Produto externo de vetores em $\mathbb{R}^3$

Ademir Alves Ribeiro

2021

https://youtu.be/N_bSMZznwv8

DMAT - UFPR

UFPR

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Revisão sobre determinantes

Revisão sobre determinantes

- $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1y_2 - y_1x_2;$

Revisão sobre determinantes

- $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1y_2 - y_1x_2;$
- $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$

Revisão sobre determinantes

- $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1y_2 - y_1x_2;$
- $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = ay_1z_2$

Revisão sobre determinantes

- $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1y_2 - y_1x_2;$
- $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = ay_1z_2 + x_1y_2c$

Revisão sobre determinantes

- $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1y_2 - y_1x_2;$
- $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = ay_1z_2 + x_1y_2c + x_2z_1b$

Revisão sobre determinantes

- $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1y_2 - y_1x_2;$
- $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = ay_1z_2 + x_1y_2c + x_2z_1b - cy_1x_2$

Revisão sobre determinantes

- $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1y_2 - y_1x_2;$
- $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = ay_1z_2 + x_1y_2c + x_2z_1b - cy_1x_2 - z_1y_2a$

Revisão sobre determinantes

- $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1y_2 - y_1x_2;$
- $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = ay_1z_2 + x_1y_2c + x_2z_1b - cy_1x_2 - z_1y_2a - z_2x_1b$

Revisão sobre determinantes

- $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1y_2 - y_1x_2;$
- $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = ay_1z_2 + x_1y_2c + x_2z_1b - cy_1x_2 - z_1y_2a - z_2x_1b;$

Revisão sobre determinantes

- $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1y_2 - y_1x_2;$
- $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = ay_1z_2 + x_1y_2c + x_2z_1b - cy_1x_2 - z_1y_2a - z_2x_1b;$
- Laplace: $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = a\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix} - b\begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix} + c\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix};$

Revisão sobre determinantes

- $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1y_2 - y_1x_2;$
- $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = ay_1z_2 + x_1y_2c + x_2z_1b - cy_1x_2 - z_1y_2a - z_2x_1b;$
- Laplace: $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = a\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix} - b\begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix} + c\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix};$
- Linhas proporcionais $\Rightarrow$ determinante nulo;

Revisão sobre determinantes

- $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1y_2 - y_1x_2;$
- $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = ay_1z_2 + x_1y_2c + x_2z_1b - cy_1x_2 - z_1y_2a - z_2x_1b;$
- Laplace: $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = a\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix} - b\begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix} + c\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix};$
- Linhas proporcionais $\Rightarrow$ determinante nulo;
- Permuta de linhas $\Rightarrow$ determinante troca de sinal.

Produto externo

Definição

Dados $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ em $\mathbb{R}^3$, o produto externo de $\vec{u}$ por $\vec{v}$ é definido por

$$\vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right),$$

também denotado por $\vec{u} \wedge \vec{v}$.

Produto externo

Definição

Dados $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ em $\mathbb{R}^3$, o produto externo de $\vec{u}$ por $\vec{v}$ é definido por

$$\vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right),$$

também denotado por $\vec{u} \wedge \vec{v}$.

- O produto externo também é chamado produto vetorial;

Produto externo

Definição

Dados $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ em $\mathbb{R}^3$, o produto externo de $\vec{u}$ por $\vec{v}$ é definido por

$$\vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right),$$

também denotado por $\vec{u} \wedge \vec{v}$.

- O produto externo também é chamado produto vetorial;
- Note que $\vec{u} \times \vec{v} \in \mathbb{R}^3$, enquanto que $\vec{u} \cdot \vec{v} \in \mathbb{R}$;

Produto externo

Definição

Dados $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ em $\mathbb{R}^3$, o produto externo de $\vec{u}$ por $\vec{v}$ é definido por

$$\vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right),$$

também denotado por $\vec{u} \wedge \vec{v}$.

- O produto externo também é chamado produto vetorial;
- Note que $\vec{u} \times \vec{v} \in \mathbb{R}^3$, enquanto que $\vec{u} \cdot \vec{v} \in \mathbb{R}$;
- Dados $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$ e $k \in \mathbb{R}$, valem as seguintes propriedades:

Produto externo

Definição

Dados $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ em $\mathbb{R}^3$, o produto externo de $\vec{u}$ por $\vec{v}$ é definido por

$$\vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right),$$

também denotado por $\vec{u} \wedge \vec{v}$.

