Cônicas - Parte 2

Ademir Alves Ribeiro

2021

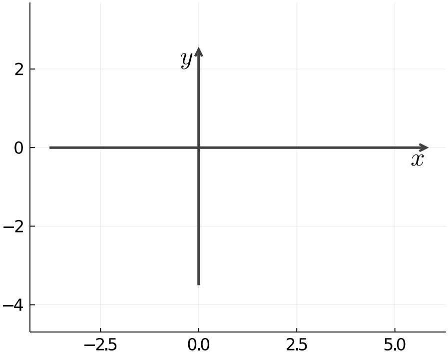
https://youtu.be/lHRBx8785fE

Tópicos desta discussão

- Translação e rotação de coordenadas
- Equação geral do segundo grau

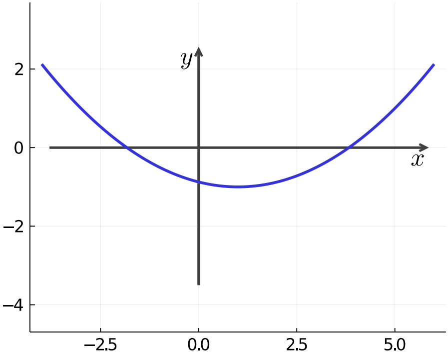
Mudança de coordenadas - motivação 1

- Considere no plano o sistema xOy;



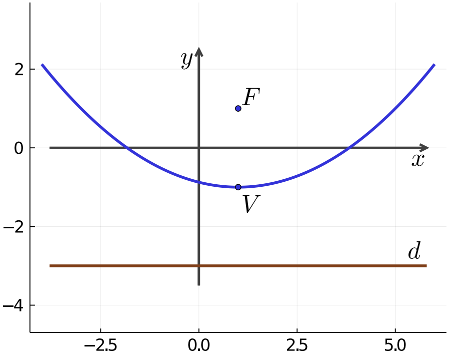
Mudança de coordenadas - motivação 1

- Considere no plano o sistema xOy;
- Determine o foco, vértice e diretriz da parábola $y = \dfrac{x^2 - 2x - 7}{8}$.



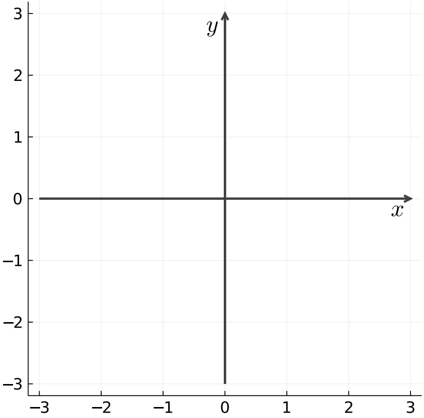
Mudança de coordenadas - motivação 1

- Considere no plano o sistema xOy;
- Determine o foco, vértice e diretriz da parábola $y = \dfrac{x^2 - 2x - 7}{8}$.



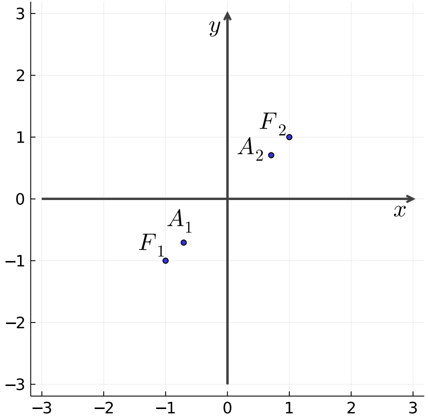
Mudança de coordenadas - motivação 2

- Considere no plano o sistema xOy;



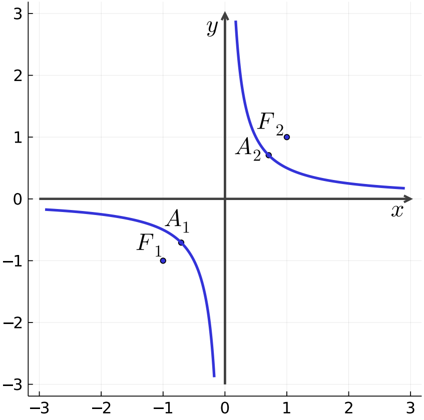
Mudança de coordenadas - motivação 2

- Considere no plano o sistema xOy;
- $F_1 = (-1, -1), \;\; F_2 = (1, 1)$;
- $A_1 = (-\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2), \;\; A_2 = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$;



Mudança de coordenadas - motivação 2

- Considere no plano o sistema xOy;
- $F_1 = (-1,-1), \quad F_2 = (1,1)$;
- $A_1 = (-\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2), \quad A_2 = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$;
- Obtenha a equação da hipérbole com estes elementos.

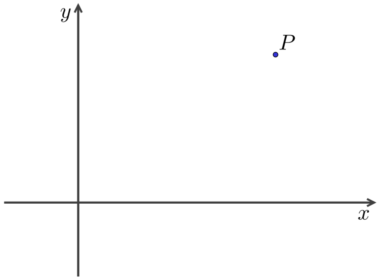


Mudança de coordenadas - translação

Mudança de coordenadas - translação

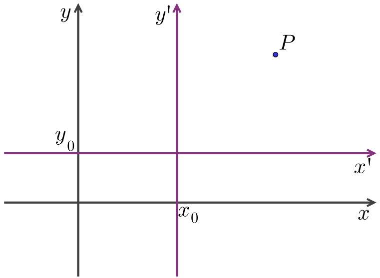
Fórmulas de translação

Considere no plano o sistema xOy e um ponto P.



Fórmulas de translação

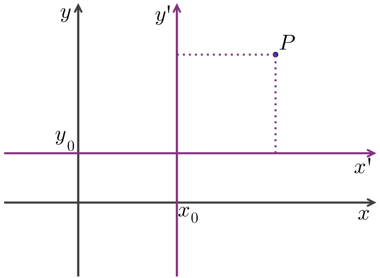
Considere no plano o sistema xOy e um ponto P. Tome um novo sistema de coordenadas, $x'O'y'$, transladado para $O' = (x_0, y_0)$.



