Cônicas - Parte 4 - Equação geral do segundo grau: fundamentação matemática

Ademir Alves Ribeiro

2021

https://youtu.be/1IFrmUqYav8

DMAT - UFPR

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Exemplos de cônicas - equações do segundo grau

- $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$
- $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1$
- $y^2 = 4x$
- $y = \dfrac{x^2 - 2x - 7}{8}$
- $2xy = 1$

Exemplos de cônicas - equações do segundo grau

- $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ (elipse);
- $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1$
- $y^2 = 4x$
- $y = \dfrac{x^2 - 2x - 7}{8}$
- $2xy = 1$

Exemplos de cônicas - equações do segundo grau

- $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ (elipse);
- $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1$ (hipérbole);
- $y^2 = 4x$
- $y = \dfrac{x^2 - 2x - 7}{8}$
- $2xy = 1$

Exemplos de cônicas - equações do segundo grau

- $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ (elipse);
- $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1$ (hipérbole);
- $y^2 = 4x$ (parábola);
- $y = \dfrac{x^2 - 2x - 7}{8}$
- $2xy = 1$

Exemplos de cônicas - equações do segundo grau

- $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ (elipse);
- $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1$ (hipérbole);
- $y^2 = 4x$ (parábola);
- $y = \dfrac{x^2 - 2x - 7}{8}$ (parábola);
- $2xy = 1$

Exemplos de cônicas - equações do segundo grau

- $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ (elipse);
- $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1$ (hipérbole);
- $y^2 = 4x$ (parábola);
- $y = \dfrac{x^2 - 2x - 7}{8}$ (parábola);
- $2xy = 1$ (hipérbole).

A equação geral do segundo grau

Teorema 1

Considere a equação geral $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$.

A equação geral do segundo grau

Teorema 1

Considere a equação geral $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$.

- Se $4AC - B^2 \neq 0$, existe um único par (x_0, y_0), solução de

$$\begin{pmatrix} 2A & B \\ B & 2C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -D \\ -E \end{pmatrix}.$$

A equação geral do segundo grau

Teorema 1

Considere a equação geral $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$.

- Se $4AC - B^2 \neq 0$, existe um único par (x_0, y_0), solução de

$$\begin{pmatrix} 2A & B \\ B & 2C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -D \\ -E \end{pmatrix}.$$

  A translação para $O' = (x_0, y_0)$ elimina os termos de grau 1;

UFPR

A equação geral do segundo grau

Teorema 1

Considere a equação geral $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$.

- Se $4AC-B^2\neq 0$, existe um único par (x_0,y_0), solução de

$$\begin{pmatrix} 2A & B \\ B & 2C \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -D \\ -E \end{pmatrix}.$$

  A translação para $O'=(x_0,y_0)$ elimina os termos de grau 1;
- Se $A=C$, uma rotação de $\pi/4$ elimina o termo misto;

A equação geral do segundo grau

Teorema 1

Considere a equação geral $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$.

- Se $4AC-B^2\neq 0$, existe um único par (x_0,y_0), solução de

$$\begin{pmatrix} 2A & B \\ B & 2C \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -D \\ -E \end{pmatrix}.$$

  A translação para $O'=(x_0,y_0)$ elimina os termos de grau 1;
- Se $A=C$, uma rotação de $\pi/4$ elimina o termo misto;
- Se $A\neq C$, uma rotação de θ, com $\tan(2\theta)=\dfrac{B}{A-C}$, elimina o termo misto.

Teorema 2

Considere $\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$.

A equação geral do segundo grau

Teorema 2

Considere $\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$.

- O discriminante $\Delta = 4AC - B^2$ é invariante por translações e rotações;

A equação geral do segundo grau

Teorema 2

Considere $\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$.

- O discriminante $\Delta = 4AC - B^2$ é invariante por translações e rotações;
- Se $\Delta > 0$, $\mathcal{C}$ é uma elipse, um ponto ou o conjunto vazio;

A equação geral do segundo grau

Teorema 2

Considere $\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$.

- O discriminante $\Delta = 4AC - B^2$ é invariante por translações e rotações;
- Se $\Delta > 0$, $\mathcal{C}$ é uma elipse, um ponto ou o conjunto vazio;
- Se $\Delta < 0$, $\mathcal{C}$ é uma hipérbole ou um par de retas concorrentes;

A equação geral do segundo grau

Teorema 2

Considere $\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$.