- O produto externo também é chamado produto vetorial;
- Note que $\vec{u} \times \vec{v} \in \mathbb{R}^3$, enquanto que $\vec{u} \cdot \vec{v} \in \mathbb{R}$;
- Dados $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$ e $k \in \mathbb{R}$, valem as seguintes propriedades:
- $\vec{v} \times \vec{u} = -\vec{u} \times \vec{v}$;

Produto externo

Definição

Dados $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ em $\mathbb{R}^3$, o produto externo de $\vec{u}$ por $\vec{v}$ é definido por

$$\vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right),$$

também denotado por $\vec{u} \wedge \vec{v}$.

- O produto externo também é chamado produto vetorial;
- Note que $\vec{u} \times \vec{v} \in \mathbb{R}^3$, enquanto que $\vec{u} \cdot \vec{v} \in \mathbb{R}$;
- Dados $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$ e $k \in \mathbb{R}$, valem as seguintes propriedades:
- $\vec{v} \times \vec{u} = -\vec{u} \times \vec{v}$;
- $\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \times \vec{v} + \vec{u} \times \vec{w}$;

Produto externo

Definição

Dados $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ em $\mathbb{R}^3$, o produto externo de $\vec{u}$ por $\vec{v}$ é definido por

$$\vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right),$$

também denotado por $\vec{u} \wedge \vec{v}$.

- O produto externo também é chamado produto vetorial;
- Note que $\vec{u} \times \vec{v} \in \mathbb{R}^3$, enquanto que $\vec{u} \cdot \vec{v} \in \mathbb{R}$;
- Dados $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$ e $k \in \mathbb{R}$, valem as seguintes propriedades:
- $\vec{v} \times \vec{u} = -\vec{u} \times \vec{v}$;
- $\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \times \vec{v} + \vec{u} \times \vec{w}$;
- $\vec{u} \times (k\vec{v}) = k(\vec{u} \times \vec{v}) = (k\vec{u}) \times \vec{v}$;

Produto externo

Definição

Dados $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ em $\mathbb{R}^3$, o produto externo de $\vec{u}$ por $\vec{v}$ é definido por

$$\vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right),$$

também denotado por $\vec{u} \wedge \vec{v}$.

- O produto externo também é chamado produto vetorial;
- Note que $\vec{u} \times \vec{v} \in \mathbb{R}^3$, enquanto que $\vec{u} \cdot \vec{v} \in \mathbb{R}$;
- Dados $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$ e $k \in \mathbb{R}$, valem as seguintes propriedades:
- $\vec{v} \times \vec{u} = -\vec{u} \times \vec{v}$;
- $\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \times \vec{v} + \vec{u} \times \vec{w}$;
- $\vec{u} \times (k\vec{v}) = k(\vec{u} \times \vec{v}) = (k\vec{u}) \times \vec{v}$;
- $\vec{u} // \vec{v} \Rightarrow \vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$.

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Outras propriedades

Teorema 1

Dados $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1), \vec{v} = (x_2, y_2, z_2) \in \mathbb{R}^3$, temos $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{u}$ e $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{v}$.

Outras propriedades

Teorema 1

Dados $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1), \vec{v} = (x_2, y_2, z_2) \in \mathbb{R}^3$, temos $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{u}$ e $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{v}$.

- $\vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right)$;

Outras propriedades

Teorema 1

Dados $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1), \vec{v} = (x_2, y_2, z_2) \in \mathbb{R}^3$, temos $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{u}$ e $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{v}$.

- $\vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right)$;
- $\vec{u} \cdot (\vec{u} \times \vec{v}) = x_1 \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix} - y_1 \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix} + z_1 \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}$

Outras propriedades

Teorema 1

Dados $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1), \vec{v} = (x_2, y_2, z_2) \in \mathbb{R}^3$, temos $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{u}$ e $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{v}$.

- $\vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right);$
- $\vec{u} \cdot (\vec{u} \times \vec{v}) = x_1 \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix} - y_1 \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix} + z_1 \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$

Teorema 1

Dados $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1), \vec{v} = (x_2, y_2, z_2) \in \mathbb{R}^3$, temos $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{u}$ e $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{v}$.

- $\vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right);$
- $\vec{u} \cdot (\vec{u} \times \vec{v}) = x_1 \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix} - y_1 \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix} + z_1 \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = 0;$

Outras propriedades

Teorema 1

Dados $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1), \vec{v} = (x_2, y_2, z_2) \in \mathbb{R}^3$, temos $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{u}$ e $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{v}$.