Mudança de coordenadas - translação

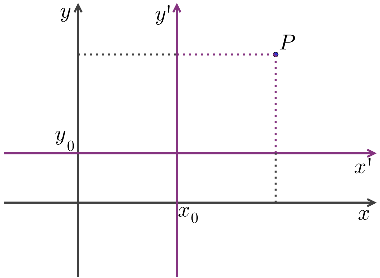
Fórmulas de translação

Considere no plano o sistema xOy e um ponto P. Tome um novo sistema de coordenadas, $x'O'y'$, transladado para $O' = (x_0, y_0)$. Qual a relação entre as coordenadas de P em $x'O'y'$



Fórmulas de translação

Considere no plano o sistema xOy e um ponto P. Tome um novo sistema de coordenadas, $x'O'y'$, transladado para $O' = (x_0, y_0)$. Qual a relação entre as coordenadas de P em $x'O'y'$ e em xOy?

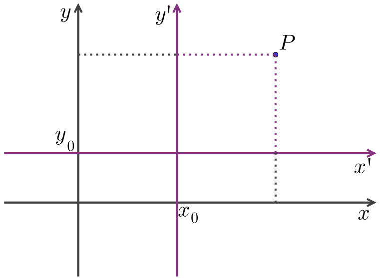


Mudança de coordenadas - translação

Fórmulas de translação

Considere no plano o sistema xOy e um ponto P. Tome um novo sistema de coordenadas, $x'O'y'$, transladado para $O' = (x_0, y_0)$. Qual a relação entre as coordenadas de P em $x'O'y'$ e em xOy?

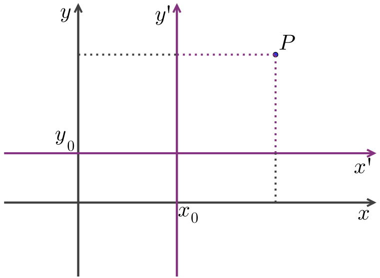
- $\begin{cases} x = x' + x_0 \\ y = y' + y_0 \end{cases}$;



Fórmulas de translação

Considere no plano o sistema xOy e um ponto P. Tome um novo sistema de coordenadas, $x'O'y'$, transladado para $O' = (x_0, y_0)$. Qual a relação entre as coordenadas de P em $x'O'y'$ e em xOy?

- $\begin{cases} x = x' + x_0 \\ y = y' + y_0 \end{cases}$;
- $\begin{cases} x' = x - x_0 \\ y' = y - y_0 \end{cases}$.

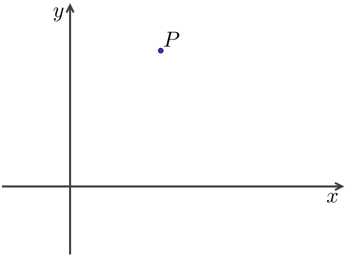


Mudança de coordenadas - rotação

Mudança de coordenadas - rotação

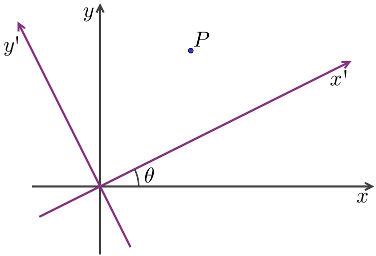
Fórmulas de rotação

Considere no plano o sistema xOy e um ponto P.



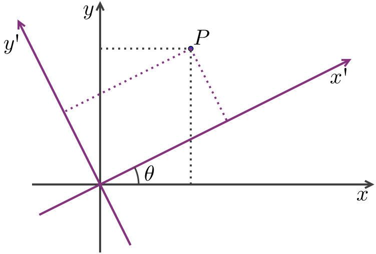
Fórmulas de rotação

Considere no plano o sistema xOy e um ponto P. Tome um novo sistema de coordenadas, $x'Oy'$, rotacionado de θ.



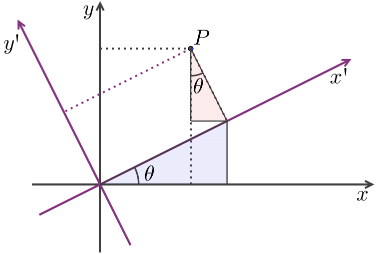
Fórmulas de rotação

Considere no plano o sistema xOy e um ponto P. Tome um novo sistema de coordenadas, $x'Oy'$, rotacionado de θ. Qual a relação entre as coordenadas de P em xOy e em $x'Oy'$?



Fórmulas de rotação

Considere no plano o sistema xOy e um ponto P. Tome um novo sistema de coordenadas, $x'Oy'$, rotacionado de θ. Qual a relação entre as coordenadas de P em xOy e em $x'Oy'$?

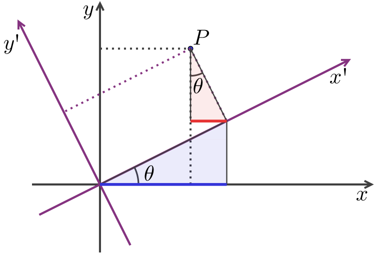


Mudança de coordenadas - rotação

Fórmulas de rotação

Considere no plano o sistema xOy e um ponto P. Tome um novo sistema de coordenadas, $x'Oy'$, rotacionado de θ. Qual a relação entre as coordenadas de P em xOy e em $x'Oy'$?

- $x' \cos\theta$, $y' \sin\theta$;

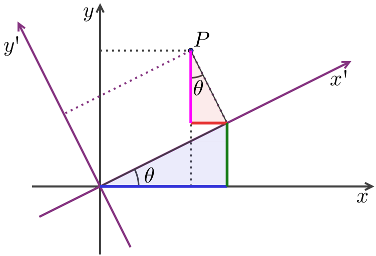


Mudança de coordenadas - rotação

Fórmulas de rotação

Considere no plano o sistema xOy e um ponto P. Tome um novo sistema de coordenadas, $x'Oy'$, rotacionado de θ. Qual a relação entre as coordenadas de P em xOy e em $x'Oy'$?

- $x'\cos\theta$, $y'\sin\theta$;
- $x'\sin\theta$, $y'\cos\theta$;

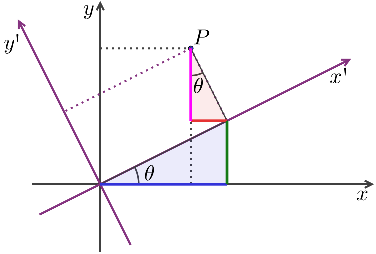


Mudança de coordenadas - rotação

Fórmulas de rotação

Considere no plano o sistema xOy e um ponto P. Tome um novo sistema de coordenadas, $x'Oy'$, rotacionado de θ. Qual a relação entre as coordenadas de P em xOy e em $x'Oy'$?

