O **delineamento completamente casualizado (DCC)** é utilizado quando todas as unidades experimentais são homogêneas. Isto significa que em todo o experimento, a única fonte de variação (erro) conhecida é devida aos tratamentos. Já, para o **delineamento em blocos completos casualizados (BCC)** existe pelo menos uma fonte de erro conhecida. Por exemplo, em um experimento, pode-se saber, a priori, que existem diferenças entre os julgadores com relação a sua capacidade de avaliação de características dos tratamentos. Nesse caso, sabe-se, a priori, que as diferenças entre julgadores podem afetar o resultado final do experimento. Por isso, utiliza-se um delineamento em blocos completos casualizados para controlar essa fonte de variação.

As hipóteses que estão sendo testadas para tratamentos são:

$$\begin{cases} H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_I = 0 \\ H_1 : \tau_i \neq 0 \text{ para pelo menos um } i \end{cases}$$

1.1 Modelo Estatístico e Análise de Variância

Nesse curso será apresentado o Delineamento em blocos completos casualizados (BCC). Esse delineamento é uma dos mais frequentes, uma vez que, em experimentos de análise sensorial são utilizados julgadores que podem possuir diferentes critérios de julgamento, principalmente quando não são treinados. As observações, oriundas deste delineamento, seguem um modelo da seguinte forma:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \epsilon_{ij} \quad (1)$$

onde

y_{ij} é o valor de uma observação correspondente ao j-ésimo bloco do i-ésimo tratamento;

τ_i é o efeito do i-ésimo tratamento;

β_j é o efeito do j-ésimo bloco;

ϵ_{ij} é o erro experimental associado ao j-ésimo bloco do i-ésimo tratamento com $\epsilon_{ij} \stackrel{IID}{\sim} N(0, \sigma^2)$.

O esquema da análise de variância é dado da seguinte forma:

Causas de Variação	GL	Soma de Quadrados	Quadrados Médios	F
Blocos	J-1	SQBlocos	QMBlocos	QMBlocos/QMRes
Tratamentos	I-1	SQTrat	QMTrat	QMTrat/QMRes
Resíduo	(I-1)(J-1)	SQRes	QMRes	
Total	IJ-1	SQTotal		

1.2 Pressupostos da ANOVA

A análise de variância é válida quando alguns pressupostos são satisfeitos. Esses pressupostos consideram que os erros devem ter uma distribuição Normal, que a variação entre tratamentos deve ser homogênea (homocedasticidade) e que os erros devem ser independentes.

A verificação desses pressupostos pode ser feita com uso de gráficos e/ou testes específicos. Estes testes serão vistos no exemplo desse capítulo.

1.3 Teste F

O teste F é o quociente entre os quadrados médios de tratamentos e do resíduo. Esse quociente tem uma distribuição F com n_1 =graus de liberdade associados ao tratamento e n_2 =graus de liberdade associados ao resíduo. Após calculado o valor de F, compara-se com o valor de F tabelado, para algum nível de significância α desejado ou através do p-valor.

Se $F_{cal} > F_{tab}$, rejeita-se a hipótese de nulidade H_0 , ou seja, existe evidência de diferença significativa entre pelo menos um contraste entre médias de tratamentos, ao nível α de significância escolhido. Caso contrário, não se rejeita a hipótese de nulidade H_0 , ou seja, não existe diferença significativa entre tratamentos, ao nível α de significância escolhido.

Se $p\text{-valor} < \alpha$, rejeita-se a hipótese de nulidade H_0 . Caso contrário, não se rejeita a hipótese de nulidade H_0 , ou seja, não há evidências de diferenças significativas entre os tratamentos, ao nível α de significância escolhido.

Quando se aplica o teste F em uma análise de variância, as hipóteses geralmente testadas são:

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_I \\ H_1 &: \mu_i \neq \mu_{i'} \text{ para pelo menos um par } (i, i') \text{ com } i \neq i' \end{aligned}$$

ou, equivalentemente:

$$\begin{aligned} H_0 &: \text{não existe diferença entre as médias dos tratamentos;} \\ H_1 &: \text{pelo menos duas médias de tratamentos diferem entre si.} \end{aligned}$$

Quando se tem apenas dois tratamentos no experimento, o teste F pode ser visto como um teste de comparação de médias. Porém, quando existem mais de dois tratamentos, o teste F não responde qual é o melhor tratamento. Para isso, utilizam-se testes de comparação de médias ou contrastes.

Como regra geral, se a hipótese de nulidade não for rejeitada pelo teste F, não se procede a um teste de comparação de médias. Em caso contrário, pode-se utilizar algum teste de comparação de médias, para se obter mais informações a respeito das diferenças dos tratamentos utilizados.

