

Equações diferenciais

Ademir Alves Ribeiro

Junho / 2007



1 Equações diferenciais

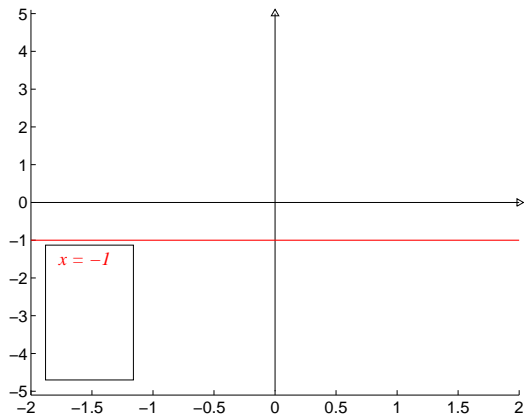
Exemplo 1: $x' = x^2 - 1$

- Soluções constantes: $x(t) = -1$ e $x(t) = 1$
- Soluções não constantes:

$$\frac{dx}{x^2 - 1} = dt \rightarrow \int \frac{dx}{x^2 - 1} = \int dt \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \int \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) dx = t + k \rightarrow \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| = 2t + 2k \rightarrow$$

$$x(t) = \frac{1 + ce^{2t}}{1 - ce^{2t}}$$

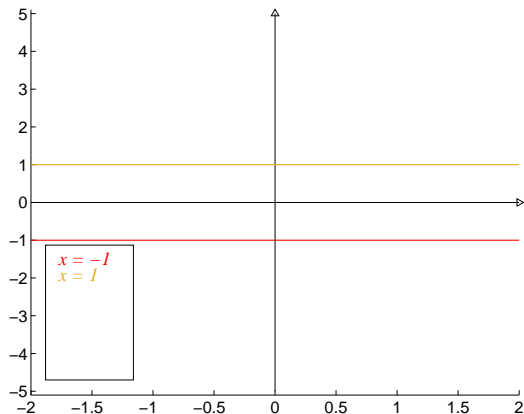
Exemplo 1: $x' = x^2 - 1$ 

Constantes

$$x(t) = -1,$$
$$x(t) = 1$$

Não constantes

$$x(t) = \frac{1 + ce^{2t}}{1 - ce^{2t}}$$

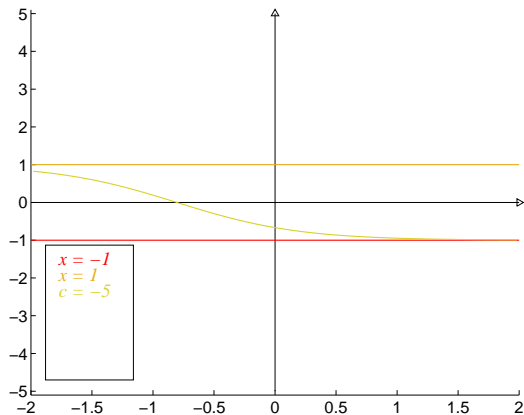
Exemplo 1: $x' = x^2 - 1$ 

Constantes

$$x(t) = -1,$$
$$x(t) = 1$$

Não constantes

$$x(t) = \frac{1 + ce^{2t}}{1 - ce^{2t}}$$

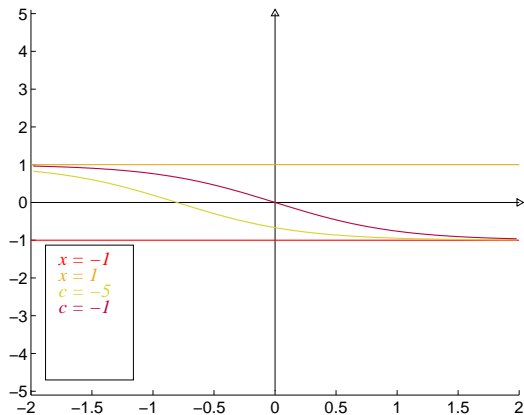
Exemplo 1: $x' = x^2 - 1$ 

Constantes

$$x(t) = -1,$$
$$x(t) = 1$$

Não constantes

$$x(t) = \frac{1 + ce^{2t}}{1 - ce^{2t}}$$