- $x'\cos\theta$, $y'\sin\theta$;
- $x'\sin\theta$, $y'\cos\theta$;
- $\begin{cases} x = x'\cos\theta - y'\sin\theta \\ y = x'\sin\theta + y'\cos\theta \end{cases}$;

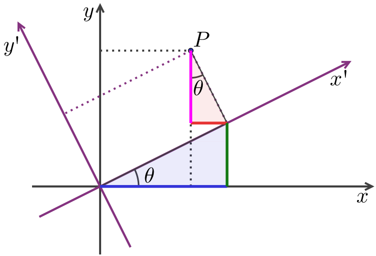


Mudança de coordenadas - rotação

Fórmulas de rotação

Considere no plano o sistema xOy e um ponto P. Tome um novo sistema de coordenadas, $x'Oy'$, rotacionado de θ. Qual a relação entre as coordenadas de P em xOy e em $x'Oy'$?

- $x' \cos\theta$, $y' \sin\theta$;
- $x' \sin\theta$, $y' \cos\theta$;
- $\begin{cases} x = x' \cos\theta - y' \sin\theta \\ y = x' \sin\theta + y' \cos\theta \end{cases}$;
- $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$;

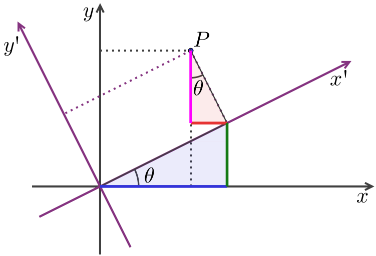


Mudança de coordenadas - rotação

Fórmulas de rotação

Considere no plano o sistema xOy e um ponto P. Tome um novo sistema de coordenadas, $x'Oy'$, rotacionado de θ. Qual a relação entre as coordenadas de P em xOy e em $x'Oy'$?

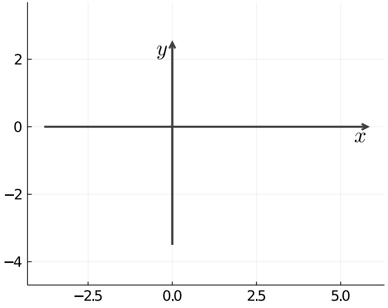
- $x'\cos\theta$, $y'\sin\theta$;
- $x'\sin\theta$, $y'\cos\theta$;
- $\begin{cases} x = x'\cos\theta - y'\sin\theta \\ y = x'\sin\theta + y'\cos\theta \end{cases}$;
- $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$;
- $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.



Exercícios

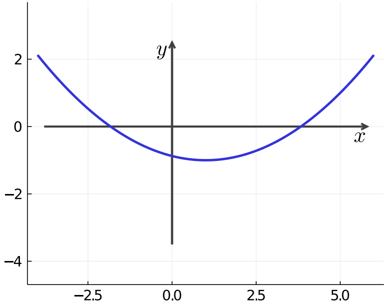
Exercício 1

Considere no plano o sistema xOy.



Exercício 1

Considere no plano o sistema xOy. Determine o foco, vértice e diretriz da parábola $y = \dfrac{x^2 - 2x - 7}{8}$.

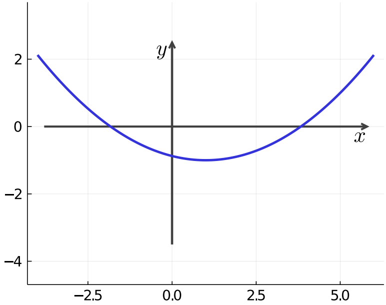


Exercícios

Exercício 1

Considere no plano o sistema xOy. Determine o foco, vértice e diretriz da parábola $y = \dfrac{x^2 - 2x - 7}{8}$.

- $(x-1)^2 = 8(y+1)$;

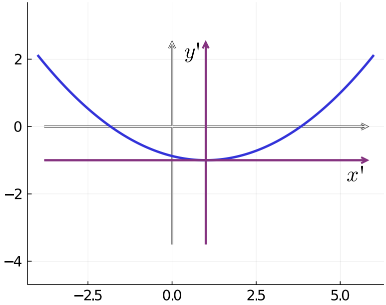


Exercícios

Exercício 1

Considere no plano o sistema xOy. Determine o foco, vértice e diretriz da parábola $y = \dfrac{x^2 - 2x - 7}{8}$.

- $(x-1)^2 = 8(y+1)$;
- $\begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 1 \end{cases}$;

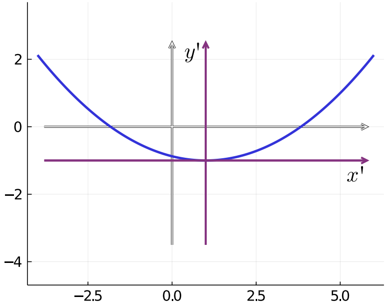


Exercícios

Exercício 1

Considere no plano o sistema xOy. Determine o foco, vértice e diretriz da parábola $y = \dfrac{x^2 - 2x - 7}{8}$.

- $(x-1)^2 = 8(y+1)$;
- $\begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 1 \end{cases}$;
- $(x')^2 = 8y'$

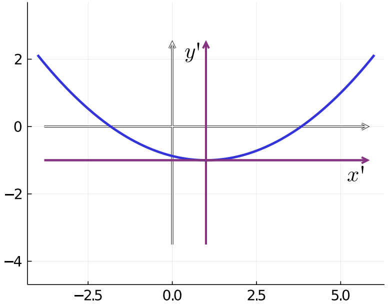


Exercícios

Exercício 1

Considere no plano o sistema xOy. Determine o foco, vértice e diretriz da parábola $y = \dfrac{x^2 - 2x - 7}{8}$.