1.4 Teste de Tukey

Após concluirmos que existe diferença significativa entre tratamentos, através do teste F, podemos estar interessados em avaliar a magnitude destas diferenças, através de um teste de comparações múltiplas.

O teste de Tukey permite testar qualquer contraste, sempre, entre duas médias de tratamentos, ou seja, não permite comparar grupos entre si.

O teste baseia-se na Diferença Mínima Significativa (DMS) Δ . A estatística do teste é dada da seguinte forma:

$$\Delta = q \sqrt{\frac{QMRes}{r}} \quad (2)$$

onde, q é a amplitude total studentizada, tabelada, $QMRes$ é o quadrado médio do resíduo, e r é o número de repetições. O valor de q depende do número de tratamentos e do número de graus de liberdade do resíduo. Também, em um teste de comparações de médias, deve-se determinar um nível de significância α para o teste. Normalmente, utiliza-se o nível de 5% ou 1% de significância.

Como o teste de Tukey é, de certa forma, independente do teste F, é possível que, mesmo sendo significativo o valor de F calculado, não se encontrem diferenças significativas entre contrastes de médias.

Aplicando o teste de Tukey às médias dos tratamentos de um delineamento temos, por exemplo:

$$\Delta(5\%) = 3,85 \sqrt{\frac{0,00242}{8}} = 0,06696$$

$$q=3,85 \text{ e } \alpha = 0,05$$

Se o contraste for maior do que Δ , então as médias diferem ao nível α de significância.

Utilizar-se-á o método de letras para exemplificar o uso do teste, mas existem outras maneiras de representação como, por exemplo, o uso de tabelas ou barras.

Inicialmente, ordenam-se as médias de forma crescente ou decrescente, para facilitar as comparações. Coloca-se uma letra do alfabeto na primeira média (normalmente a letra 'a') e, em seguida, compara-se a diferença com as médias seguintes. Se a diferença for superior ao valor de $\Delta(5\%) = 0,06696$, a diferença entre duas médias será considerada significativa. A diferença entre duas médias é representada pela presença de letras diferentes. O resultado final é o seguinte:

\bar{G}	0,4393	a
\bar{C}	0,2213	b
\bar{L}	0,1794	b
\bar{A}	0,1711	b

Tem-se que, médias de crescimento, seguidas de letras iguais, não diferem significativamente entre si, pelo teste de Tukey ao nível de 5% de probabilidade.

No **R**, utilize o comando `TukeyHSD()`. Entre parênteses, insira o objeto onde a ANOVA está armazenada e entre aspas, o fator que se deseja testar, em geral, chamado de tratamentos ou `trat`: `TukeyHSD(obj.av, "trat")`

1.5 Teste de Dunnett

Utilizado para testar contrastes entre uma média de tratamento qualquer e um tratamento padrão ou controle ou testemunha (é importante que o tratamento controle faça parte do experimento).

A estatística do teste é dada por

$$d = t_d s(\hat{Y}_i)$$

onde t_d é tabelado em função dos graus de liberdade dos tratamentos e dos graus de liberdade do resíduo do experimento, a um determinado nível de significância α .

O procedimento do teste é o que segue:

1. Calcular a estimativa do contraste

$$|\hat{Y}_1| = |\hat{\mu}_1 - \hat{\mu}_c|$$

2. Estimar a variância do contraste

$$\widehat{Var}(\hat{Y}_i) = \left(\frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_c} \right) s^2$$

onde s^2 é uma estimativa da variância do experimento \Rightarrow QMRes.

3. Estimar o erro padrão

$$s(\hat{Y}_i) = \sqrt{\widehat{Var}(\hat{Y}_i)}$$

4. Calcular a estatística do teste

5. Testar a hipótese

Se $|\hat{Y}_i| > d \Rightarrow$ Rejeita-se H_0

Se $|\hat{Y}_i| \leq d \Rightarrow$ Não se rejeita H_0

1.6 Exemplo

Considere o seguinte conjunto de dados, onde foram obtidas as notas sobre o sabor de 3 diferentes tipos de patês (tabela 1). Neste experimento, os blocos foram os diferentes provadores (pessoas). Cada provador forneceu um nota de zero a dez pela qualidade do sabor.

Tabela 1: Notas de zero a dez para três diferentes tipos de patês.