- O discriminante $\Delta = 4AC - B^2$ é invariante por translações e rotações;
- Se $\Delta > 0$, $\mathcal{C}$ é uma elipse, um ponto ou o conjunto vazio;
- Se $\Delta < 0$, $\mathcal{C}$ é uma hipérbole ou um par de retas concorrentes;
- Se $\Delta = 0$, $\mathcal{C}$ é uma parábola, um par de retas paralelas, uma reta ou o conjunto vazio.

Translação

Considere a equação geral $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$. Se $4AC - B^2 \neq 0$, existe um único par (x_0, y_0), solução de

$$\begin{pmatrix} 2A & B \\ B & 2C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -D \\ -E \end{pmatrix}.$$

A translação para $O' = (x_0, y_0)$ elimina os termos de grau 1.

Translação

Considere a equação geral $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$. Se $4AC - B^2 \neq 0$, existe um único par (x_0, y_0), solução de

$$\begin{pmatrix} 2A & B \\ B & 2C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -D \\ -E \end{pmatrix}.$$

A translação para $O' = (x_0, y_0)$ elimina os termos de grau 1.

- $\begin{cases} x = x' + x_0 \\ y = y' + y_0 \end{cases}$;

Translação

Considere a equação geral $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$.
Se $4AC-B^2\neq 0$, existe um único par (x_0,y_0), solução de

$$\begin{pmatrix} 2A & B \\ B & 2C \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -D \\ -E \end{pmatrix}.$$

A translação para $O'=(x_0,y_0)$ elimina os termos de grau 1.

- $\begin{cases} x=x'+x_0 \\ y=y'+y_0 \end{cases}$;
- $A'(x')^2+B'x'y'+C'(y')^2+D'x'+E'y'+F'=0$;

Ideias das provas dos teoremas

Translação

Considere a equação geral $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$.
Se $4AC - B^2 \neq 0$, existe um único par (x_0, y_0), solução de

$$\begin{pmatrix} 2A & B \\ B & 2C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -D \\ -E \end{pmatrix}.$$

A translação para $O' = (x_0, y_0)$ elimina os termos de grau 1.

- $\begin{cases} x = x' + x_0 \\ y = y' + y_0 \end{cases}$;
- $A'(x')^2 + B'x'y' + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;
- $\begin{cases} D' = 2Ax_0 + By_0 + D \\ E' = Bx_0 + 2Cy_0 + E \end{cases}$;

Ideias das provas dos teoremas

Translação

Considere a equação geral $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$. Se $4AC-B^2\neq 0$, existe um único par (x_0,y_0), solução de

$$\begin{pmatrix} 2A & B \\ B & 2C \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -D \\ -E \end{pmatrix}.$$

A translação para $O'=(x_0,y_0)$ elimina os termos de grau 1.

- $\begin{cases} x = x'+x_0 \\ y = y'+y_0 \end{cases}$;
- $A'(x')^2+B'x'y'+C'(y')^2+D'x'+E'y'+F'=0$;
- $\begin{cases} D' = 2Ax_0+By_0+D \\ E' = Bx_0+2Cy_0+E \end{cases}$;
- $\begin{pmatrix} D' \\ E' \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2A & B \\ B & 2C \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} D \\ E \end{pmatrix}$.

Ideias das provas dos teoremas

Rotação

Considere a equação geral $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$. Se $A=C$, uma rotação de $\pi/4$ elimina o termo misto. Se $A\neq C$, uma rotação de θ, com $\tan(2\theta)=\dfrac{B}{A-C}$, elimina o termo misto.

Ideias das provas dos teoremas

Rotação

Considere a equação geral $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$. Se $A=C$, uma rotação de $\pi/4$ elimina o termo misto. Se $A\neq C$, uma rotação de θ, com $\tan(2\theta)=\dfrac{B}{A-C}$, elimina o termo misto.

- $\begin{cases} x = x'\cos\theta - y'\sin\theta \\ y = x'\sin\theta + y'\cos\theta \end{cases}$;

Ideias das provas dos teoremas

Rotação

Considere a equação geral $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$. Se $A = C$, uma rotação de $\pi/4$ elimina o termo misto. Se $A \neq C$, uma rotação de θ, com $\tan(2\theta) = \dfrac{B}{A - C}$, elimina o termo misto.

- $\left\{ \begin{array}{l} x = x' \cos\theta - y' \sin\theta \\ y = x' \sin\theta + y' \cos\theta \end{array} \right.$;
- $A'(x')^2 + B'x'y' + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;

Rotação

Considere a equação geral $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$. Se $A = C$, uma rotação de $\pi/4$ elimina o termo misto. Se $A \neq C$, uma rotação de θ, com $\tan(2\theta) = \dfrac{B}{A - C}$, elimina o termo misto.