- $(x-1)^2 = 8(y+1)$;
- $\begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 1 \end{cases}$;
- $(x')^2 = 8y' \Rightarrow p = 4$;

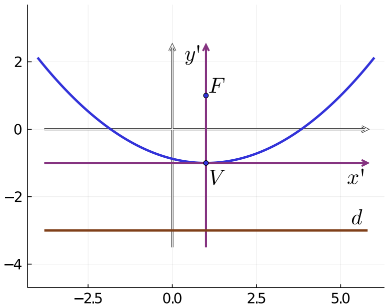


Exercícios

Exercício 1

Considere no plano o sistema xOy. Determine o foco, vértice e diretriz da parábola $y = \dfrac{x^2 - 2x - 7}{8}$.

- $(x-1)^2 = 8(y+1)$;
- $\begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 1 \end{cases}$;
- $(x')^2 = 8y' \Rightarrow p = 4$;
- $F : x' = 0,\ y' = 2$;
- $V : x' = 0,\ y' = 0$;
- $d : y' = -2$;

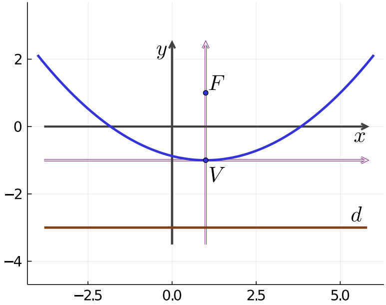


Exercícios

Exercício 1

Considere no plano o sistema xOy. Determine o foco, vértice e diretriz da parábola $y = \dfrac{x^2 - 2x - 7}{8}$.

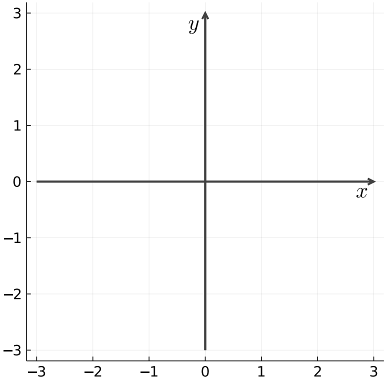
- $(x-1)^2 = 8(y+1)$;
- $\begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 1 \end{cases}$;
- $(x')^2 = 8y' \Rightarrow p = 4$;
- $F : x' = 0,\ y' = 2$;
- $V : x' = 0,\ y' = 0$;
- $d : y' = -2$;
- $F = (1,1),\quad V = (1,-1),$ $d : y = -3.$



Exercícios

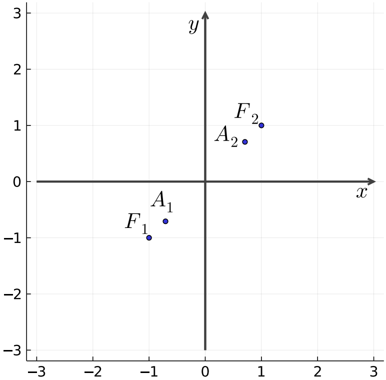
Exercício 2

Considere no plano o sistema xOy



Exercício 2

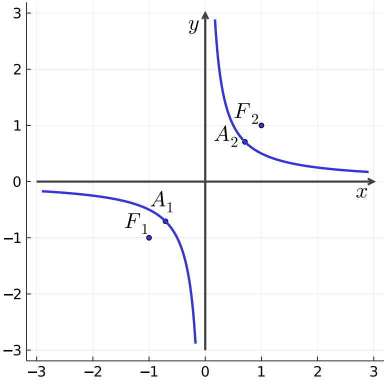
Considere no plano o sistema xOy e os pontos $F_1 = (-1, -1)$, $F_2 = (1, 1)$, $A_1 = (-\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2)$ e $A_2 = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$.



Exercícios

Exercício 2

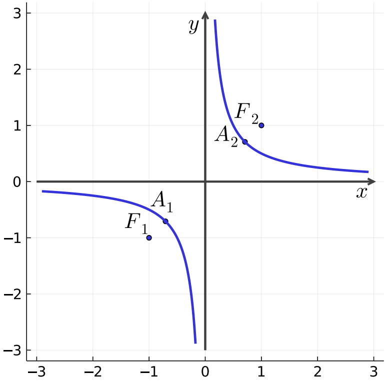
Considere no plano o sistema xOy e os pontos $F_1 = (-1,-1)$, $F_2 = (1,1)$, $A_1 = (-\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2)$ e $A_2 = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$. Determine a equação da hipérbole com estes elementos.



Exercício 2

Considere no plano o sistema xOy e os pontos $F_1 = (-1, -1)$, $F_2 = (1, 1)$, $A_1 = (-\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2)$ e $A_2 = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$. Determine a equação da hipérbole com estes elementos.

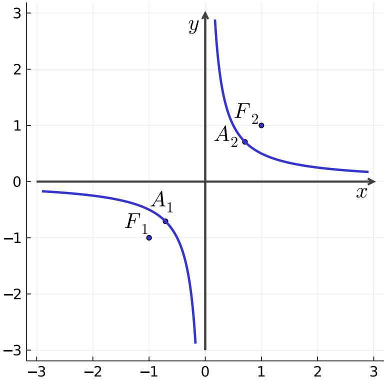
- $a = 1, \;\; c = \sqrt{2}, \;\; b = 1;$



Exercício 2

Considere no plano o sistema xOy e os pontos $F_1 = (-1,-1)$, $F_2 = (1,1)$, $A_1 = (-\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2)$ e $A_2 = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$. Determine a equação da hipérbole com estes elementos.

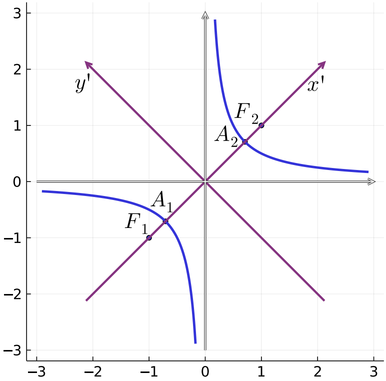
- $a = 1, \;\; c = \sqrt{2}, \;\; b = 1;$
- $|d(P,F_1) - d(P,F_2)| = 2a$?



Exercício 2

Considere no plano o sistema xOy e os pontos $F_1 = (-1,-1)$, $F_2 = (1,1)$, $A_1 = (-\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2)$ e $A_2 = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$. Determine a equação da hipérbole com estes elementos.