Exemplo 1: $x' = x^2 - 1$ 

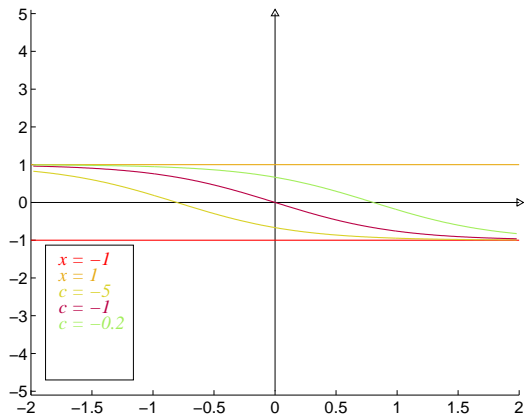
Constantes

$$x(t) = -1,$$

$$x(t) = 1$$

Não constantes

$$x(t) = \frac{1 + ce^{2t}}{1 - ce^{2t}}$$

Exemplo 1: $x' = x^2 - 1$ 

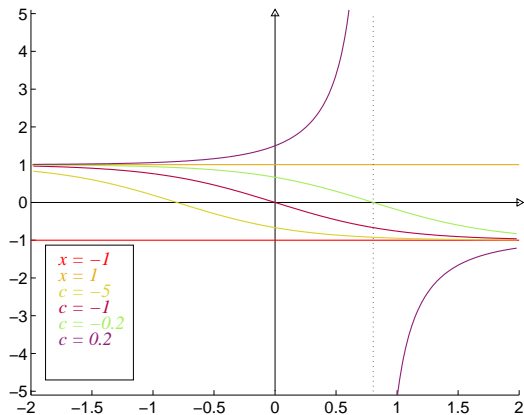
Constantes

$$x(t) = -1,$$

$$x(t) = 1$$

Não constantes

$$x(t) = \frac{1 + ce^{2t}}{1 - ce^{2t}}$$

Exemplo 1: $x' = x^2 - 1$ 

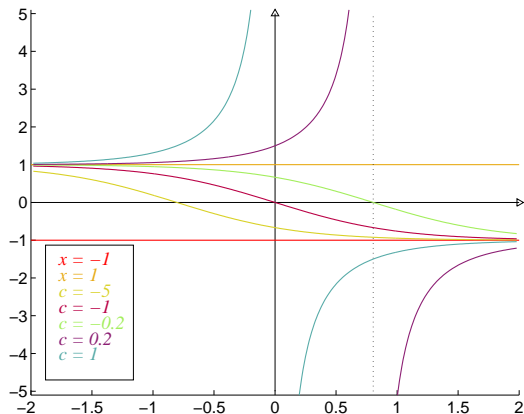
Constantes

$$x(t) = -1,$$

$$x(t) = 1$$

Não constantes

$$x(t) = \frac{1 + ce^{2t}}{1 - ce^{2t}}$$

Exemplo 1: $x' = x^2 - 1$ 

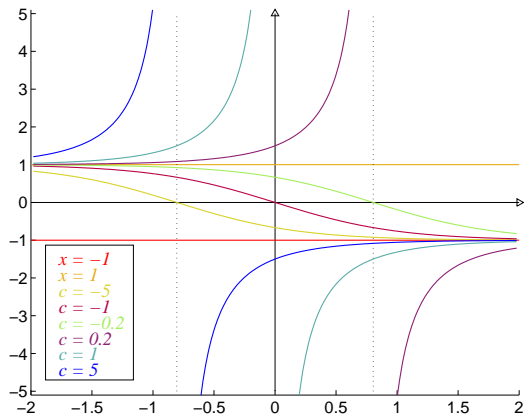
Constantes

$$x(t) = -1,$$

$$x(t) = 1$$

Não constantes

$$x(t) = \frac{1 + ce^{2t}}{1 - ce^{2t}}$$

Exemplo 1: $x' = x^2 - 1$ 

Constantes

$$x(t) = -1,$$

$$x(t) = 1$$

Não constantes

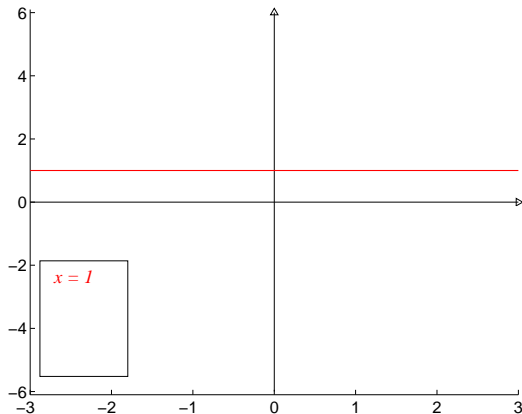
$$x(t) = \frac{1 + ce^{2t}}{1 - ce^{2t}}$$

Exemplo 2: $x' = 2(x - 1)^2 t$

- Solução constante: $x(t) = 1$
- Soluções não constantes:

$$\frac{dx}{(x-1)^2} = 2t dt \rightarrow \int \frac{dx}{(x-1)^2} = \int 2t dt \rightarrow$$