Blocos	Tratamentos			Total
	1	2	3	
Pessoa 1	5,1	8,5	9,0	22,6
Pessoa 2	7,6	7,2	9,2	24,0
Pessoa 3	6,0	9,0	9,0	24,0
Pessoa 4	4,1	7,9	9,5	21,5
Pessoa 5	6,2	8,1	9,4	23,7
Pessoa 6	7,5	9,9	8,2	25,6
Pessoa 7	5,8	7,1	8,2	21,1
Pessoa 8	5,5	8,8	10,0	24,3
Pessoa 9	7,3	8,5	8,3	24,1
Pessoa 10	6,9	7,1	8,9	22,9
Total	62,0	82,1	89,7	233,8

1.6.1 Hipóteses

As hipóteses testadas neste experimento são:

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 \quad (3)$$

$$H_1 : \tau_i \neq \tau_{i'} \text{ para pelo menos um par } i \neq i' \quad (4)$$

ou

$$H_0 : \tau_i = 0 \quad (5)$$

$$H_1 : \tau_i \neq 0 \text{ para pelo menos um } i \quad (6)$$

O efeito de blocos é considerado, em geral, como sendo um efeito aleatório. Neste exemplo, as pessoas foram selecionadas ao acaso.

$$H_0 : \sigma_\beta^2 = 0 \quad (7)$$

$$H_1 : \sigma_\beta^2 \neq 0 \quad (8)$$

A interpretação do teste F para blocos pode indicar o uso ou não de blocos em um experimento posterior. Observe que, devido a natureza do experimento (tipos de tratamentos, por exemplo) e dos julgadores, a necessidade do uso de blocos deverá sempre ser avaliada, mesmo que, em um experimento anterior tenha-se indícios da não necessidade do uso de blocos.

1.6.2 Cálculos para Análise de Variância

As somas de quadrados são dadas da seguinte forma:

$$SQ_{Total} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J y_{ij}^2 - \frac{(\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J y_{ij})^2}{IJ} = (5,1^2 + 7,6^2 + \dots + 8,9^2) - \frac{(233,8)^2}{30} = 63,439$$

$$SQ_{Tratamentos} = \frac{\sum_{i=1}^I T_i^2}{J} - \frac{(\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J y_{ij})^2}{IJ} = \frac{62,0^2 + 82,1^2 + 89,7^2}{10} - \frac{(233,8)^2}{30} = 40,969$$

$$SQ_{Blocos} = \frac{\sum_{j=1}^J B_j^2}{I} - \frac{(\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J y_{ij})^2}{IJ} = \frac{22,6^2 + \dots + 22,9^2}{3} - \frac{(233,8)^2}{30} = 5,579$$

A Soma de Quadrados do resíduo é obtida por diferença:

$$SQ_{Res} = SQ_{Total} - SQ_{Trat} - SQ_{Blocos} = 63,439 - 5,579 - 40,969 = 16,891.$$

O F calculado para tratamentos é comparado com o Ftabelado, com 2 e 18 graus de liberdade, na tabela de F:

Ftabelado a 5% = 3,55

Ftabelado a 1% = 6,01

Os cálculos podem ser resumidos no quadro de análise de variância (tabela 2):

** Significativo ao nível de 1% de probabilidade.

Conclusão da análise de variância:

Tabela 2: Tabela da análise de variância para o exemplo sobre patês.

Causas de Variação	GL	Soma de Quadrados	Quadrados Médios	F calculado
Blocos (Prov.)	J-1=9	5,579	0,620	0,6605
Tratamentos	I-1=2	40,969	20,484	21,8288**
Resíduo	(t-1)(r-1)=18	16,891	0,938	
Total	tr-1=23	54,51		

De acordo com o teste F, houve diferença significativa ao nível de 1% de probabilidade entre os tratamentos, com relação ao sabor dos patês. Rejeita-se, portanto, a hipótese de nulidade H_0 .

1.6.3 Teste de Comparações Múltiplas

Para um experimento conduzido em um delineamento em blocos completos casualizados, podem ser usados quaisquer testes de comparações múltiplas, da maneira usual.

Análise no R

O objetivo desta análise é utilizar o software **R** para realizar a análise de variância de um experimento conduzido no Delineamento em Blocos Completos Casualizados.

O arquivo de dados

Serão utilizados os dados do experimento sobre o sabor de patês (1), conduzido no Delineamento em Blocos Completos Casualizados. A variável resposta é uma nota de 0 a 10.

A seguir, são apresentados os comandos para a análise do experimento. Procure entender o que cada comando executa, e compare as saídas com os resultados

apresentados no livro.