- $a = 1, \;\; c = \sqrt{2}, \;\; b = 1;$
- $|d(P,F_1) - d(P,F_2)| = 2a$?
- Rotação de $\pi/4$;

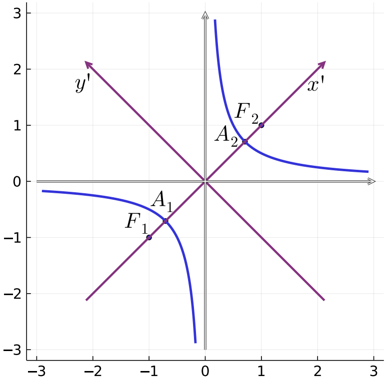


Exercícios

Exercício 2

Considere no plano o sistema xOy e os pontos $F_1 = (-1, -1)$, $F_2 = (1, 1)$, $A_1 = (-\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2)$ e $A_2 = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$. Determine a equação da hipérbole com estes elementos.

- $a = 1, \;\; c = \sqrt{2}, \;\; b = 1;$
- $|d(P, F_1) - d(P, F_2)| = 2a?$
- Rotação de $\pi/4$;
- $(x')^2 - (y')^2 = 1;$

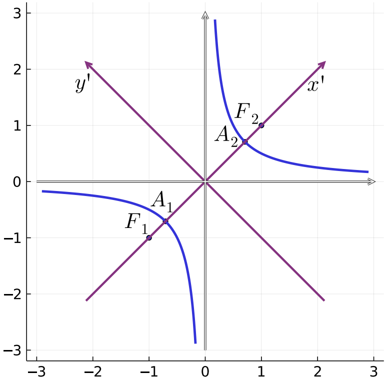


Exercícios

Exercício 2

Considere no plano o sistema xOy e os pontos $F_1 = (-1,-1)$, $F_2 = (1,1)$, $A_1 = (-\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2)$ e $A_2 = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$. Determine a equação da hipérbole com estes elementos.

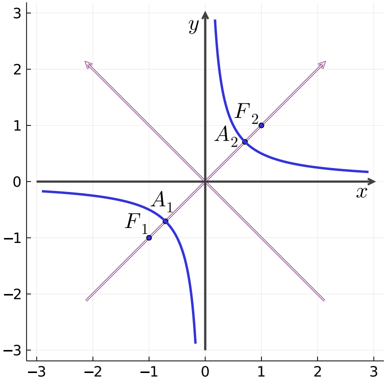
- $a = 1, \;\; c = \sqrt{2}, \;\; b = 1;$
- $|d(P,F_1) - d(P,F_2)| = 2a?$
- Rotação de $\pi/4$;
- $(x')^2 - (y')^2 = 1;$
- $\begin{cases} x' = \sqrt{2}/2(x+y) \\ y' = \sqrt{2}/2(y-x) \end{cases};$



Exercício 2

Considere no plano o sistema xOy e os pontos $F_1 = (-1,-1)$, $F_2 = (1,1)$, $A_1 = (-\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2)$ e $A_2 = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$. Determine a equação da hipérbole com estes elementos.

- $a = 1, \;\; c = \sqrt{2}, \;\; b = 1;$
- $|d(P,F_1) - d(P,F_2)| = 2a?$
- Rotação de $\pi/4$;
- $(x')^2 - (y')^2 = 1;$
- $\begin{cases} x' = \sqrt{2}/2(x+y) \\ y' = \sqrt{2}/2(y-x) \end{cases};$
- $2xy = 1;$



Exemplos de cônicas - equações do segundo grau

- $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$
- $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1$
- $y^2 = 4x$
- $y = \dfrac{x^2 - 2x - 7}{8}$
- $2xy = 1$

Exemplos de cônicas - equações do segundo grau

- $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ (elipse);
- $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1$
- $y^2 = 4x$
- $y = \dfrac{x^2 - 2x - 7}{8}$
- $2xy = 1$

Exemplos de cônicas - equações do segundo grau

- $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ (elipse);
- $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1$ (hipérbole);
- $y^2 = 4x$
- $y = \dfrac{x^2 - 2x - 7}{8}$
- $2xy = 1$

Exemplos de cônicas - equações do segundo grau

- $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ (elipse);
- $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1$ (hipérbole);
- $y^2 = 4x$ (parábola);
- $y = \dfrac{x^2 - 2x - 7}{8}$
- $2xy = 1$

Exemplos de cônicas - equações do segundo grau

- $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ (elipse);
- $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1$ (hipérbole);
- $y^2 = 4x$ (parábola);
- $y = \dfrac{x^2 - 2x - 7}{8}$ (parábola);
- $2xy = 1$

Exemplos de cônicas - equações do segundo grau

- $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ (elipse);
- $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1$ (hipérbole);
- $y^2 = 4x$ (parábola);
- $y = \dfrac{x^2 - 2x - 7}{8}$ (parábola);
- $2xy = 1$ (hipérbole).

A equação geral do segundo grau

Teorema 1

Considere a equação geral $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$.

A equação geral do segundo grau

Teorema 1

Considere a equação geral $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$.

- Se $4AC - B^2 \neq 0$, existe um único par (x_0, y_0), solução de

$$\begin{pmatrix} 2A & B \\ B & 2C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -D \\ -E \end{pmatrix}.$$

A equação geral do segundo grau

Teorema 1

Considere a equação geral $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$.

- Se $4AC - B^2 \neq 0$, existe um único par (x_0, y_0), solução de

$$\begin{pmatrix} 2A & B \\ B & 2C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -D \\ -E \end{pmatrix}.$$

  A translação para $O' = (x_0, y_0)$ elimina os termos de grau 1;

A equação geral do segundo grau

Teorema 1

Considere a equação geral $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$.

- Se $4AC-B^2\neq 0$, existe um único par (x_0,y_0), solução de

$$\begin{pmatrix} 2A & B \\ B & 2C \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -D \\ -E \end{pmatrix}.$$

  A translação para $O'=(x_0,y_0)$ elimina os termos de grau 1;
- Se $A=C$, uma rotação de $\pi/4$ elimina o termo misto;

A equação geral do segundo grau

Teorema 1

Considere a equação geral $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$.

- Se $4AC-B^2\neq 0$, existe um único par (x_0,y_0), solução de

$$\begin{pmatrix} 2A & B \\ B & 2C \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -D \\ -E \end{pmatrix}.$$

  A translação para $O'=(x_0,y_0)$ elimina os termos de grau 1;
- Se $A=C$, uma rotação de $\pi/4$ elimina o termo misto;
- Se $A\neq C$, uma rotação de θ, com $\tan(2\theta)=\dfrac{B}{A-C}$, elimina o termo misto.