$$-\frac{1}{x-1} = t^2 + c \rightarrow x(t) = 1 - \frac{1}{t^2 + c}$$

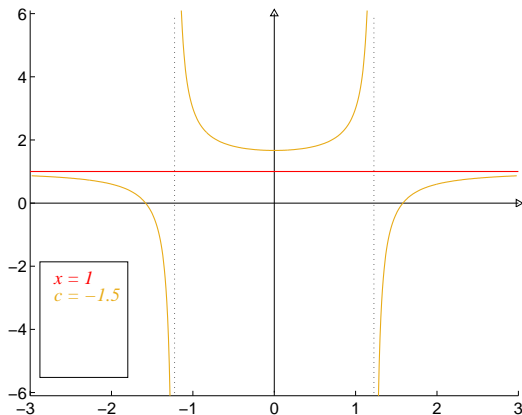
Exemplo 2: $x' = 2(x - 1)^2 t$ 

Constante

$$x(t) = 1$$

Não constantes

$$x(t) = 1 - \frac{1}{t^2 + c}$$

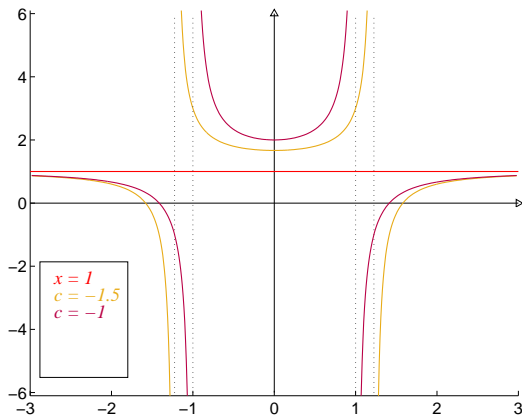
Exemplo 2: $x' = 2(x-1)^2 t$ 

Constante

$$x(t) = 1$$

Não constantes

$$x(t) = 1 - \frac{1}{t^2 + c}$$

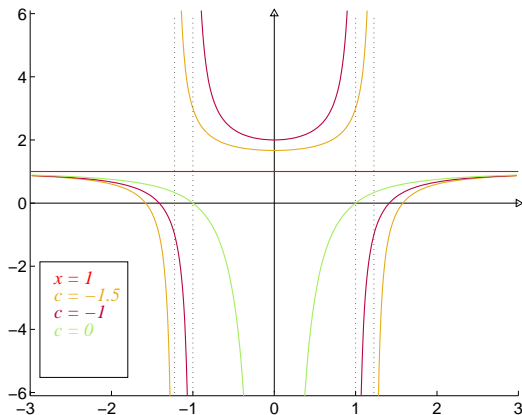
Exemplo 2: $x' = 2(x-1)^2 t$ 

Constante

$$x(t) = 1$$

Não constantes

$$x(t) = 1 - \frac{1}{t^2 + c}$$

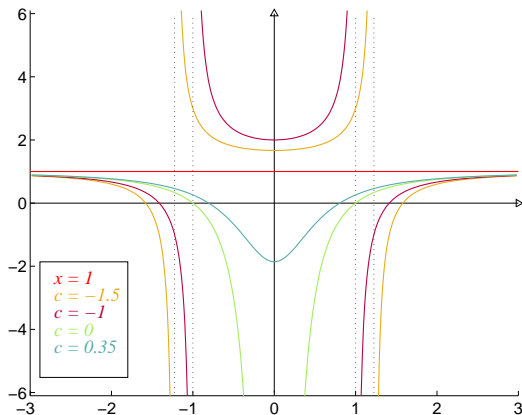
Exemplo 2: $x' = 2(x-1)^2 t$ 

Constante

$$x(t) = 1$$