- $\begin{cases} x = x'\cos\theta - y'\sin\theta \\ y = x'\sin\theta + y'\cos\theta \end{cases}$;
- $A'(x')^2 + B'x'y' + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;
- $B' = -2A\sin\theta\cos\theta + B(\cos^2\theta - \sin^2\theta) + 2C\sin\theta\cos\theta$;

Rotação

Considere a equação geral $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$. Se $A=C$, uma rotação de $\pi/4$ elimina o termo misto. Se $A\neq C$, uma rotação de θ, com $\tan(2\theta)=\dfrac{B}{A-C}$, elimina o termo misto.

- $\left\{\begin{array}{l} x = x'\cos\theta - y'\sin\theta \\ y = x'\sin\theta + y'\cos\theta \end{array}\right.$;
- $A'(x')^2+B'x'y'+C'(y')^2+D'x'+E'y'+F'=0$;
- $B' = -2A\sin\theta\cos\theta + B(\cos^2\theta-\sin^2\theta)+2C\sin\theta\cos\theta$;
- $B' = (C-A)\sin(2\theta)+B\cos(2\theta)$;

Ideias das provas dos teoremas

Rotação

Considere a equação geral $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$. Se $A = C$, uma rotação de $\pi/4$ elimina o termo misto. Se $A \neq C$, uma rotação de θ, com $\tan(2\theta) = \dfrac{B}{A-C}$, elimina o termo misto.

- $\begin{cases} x = x' \cos\theta - y' \sin\theta \\ y = x' \sin\theta + y' \cos\theta \end{cases}$;
- $A'(x')^2 + B'x'y' + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;
- $B' = -2A\sin\theta\cos\theta + B(\cos^2\theta - \sin^2\theta) + 2C\sin\theta\cos\theta$;
- $B' = (C-A)\sin(2\theta) + B\cos(2\theta)$;
- $A = C$ e $\theta = \pi/4 \Rightarrow B' = 0$;

Ideias das provas dos teoremas

Rotação

Considere a equação geral $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$. Se $A=C$, uma rotação de $\pi/4$ elimina o termo misto. Se $A\neq C$, uma rotação de θ, com $\tan(2\theta)=\dfrac{B}{A-C}$, elimina o termo misto.

- $\begin{cases} x = x'\cos\theta - y'\sin\theta \\ y = x'\sin\theta + y'\cos\theta \end{cases}$;
- $A'(x')^2+B'x'y'+C'(y')^2+D'x'+E'y'+F'=0$;
- $B' = -2A\sin\theta\cos\theta + B(\cos^2\theta-\sin^2\theta)+2C\sin\theta\cos\theta$;
- $B' = (C-A)\sin(2\theta)+B\cos(2\theta)$;
- $A=C$ e $\theta=\pi/4 \Rightarrow B'=0$;
- Se $A\neq C$, então $B'=0 \Leftrightarrow \tan(2\theta)=\dfrac{B}{A-C}$.

Ideias das provas dos teoremas

Invariância do discriminante

Em $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F$, o discriminante $\Delta = 4AC - B^2$ é invariante por translações e rotações.

Ideias das provas dos teoremas

Invariância do discriminante

Em $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F$, o discriminante $\Delta = 4AC - B^2$ é invariante por translações e rotações.

- Translação ok, pois não altera os coeficientes quadráticos;

Ideias das provas dos teoremas

Invariância do discriminante

Em $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F$, o discriminante $\Delta = 4AC-B^2$ é invariante por translações e rotações.

- Translação ok, pois não altera os coeficientes quadráticos;
- Agora uma rotação $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$;

Ideias das provas dos teoremas

Invariância do discriminante

Em $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F$, o discriminante $\Delta = 4AC-B^2$ é invariante por translações e rotações.

- Translação ok, pois não altera os coeficientes quadráticos;
- Agora uma rotação $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$;
- $A'(x')^2+B'x'y'+C'(y')^2+D'x'+E'y'+F'=0$;

Ideias das provas dos teoremas

Invariância do discriminante

Em $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F$, o discriminante $\Delta = 4AC - B^2$ é invariante por translações e rotações.

- Translação ok, pois não altera os coeficientes quadráticos;
- Agora uma rotação $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$;
- $A'(x')^2 + B'x'y' + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;
- $A' = A\cos^2\theta + B\sin\theta\cos\theta + C\sin^2\theta$;

Ideias das provas dos teoremas

Invariância do discriminante

Em $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F$, o discriminante $\Delta = 4AC - B^2$ é invariante por translações e rotações.