Teorema 2

Considere $\mathcal{C} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$.

A equação geral do segundo grau

Teorema 2

Considere $\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$.

- O discriminante $\Delta = 4AC - B^2$ é invariante por translações e rotações;

Teorema 2

Considere $\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$.

- O discriminante $\Delta = 4AC - B^2$ é invariante por translações e rotações;
- Se $\Delta > 0$, $\mathcal{C}$ é uma elipse, um ponto ou o conjunto vazio;

A equação geral do segundo grau

Teorema 2

Considere $\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$.

- O discriminante $\Delta = 4AC - B^2$ é invariante por translações e rotações;
- Se $\Delta > 0$, $\mathcal{C}$ é uma elipse, um ponto ou o conjunto vazio;
- Se $\Delta < 0$, $\mathcal{C}$ é uma hipérbole ou um par de retas concorrentes;

A equação geral do segundo grau

Teorema 2

Considere $\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$.

- O discriminante $\Delta = 4AC - B^2$ é invariante por translações e rotações;
- Se $\Delta > 0$, $\mathcal{C}$ é uma elipse, um ponto ou o conjunto vazio;
- Se $\Delta < 0$, $\mathcal{C}$ é uma hipérbole ou um par de retas concorrentes;
- Se $\Delta = 0$, $\mathcal{C}$ é uma parábola, um par de retas paralelas, uma reta ou o conjunto vazio.

Exercício 3

Determine os elementos da cônica dada por $9x^2 - 16xy + 21y^2 - 25 = 0$.

Exercício 3

Determine os elementos da cônica dada por $9x^2 - 16xy + 21y^2 - 25 = 0$.

- $\Delta > 0 \Rightarrow$ elíptico;

Exercício 3

Determine os elementos da cônica dada por $9x^2 - 16xy + 21y^2 - 25 = 0$.

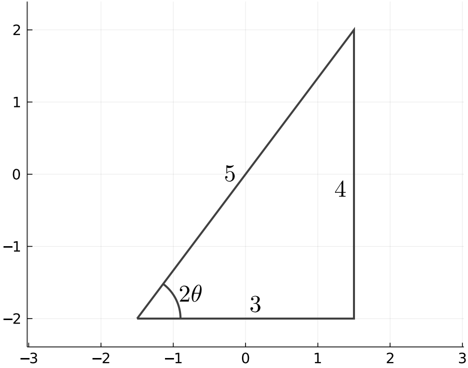
- $\Delta > 0 \Rightarrow$ elíptico;
- $\tan(2\theta) = \dfrac{B}{A-C} = \dfrac{4}{3}$;

Exercícios

Exercício 3

Determine os elementos da cônica dada por $9x^2 - 16xy + 21y^2 - 25 = 0$.

- $\Delta > 0 \Rightarrow$ elíptico;
- $\tan(2\theta) = \dfrac{B}{A-C} = \dfrac{4}{3}$;

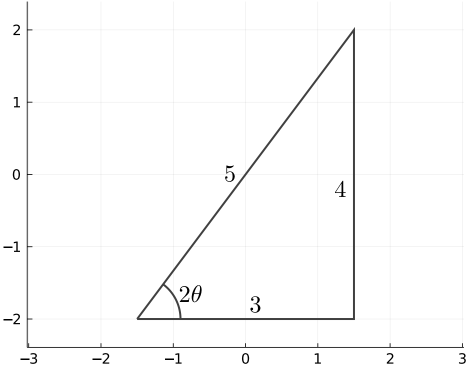


Exercícios

Exercício 3

Determine os elementos da cônica dada por $9x^2 - 16xy + 21y^2 - 25 = 0$.

- $\Delta > 0 \Rightarrow$ elíptico;
- $\tan(2\theta) = \dfrac{B}{A-C} = \dfrac{4}{3}$;
- $\cos(2\theta) = \dfrac{3}{5}$;

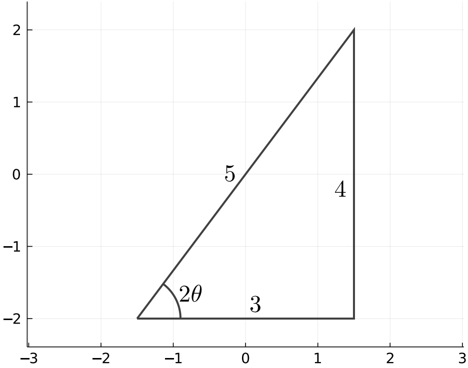


Exercícios

Exercício 3

Determine os elementos da cônica dada por $9x^2 - 16xy + 21y^2 - 25 = 0$.

- $\Delta > 0 \Rightarrow$ elíptico;
- $\tan(2\theta) = \dfrac{B}{A-C} = \dfrac{4}{3}$;
- $\cos(2\theta) = \dfrac{3}{5}$;
- $\cos^2\theta = \dfrac{1+\cos(2\theta)}{2} = \dfrac{4}{5}$;

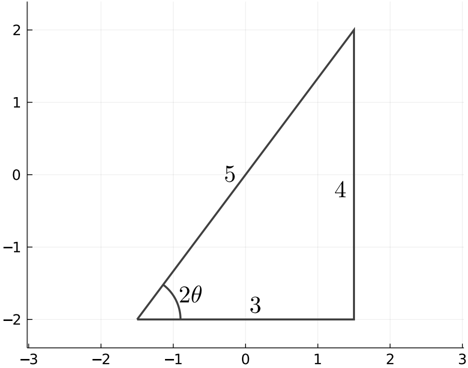


Exercícios

Exercício 3

Determine os elementos da cônica dada por $9x^2 - 16xy + 21y^2 - 25 = 0$.