Não constantes

$$x(t) = 1 - \frac{1}{t^2 + c}$$

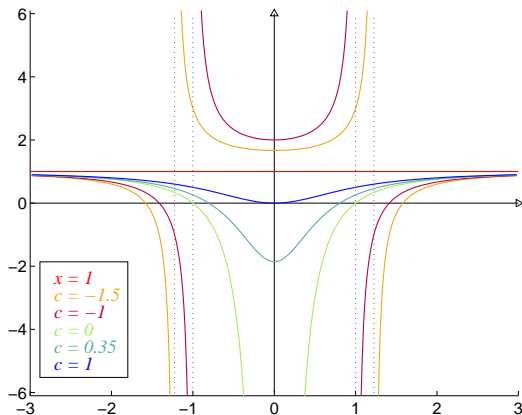
Exemplo 2: $x' = 2(x-1)^2 t$ 

Constante

$$x(t) = 1$$

Não constantes

$$x(t) = 1 - \frac{1}{t^2 + c}$$

Exemplo 2: $x' = 2(x-1)^2 t$ 

Constante

$$x(t) = 1$$

Não constantes

$$x(t) = 1 - \frac{1}{t^2 + c}$$

Exemplo 3: $x' = tx/(1+t^2)$

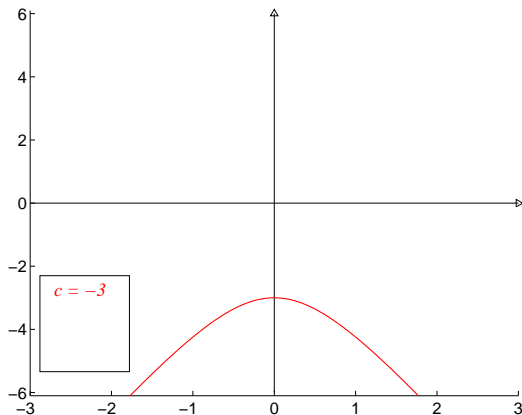
- Solução constante: $x(t) = 0$
- Soluções não constantes:

$$\frac{dx}{x} = \frac{tdt}{1+t^2} \rightarrow \int \frac{dx}{x} = \int \frac{tdt}{1+t^2} \rightarrow$$

$$\ln|x| = \frac{1}{2} \ln(1+t^2) + k \rightarrow |x| = e^k \sqrt{1+t^2} \rightarrow$$