- $\vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right);$
- $\vec{u} \cdot (\vec{u} \times \vec{v}) = x_1 \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix} - y_1 \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix} + z_1 \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = 0;$
- $\vec{v} \cdot (\vec{u} \times \vec{v}) = x_2 \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix} - y_2 \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix} + z_2 \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}$

Outras propriedades

Teorema 1

Dados $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1), \vec{v} = (x_2, y_2, z_2) \in \mathbb{R}^3$, temos $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{u}$ e $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{v}$.

- $\vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right)$;
- $\vec{u} \cdot (\vec{u} \times \vec{v}) = x_1 \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix} - y_1 \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix} + z_1 \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = 0$;
- $\vec{v} \cdot (\vec{u} \times \vec{v}) = x_2 \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix} - y_2 \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix} + z_2 \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_2 & y_2 & z_2 \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$

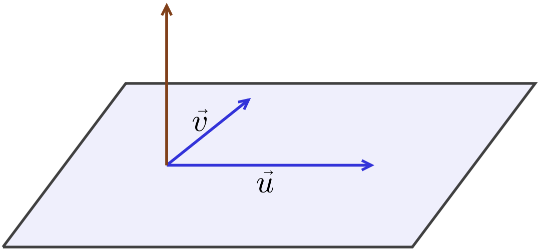
Outras propriedades

Teorema 1

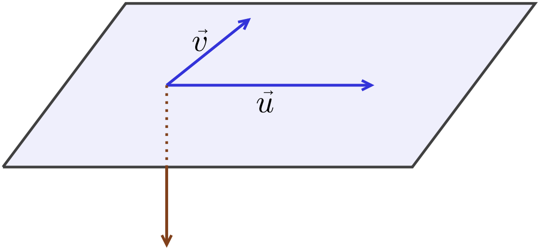
Dados $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1), \vec{v} = (x_2, y_2, z_2) \in \mathbb{R}^3$, temos $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{u}$ e $\vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{v}$.

- $\vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right);$
- $\vec{u} \cdot (\vec{u} \times \vec{v}) = x_1 \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix} - y_1 \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix} + z_1 \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = 0;$
- $\vec{v} \cdot (\vec{u} \times \vec{v}) = x_2 \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix} - y_2 \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix} + z_2 \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_2 & y_2 & z_2 \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = 0.$

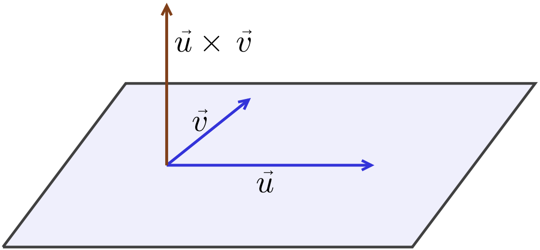
Qual a orientação de $\vec{u} \times \vec{v}$?



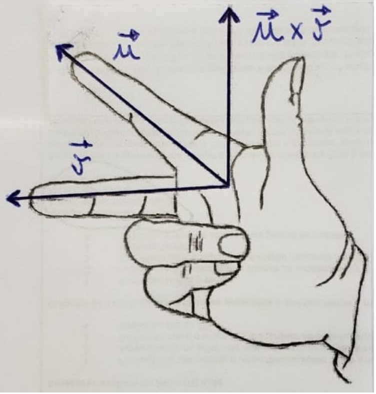
Qual a orientação de $\vec{u} \times \vec{v}$?



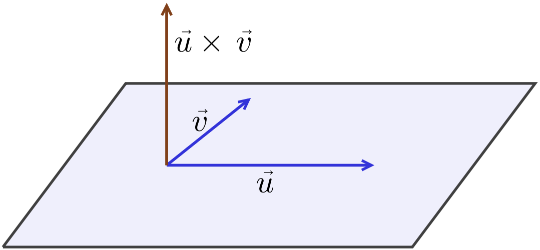
Qual a orientação de $\vec{u} \times \vec{v}$?