- Translação ok, pois não altera os coeficientes quadráticos;
- Agora uma rotação $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$;
- $A'(x')^2+B'x'y'+C'(y')^2+D'x'+E'y'+F'=0$;
- $A' = A\cos^2\theta + B\sin\theta\cos\theta + C\sin^2\theta$;
- $B' = -2A\sin\theta\cos\theta + B(\cos^2\theta - \sin^2\theta) + 2C\sin\theta\cos\theta$;

UFPR

Ideias das provas dos teoremas

Invariância do discriminante

Em $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F$, o discriminante $\Delta = 4AC - B^2$ é invariante por translações e rotações.

- Translação ok, pois não altera os coeficientes quadráticos;
- Agora uma rotação $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$;
- $A'(x')^2 + B'x'y' + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;
- $A' = A\cos^2\theta + B\sin\theta\cos\theta + C\sin^2\theta$;
- $B' = -2A\sin\theta\cos\theta + B(\cos^2\theta - \sin^2\theta) + 2C\sin\theta\cos\theta$;
- $C' = A\sin^2\theta - B\sin\theta\cos\theta + C\cos^2\theta$;

Ideias das provas dos teoremas

Invariância do discriminante

Em $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F$, o discriminante $\Delta = 4AC-B^2$ é invariante por translações e rotações.

- Translação ok, pois não altera os coeficientes quadráticos;
- Agora uma rotação $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$;
- $A'(x')^2+B'x'y'+C'(y')^2+D'x'+E'y'+F'=0$;
- $A' = A\cos^2\theta + B\sin\theta\cos\theta + C\sin^2\theta$;
- $B' = -2A\sin\theta\cos\theta + B(\cos^2\theta-\sin^2\theta) + 2C\sin\theta\cos\theta$;
- $C' = A\sin^2\theta - B\sin\theta\cos\theta + C\cos^2\theta$;
- $\begin{pmatrix} 2A' & B' \\ B' & 2C' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2A & B \\ B & 2C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Classificação - caso elíptico: $\Delta > 0$

$\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma elipse, um ponto ou o conjunto vazio.

Classificação - caso elíptico: $\Delta > 0$

$\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma elipse, um ponto ou o conjunto vazio.

- Escolha θ tal que $B' = (C-A)\sin(2\theta) + B\cos(2\theta) = 0$;

Classificação - caso elíptico: $\Delta > 0$

$\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma elipse, um ponto ou o conjunto vazio.

- Escolha θ tal que $B' = (C-A)\sin(2\theta) + B\cos(2\theta) = 0$;
- $A'(x')^2 + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;

Classificação - caso elíptico: $\Delta > 0$

$\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma elipse, um ponto ou o conjunto vazio.

- Escolha θ tal que $B' = (C - A)\sin(2\theta) + B\cos(2\theta) = 0$;
- $A'(x')^2 + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;
- $4A'C' = 4AC - B^2 = \Delta > 0$;

Classificação - caso elíptico: $\Delta > 0$

$C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma elipse, um ponto ou o conjunto vazio.

- Escolha θ tal que $B' = (C-A)\sin(2\theta) + B\cos(2\theta) = 0$;
- $A'(x')^2 + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;
- $4A'C' = 4AC - B^2 = \Delta > 0$;
- Exemplos:

Classificação - caso elíptico: $\Delta > 0$

$C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma elipse, um ponto ou o conjunto vazio.

- Escolha θ tal que $B' = (C-A)\sin(2\theta) + B\cos(2\theta) = 0$;
- $A'(x')^2 + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;
- $4A'C' = 4AC - B^2 = \Delta > 0$;
- Exemplos:
- $2x^2 + 3y^2 - 6 = 0$ (elipse);

Ideias das provas dos teoremas

Classificação - caso elíptico: $\Delta > 0$

$C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma elipse, um ponto ou o conjunto vazio.

- Escolha θ tal que $B' = (C-A)\sin(2\theta) + B\cos(2\theta) = 0$;
- $A'(x')^2 + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;
- $4A'C' = 4AC - B^2 = \Delta > 0$;
- Exemplos:
- $2x^2 + 3y^2 - 6 = 0$ (elipse);
- $2x^2 + 3y^2 = 0$ (ponto);

Classificação - caso elíptico: $\Delta > 0$

$C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma elipse, um ponto ou o conjunto vazio.