O arquivo de dados deve ser copiado para o seu diretório de trabalho com `read.table()` ou os dados podem ser digitados com uso da função `scan()`.

```
> sabor <- scan()
1: 5.1
2: 7.6
3: 6.0
...
30: 8.9
31:
Read 48 items
```

Agora, vamos montar um `data.frame` com os dados e os indicadores de blocos e tratamentos.

```
> pate <- data.frame(prov = factor(rep(1:10, 3)),
  trat=factor(rep(1:3, each=10)), resp=sabor)

#prov=provador ou bloco
```

Note que usamos a função `factor` para indicar que as variáveis, `prov` e `trat`, são níveis de fatores, e não valores numéricos.

Pode-se utilizar o comando `read.table()` para ler o arquivo de dados:

```
http://www.ufpr.br/~aanjos/MA091/pate.txt
```

```
> pate <- read.table("pate.txt", header=T)
> pate
```

Caso o arquivo esteja em outro diretório, deve-se colocar o caminho completo deste diretório no argumento de `read.table()` acima.

Explorando os dados

Algumas estatística descritivas podem ser obtidas dos dados.

```
> names(pate)
> summary(pate)
> attach(pate)
> plot(resp ~ trat + prov)

> pate.mt <- tapply(resp, trat, mean)
> pate.mt
> pate.mb <- tapply(resp, prov, mean)
> pate.mb

> plot.default(trat, resp)
> points(pate.mt, pch="x", col=2, cex=1.5)

> plot.default(prov, resp)
> points(pate.mb, pch="x", col=2, cex=1.5)
```

Nos gráficos e resultados acima, procuramos captar os principais aspectos dos dados, bem como verificar se não há interação entre blocos e tratamentos, o que não deve acontecer neste tipo de experimento.

A seguir, vamos ajustar o modelo e obter outros resultados, incluindo a análise de resíduos e testes, para verificar a validade dos pressupostos do modelo.

ANOVA e pressupostos

```
> pate.av <- aov(resp ~ prov + trat)
> anova(pate.av)
> names(pate.av)
```

Análise de resíduos

Graficamente, pode-se utilizar o “default” do **R**,

```
> par(mfrow=c(2,2))
```

```
> plot(pate.av)
```

ou avaliar a homocedasticidade, normalidade e independência, com os seguintes procedimentos:

```
> residuos <- residuals(pate.av)
> par(mfrow=c(2,2))

> plot(pate$trat,residuos)
> title("Resíduos vs Estágios \n Homocedasticidade")

> preditos <- (pate.av$fitted.values)

> plot(residuos,preditos)
> title("Resíduos vs Preditos \n Independência")

> qqnorm(residuos,ylab="Residuos", main=NULL)
> qqline(residuos)
> title("Grafico Normal de \n Probabilidade dos Resíduos")

> par(mfrow=c(2,1))

> respad <- (residuos/sqrt(anova(pate.av)$"Mean Sq"[3]))
> boxplot(respad)
> title("Resíduos Padronizados - outliers")

> plot(pate$prov,residuos)
> title("Resíduos vs Blocos")
```

Pode-se fazer um teste para Normalidade dos resíduos:

```
> shapiro.test(residuos)
```

Observe que não há problemas com esses dados.

Teste para Comparações Múltiplas

Como não foi detectado efeito de tratamentos, não há necessidade de se fazer um teste de comparações múltiplas.

Caso isso fosse necessário, o teste poderia ser realizado da seguinte maneira:

```
> pate.tk <- TukeyHSD(pate.av, "trat", ord=T)
> pate.tk
> plot(pate.tk)
> detach(pate) # retirar o objeto do caminho (path)
```

Utilizando o pacote multcomp

No R há o pacote `multcomp` que realiza alguns testes de comparações múltiplas. Entre eles, o teste de Tukey e o teste de Dunnett.

Inicialmente, deve-se carregar o pacote:

```
> require(multcomp)
```

Em seguida, utiliza-se a função `glht()`:

```
> summary(glht(pate.av, linfct = mcp(trat = "Tukey")))
> summary(glht(pate.av, linfct = mcp(trat = "Dunnett")))
```

1.1 Exercício

Analisar os dados da tabela abaixo (Dutcosky, 2013):

Avaliador	Marca A	Marca B	Marca C
av1	1,97	8,03	6,34
av2	1,77	7,90	6,30
av3	1,93	8,00	5,80
av4	1,93	8,20	4,87
av5	2,10	8,45	5,60
av6	1,65	8,66	4,92
av7	1,20	8,52	6,34
av8	1,35	7,88	6,55
av9	5,73	2,31	8,90
av10	1,54	8,35	4,99
av11	1,55	8,45	6,20
av12	1,91	7,95	6,23

- Obter a média e desvio padrão de cada tratamento;
- Obter o quadro da ANOVA e interpretar os resultados;
- Avaliar os pressupostos e *outliers*;
- Se necessário, fazer um teste de comparações múltiplas.