$$x(t) = c\sqrt{1+t^2}$$

Exemplo 3: $x' = tx/(1+t^2)$

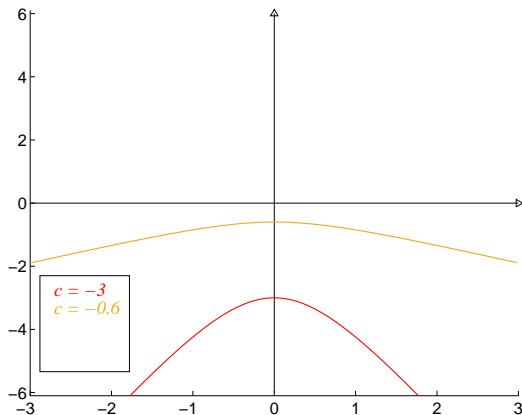


Constante

$$x(t) = 0$$

Não constantes

$$x(t) = c\sqrt{1+t^2}$$

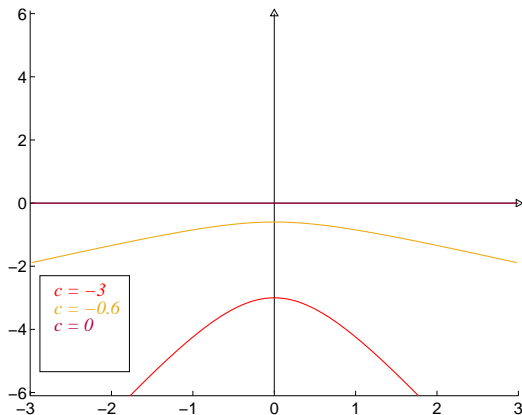
Exemplo 3: $x' = tx/(1+t^2)$ 

Constante

$$x(t) = 0$$

Não constantes

$$x(t) = c\sqrt{1+t^2}$$

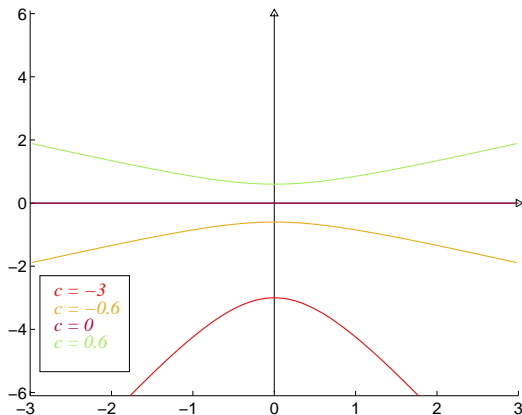
Exemplo 3: $x' = tx/(1+t^2)$ 

Constante

$$x(t) = 0$$

Não constantes

$$x(t) = c\sqrt{1+t^2}$$

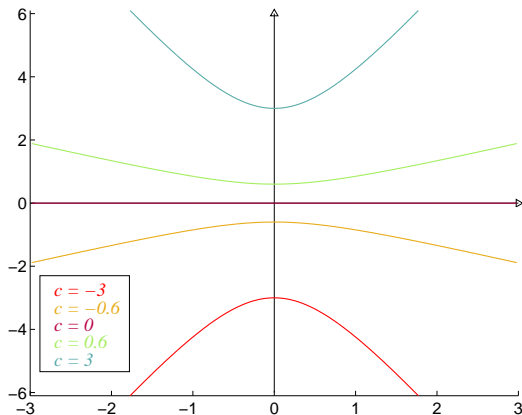
Exemplo 3: $x' = tx/(1+t^2)$ 

Constante

$$x(t) = 0$$

Não constantes

$$x(t) = c\sqrt{1+t^2}$$

Exemplo 3: $x' = tx/(1+t^2)$ 

Constante

$$x(t) = 0$$

Não constantes

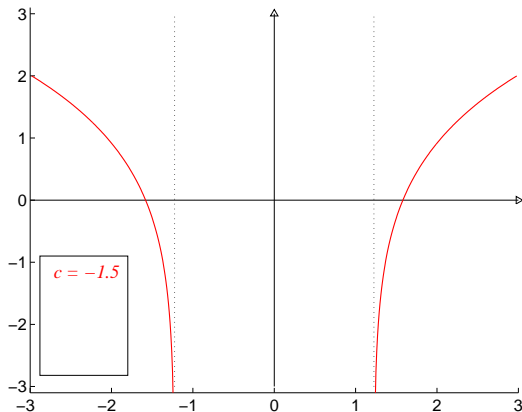
$$x(t) = c\sqrt{1+t^2}$$

Exemplo 4: $x' = 2te^{-x}$

- Soluções:

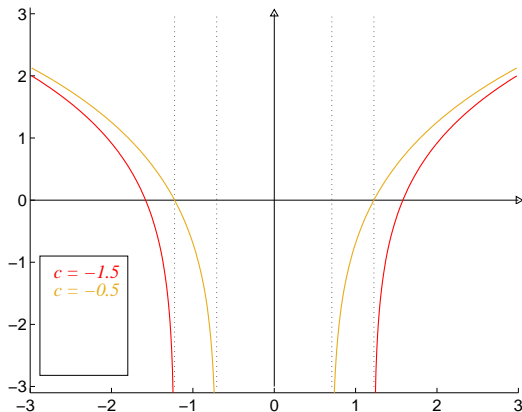
$$e^x dx = 2t dt \rightarrow \int e^x dx = \int 2t dt \rightarrow e^x = t^2 + c \rightarrow$$