- $\Delta > 0 \Rightarrow$ elíptico;
- $\tan(2\theta) = \dfrac{B}{A - C} = \dfrac{4}{3}$;
- $\cos(2\theta) = \dfrac{3}{5}$;
- $\cos^2\theta = \dfrac{1 + \cos(2\theta)}{2} = \dfrac{4}{5}$;
- $\cos\theta = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$,

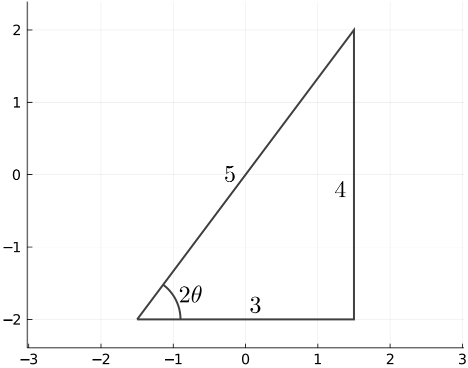


Exercícios

Exercício 3

Determine os elementos da cônica dada por $9x^2 - 16xy + 21y^2 - 25 = 0$.

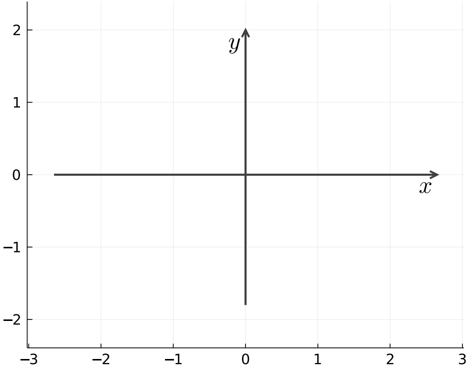
- $\Delta > 0 \Rightarrow$ elíptico;
- $\tan(2\theta) = \dfrac{B}{A-C} = \dfrac{4}{3}$;
- $\cos(2\theta) = \dfrac{3}{5}$;
- $\cos^2\theta = \dfrac{1+\cos(2\theta)}{2} = \dfrac{4}{5}$;
- $\cos\theta = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$, $\sin\theta = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$;



Exercício 3

Determine os elementos da cônica dada por $9x^2 - 16xy + 21y^2 - 25 = 0$.

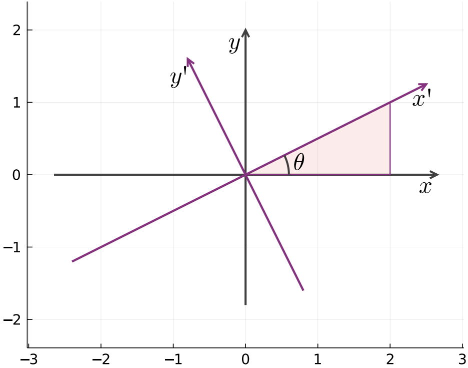
- $\Delta > 0 \Rightarrow$ elíptico;
- $\tan(2\theta) = \dfrac{B}{A-C} = \dfrac{4}{3}$;
- $\cos(2\theta) = \dfrac{3}{5}$;
- $\cos^2\theta = \dfrac{1+\cos(2\theta)}{2} = \dfrac{4}{5}$;
- $\cos\theta = \dfrac{2}{\sqrt{5}},\ \sin\theta = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$;



Exercício 3

Determine os elementos da cônica dada por $9x^2 - 16xy + 21y^2 - 25 = 0$.

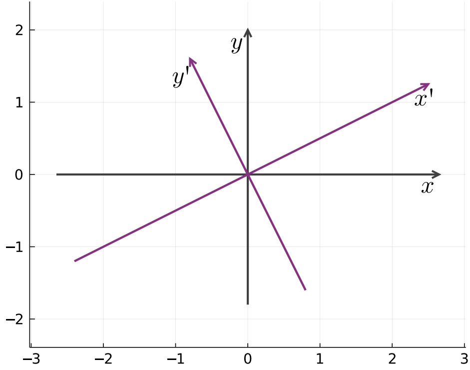
- $\Delta > 0 \Rightarrow$ elíptico;
- $\tan(2\theta) = \dfrac{B}{A-C} = \dfrac{4}{3}$;
- $\cos(2\theta) = \dfrac{3}{5}$;
- $\cos^2\theta = \dfrac{1+\cos(2\theta)}{2} = \dfrac{4}{5}$;
- $\cos\theta = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$, $\sin\theta = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$;



Exercício 3

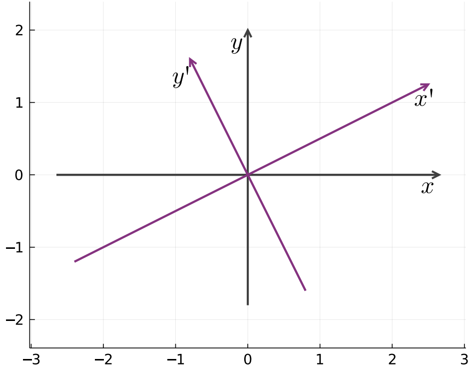
Determine os elementos da cônica dada por $9x^2 - 16xy + 21y^2 - 25 = 0$.

- $\Delta > 0 \Rightarrow$ elíptico;
- $\tan(2\theta) = \dfrac{B}{A-C} = \dfrac{4}{3}$;
- $\cos(2\theta) = \dfrac{3}{5}$;
- $\cos^2\theta = \dfrac{1+\cos(2\theta)}{2} = \dfrac{4}{5}$;
- $\cos\theta = \dfrac{2}{\sqrt{5}}, \;\; \sin\theta = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$;
- $\begin{cases} x = (2x' - y')/\sqrt{5} \\ y = (x' + 2y')/\sqrt{5} \end{cases}$;



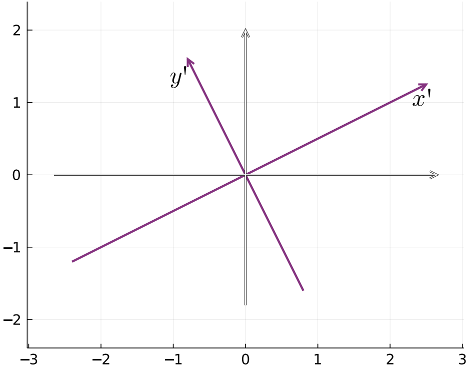
Exercícios

- $\begin{cases} x = (2x' - y')/\sqrt{5} \\ y = (x' + 2y')/\sqrt{5} \end{cases} \longrightarrow 9x^2 - 16xy + 21y^2 - 25 = 0;$