- Escolha θ tal que $B' = (C - A)\sin(2\theta) + B\cos(2\theta) = 0$;
- $A'(x')^2 + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;
- $4A'C' = 4AC - B^2 = \Delta > 0$;
- Exemplos:
- $2x^2 + 3y^2 - 6 = 0$ (elipse);
- $2x^2 + 3y^2 = 0$ (ponto);
- $2x^2 + 3y^2 + 6 = 0$ (vazio).

Classificação - caso hiperbólico: $\Delta < 0$

$\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma hipérbole ou um par de retas concorrentes.

Classificação - caso hiperbólico: $\Delta < 0$

$\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma hipérbole ou um par de retas concorrentes.

- $A'(x')^2 + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;

Classificação - caso hiperbólico: $\Delta < 0$

$\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma hipérbole ou um par de retas concorrentes.

- $A'(x')^2 + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0;$
- $4A'C' < 0$;

Classificação - caso hiperbólico: $\Delta < 0$

$C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma hipérbole ou um par de retas concorrentes.

- $A'(x')^2 + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;
- $4A'C' < 0$;
- Exemplos:

Classificação - caso hiperbólico: $\Delta < 0$

$C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma hipérbole ou um par de retas concorrentes.

- $A'(x')^2 + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;
- $4A'C' < 0$;
- Exemplos:
- $x^2 - y^2 - 1 = 0$ (hipérbole);

Classificação - caso hiperbólico: $\Delta < 0$

$C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma hipérbole ou um par de retas concorrentes.

- $A'(x')^2 + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;
- $4A'C' < 0$;
- Exemplos:
- $x^2 - y^2 - 1 = 0$ (hipérbole);
- $x^2 - y^2 = 0$ (par de retas concorrentes).

Classificação - caso parabólico: $\Delta = 0$

$\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma parábola, um par de retas paralelas, uma reta ou o conjunto vazio.

Ideias das provas dos teoremas

Classificação - caso parabólico: $\Delta = 0$

$\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma parábola, um par de retas paralelas, uma reta ou o conjunto vazio.

- $A'(x')^2 + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;

Ideias das provas dos teoremas

Classificação - caso parabólico: $\Delta = 0$

$\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma parábola, um par de retas paralelas, uma reta ou o conjunto vazio.

- $A'(x')^2 + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;
- $A'C' = 0$;

Classificação - caso parabólico: $\Delta = 0$

$\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma parábola, um par de retas paralelas, uma reta ou o conjunto vazio.

- $A'(x')^2 + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;
- $A'C' = 0 \Rightarrow A' = 0$ ou $C' = 0$;;
- Exemplos:

Classificação - caso parabólico: $\Delta = 0$

$\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma parábola, um par de retas paralelas, uma reta ou o conjunto vazio.

- $A'(x')^2 + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;
- $A'C' = 0 \Rightarrow A' = 0$ ou $C' = 0;;$
- Exemplos:
- $x^2 - y = 0$ (parábola);

Ideias das provas dos teoremas

Classificação - caso parabólico: $\Delta = 0$

$\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma parábola, um par de retas paralelas, uma reta ou o conjunto vazio.

- $A'(x')^2 + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;
- $A'C' = 0 \Rightarrow A' = 0$ ou $C' = 0;$;
- Exemplos:
- $x^2 - y = 0$ (parábola);
- $x^2 - 2xy + y^2 - x + y = 0$ (par de retas paralelas);

Ideias das provas dos teoremas

Classificação - caso parabólico: $\Delta = 0$

$\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma parábola, um par de retas paralelas, uma reta ou o conjunto vazio.

- $A'(x')^2 + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;
- $A'C' = 0 \Rightarrow A' = 0$ ou $C' = 0$;;
- Exemplos:
- $x^2 - y = 0$ (parábola);
- $x^2 - 2xy + y^2 - x + y = 0$ (par de retas paralelas);
- $x^2 - 2xy + y^2 = 0$ (reta);

Classificação - caso parabólico: $\Delta = 0$

$\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0\}$ é uma parábola, um par de retas paralelas, uma reta ou o conjunto vazio.

- $A'(x')^2 + C'(y')^2 + D'x' + E'y' + F' = 0$;
- $A'C' = 0 \Rightarrow A' = 0$ ou $C' = 0$;;
- Exemplos:
- $x^2 - y = 0$ (parábola);
- $x^2 - 2xy + y^2 - x + y = 0$ (par de retas paralelas);
- $x^2 - 2xy + y^2 = 0$ (reta);
- $x^2 - 2xy + y^2 + 1 = 0$ (vazio).