$$x(t) = \ln(t^2 + c)$$

Exemplo 4: $x' = 2te^{-x}$ 

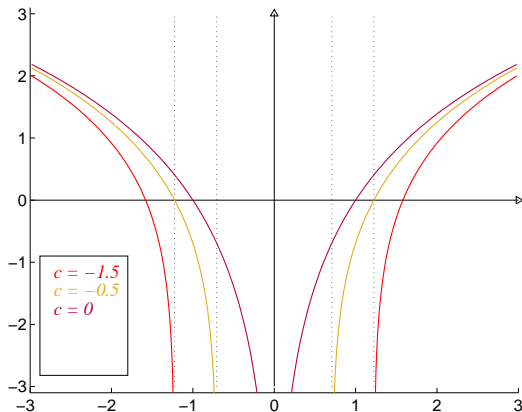
Soluções

$$x(t) = \ln(t^2 + c)$$

Exemplo 4: $x' = 2te^{-x}$ 

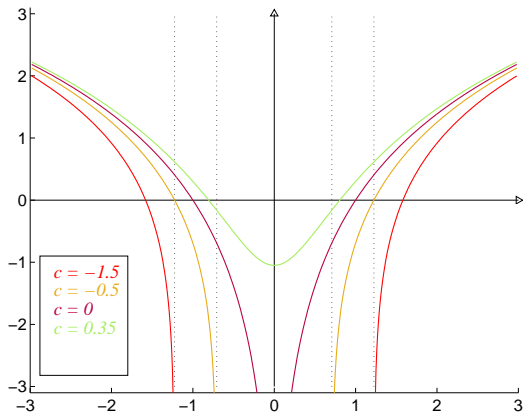
Soluções

$$x(t) = \ln(t^2 + c)$$

Exemplo 4: $x' = 2te^{-x}$ 

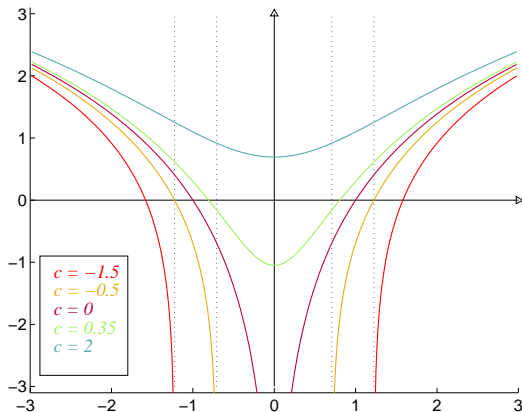
Soluções

$$x(t) = \ln(t^2 + c)$$

Exemplo 4: $x' = 2te^{-x}$ 

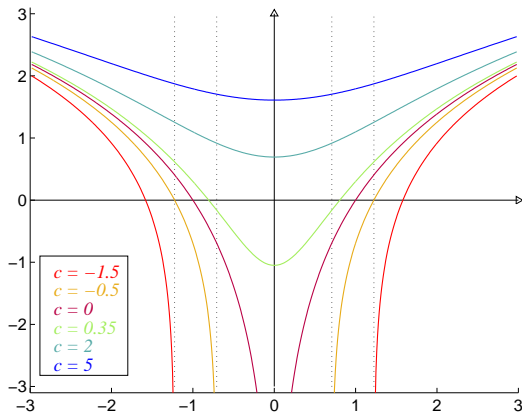
Soluções

$$x(t) = \ln(t^2 + c)$$

Exemplo 4: $x' = 2te^{-x}$ 

Soluções

$$x(t) = \ln(t^2 + c)$$

Exemplo 4: $x' = 2te^{-x}$ 

Soluções

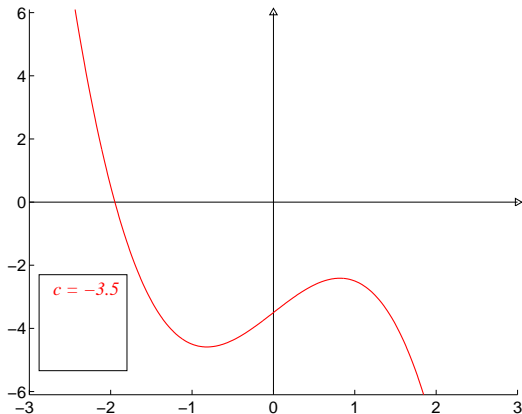
$$x(t) = \ln(t^2 + c)$$

Exemplo 5: $x' = -3t^2 + 2$

- Soluções:

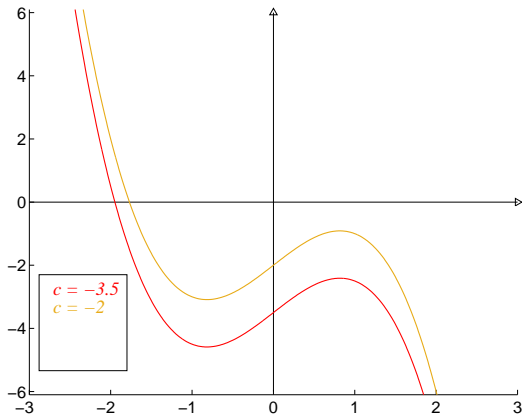
$$dx = (-3t^2 + 2)dt \rightarrow \int dx = \int (-3t^2 + 2)dt \rightarrow$$

$$x(t) = -t^3 + 2t + c$$

Exemplo 5: $x' = -3t^2 + 2$ 

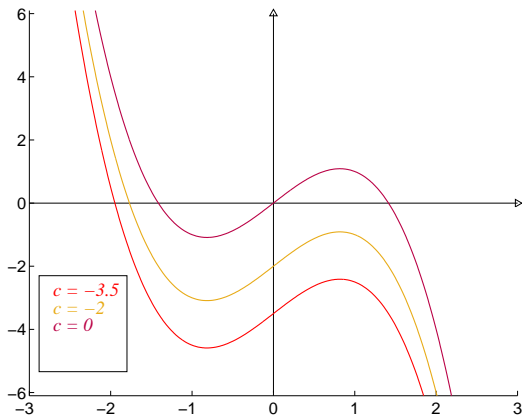
Soluções

$$x(t) = -t^3 + 2t + c$$

Exemplo 5: $x' = -3t^2 + 2$ 

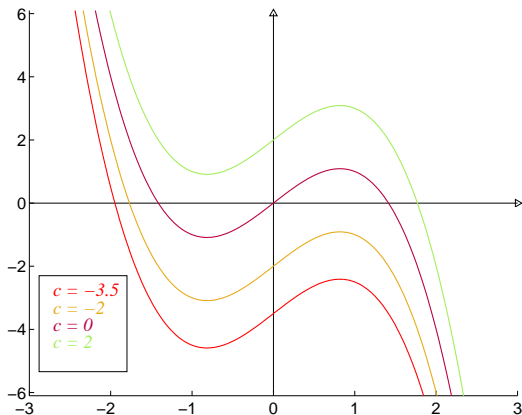
Soluções

$$x(t) = -t^3 + 2t + c$$

Exemplo 5: $x' = -3t^2 + 2$ 

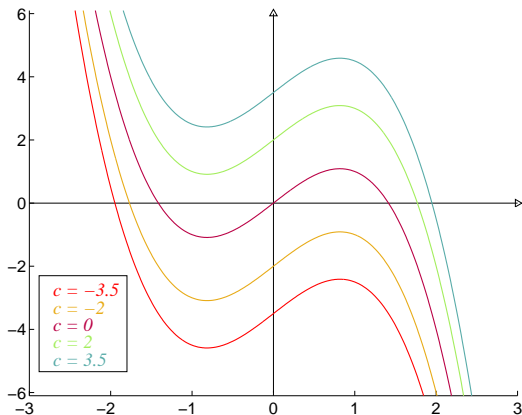
Soluções

$$x(t) = -t^3 + 2t + c$$

Exemplo 5: $x' = -3t^2 + 2$ 

Soluções

$$x(t) = -t^3 + 2t + c$$

Exemplo 5: $x' = -3t^2 + 2$ 

Soluções

$$x(t) = -t^3 + 2t + c$$