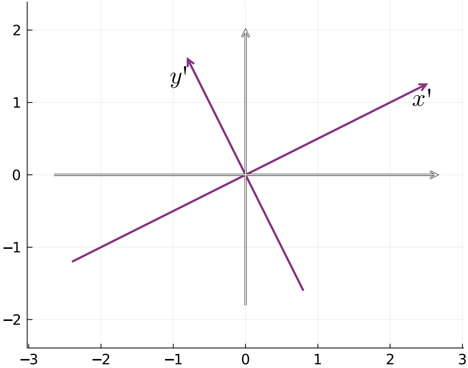
Exercícios

- $\begin{cases} x = (2x' - y')/\sqrt{5} \\ y = (x' + 2y')/\sqrt{5} \end{cases} \longrightarrow 9x^2 - 16xy + 21y^2 - 25 = 0;$
- $9\dfrac{(2x' - y')^2}{5} - 16\dfrac{(2x' - y')(x' + 2y')}{5} + 21\dfrac{(x' + 2y')^2}{5} = 25;$



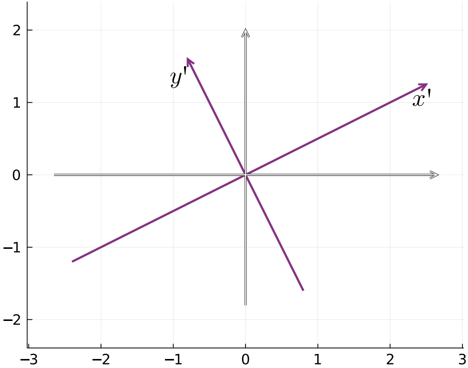
Exercícios

- $\begin{cases} x = (2x' - y')/\sqrt{5} \\ y = (x' + 2y')/\sqrt{5} \end{cases} \longrightarrow 9x^2 - 16xy + 21y^2 - 25 = 0;$
- $9\dfrac{(2x' - y')^2}{5} - 16\dfrac{(2x' - y')(x' + 2y')}{5} + 21\dfrac{(x' + 2y')^2}{5} = 25;$
- $\dfrac{(x')^2}{5} + \dfrac{(y')^2}{1} = 1;$

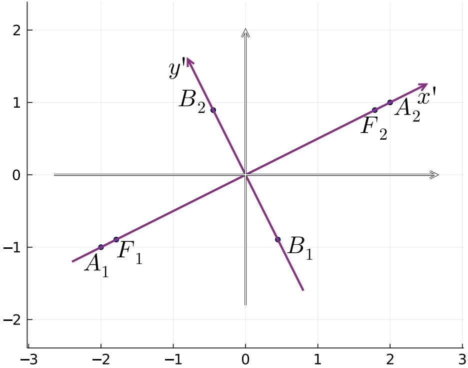


Exercícios

- $\begin{cases} x = (2x' - y')/\sqrt{5} \\ y = (x' + 2y')/\sqrt{5} \end{cases} \longrightarrow 9x^2 - 16xy + 21y^2 - 25 = 0;$
- $9\dfrac{(2x' - y')^2}{5} - 16\dfrac{(2x' - y')(x' + 2y')}{5} + 21\dfrac{(x' + 2y')^2}{5} = 25;$
- $\dfrac{(x')^2}{5} + \dfrac{(y')^2}{1} = 1;$
- $a = \sqrt{5}, \;\; b = 1, \;\; c = 2;$

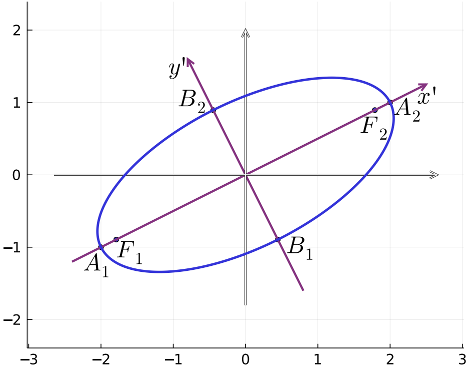


- $\begin{cases} x = (2x' - y')/\sqrt{5} \\ y = (x' + 2y')/\sqrt{5} \end{cases} \longrightarrow 9x^2 - 16xy + 21y^2 - 25 = 0;$
- $9\dfrac{(2x' - y')^2}{5} - 16\dfrac{(2x' - y')(x' + 2y')}{5} + 21\dfrac{(x' + 2y')^2}{5} = 25;$
- $\dfrac{(x')^2}{5} + \dfrac{(y')^2}{1} = 1;$
- $a = \sqrt{5}, \;\; b = 1, \;\; c = 2;$
- $A_i : x' = \pm\sqrt{5}, \; y' = 0;$
- $B_i : x' = 0, \; y' = \pm 1;$
- $F_i : x' = \pm 2, \; y' = 0;$



Exercícios

- $\begin{cases} x = (2x' - y')/\sqrt{5} \\ y = (x' + 2y')/\sqrt{5} \end{cases} \longrightarrow 9x^2 - 16xy + 21y^2 - 25 = 0;$
- $9\dfrac{(2x'-y')^2}{5} - 16\dfrac{(2x'-y')(x'+2y')}{5} + 21\dfrac{(x'+2y')^2}{5} = 25;$
- $\dfrac{(x')^2}{5} + \dfrac{(y')^2}{1} = 1;$
- $a = \sqrt{5}, \; b = 1, \; c = 2;$
- $A_i : x' = \pm\sqrt{5}, \; y' = 0;$
- $B_i : x' = 0, \; y' = \pm 1;$
- $F_i : x' = \pm 2, \; y' = 0;$



Exercícios

- $\begin{cases} x = (2x' - y')/\sqrt{5} \\ y = (x' + 2y')/\sqrt{5} \end{cases} \longrightarrow 9x^2 - 16xy + 21y^2 - 25 = 0;$
- $9\dfrac{(2x'-y')^2}{5} - 16\dfrac{(2x'-y')(x'+2y')}{5} + 21\dfrac{(x'+2y')^2}{5} = 25;$
- $\dfrac{(x')^2}{5} + \dfrac{(y')^2}{1} = 1;$
- $a = \sqrt{5}, \quad b = 1, \quad c = 2;$
- $A_i : x' = \pm\sqrt{5},\ y' = 0;$
- $B_i : x' = 0,\ y' = \pm 1;$
- $F_i : x' = \pm 2,\ y' = 0;$
- $A_i = \pm(2, 1);$
- $B_i = \pm(1/\sqrt{5}; -2/\sqrt{5});$
- $F_i = \pm(4/\sqrt{5}; 2/\sqrt{5});$