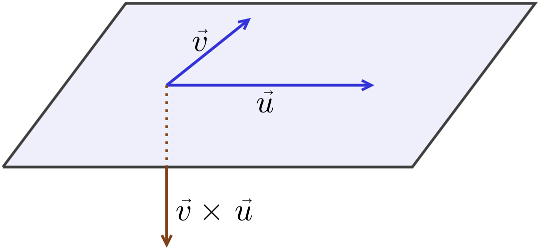
Qual a orientação de $\vec{u} \times \vec{v}$? Regra da mão direita



Orientação de $\vec{u} \times \vec{v}$ e de $\vec{v} \times \vec{u}$



Orientação de $\vec{u} \times \vec{v}$ e de $\vec{v} \times \vec{u}$



Qual o comprimento de $\vec{u} \times \vec{v}$?

Qual o comprimento de $\vec{u} \times \vec{v}$?

Lema - Identidade de Lagrange

Dados $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3$, vale a relação $||\vec{u} \times \vec{v}||^2 + (\vec{u} \cdot \vec{v})^2 = ||\vec{u}||^2 ||\vec{v}||^2$.

Qual o comprimento de $\vec{u} \times \vec{v}$?

Lema - Identidade de Lagrange

Dados $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3$, vale a relação $\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 + (\vec{u} \cdot \vec{v})^2 = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2$.

- Sejam $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$;

Qual o comprimento de $\vec{u} \times \vec{v}$?

Lema - Identidade de Lagrange

Dados $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3$, vale a relação $\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 + (\vec{u} \cdot \vec{v})^2 = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2$.

- Sejam $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$;
- $\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 = (y_1 z_2 - y_2 z_1)^2 + (z_1 x_2 - x_1 z_2)^2 + (x_1 y_2 - x_2 y_1)^2$;

Qual o comprimento de $\vec{u} \times \vec{v}$?

Lema - Identidade de Lagrange

Dados $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3$, vale a relação $\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 + (\vec{u} \cdot \vec{v})^2 = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2$.

- Sejam $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$;
- $\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 = (y_1 z_2 - y_2 z_1)^2 + (z_1 x_2 - x_1 z_2)^2 + (x_1 y_2 - x_2 y_1)^2$;
- $(\vec{u} \cdot \vec{v})^2 = (x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2)^2$;

Qual o comprimento de $\vec{u} \times \vec{v}$?

Lema - Identidade de Lagrange

Dados $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3$, vale a relação $\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 + (\vec{u} \cdot \vec{v})^2 = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2$.

- Sejam $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$;
- $\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 = (y_1 z_2 - y_2 z_1)^2 + (z_1 x_2 - x_1 z_2)^2 + (x_1 y_2 - x_2 y_1)^2$;
- $(\vec{u} \cdot \vec{v})^2 = (x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2)^2$;
- $\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 + (\vec{u} \cdot \vec{v})^2 = (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2)(x_2^2 + y_2^2 + z_2^2)$

Qual o comprimento de $\vec{u} \times \vec{v}$?

Lema - Identidade de Lagrange

Dados $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3$, vale a relação $\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 + (\vec{u} \cdot \vec{v})^2 = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2$.

- Sejam $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$;
- $\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 = (y_1z_2 - y_2z_1)^2 + (z_1x_2 - x_1z_2)^2 + (x_1y_2 - x_2y_1)^2$;
- $(\vec{u} \cdot \vec{v})^2 = (x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2)^2$;
- $\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 + (\vec{u} \cdot \vec{v})^2 = (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2)(x_2^2 + y_2^2 + z_2^2) = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2$.

Qual o comprimento de $\vec{u} \times \vec{v}$?

Teorema 2

Sejam $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3$, com $\angle(\vec{u}, \vec{v}) = \theta$. O comprimento de $\vec{u} \times \vec{v}$ é dado por $\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin\theta$.

Qual o comprimento de $\vec{u} \times \vec{v}$?

Teorema 2

Sejam $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3$, com $\angle(\vec{u}, \vec{v}) = \theta$. O comprimento de $\vec{u} \times \vec{v}$ é dado por $\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin\theta$.

- $\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2 - (\vec{u} \cdot \vec{v})^2$

UFPR

Qual o comprimento de $\vec{u} \times \vec{v}$?

Teorema 2

Sejam $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3$, com $\angle(\vec{u}, \vec{v}) = \theta$. O comprimento de $\vec{u} \times \vec{v}$ é dado por $\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin\theta$.

- $\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2 - (\vec{u} \cdot \vec{v})^2$
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos\theta;$

Qual o comprimento de $\vec{u} \times \vec{v}$?

Teorema 2

Sejam $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3$, com $\angle(\vec{u}, \vec{v}) = \theta$. O comprimento de $\vec{u} \times \vec{v}$ é dado por $\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin\theta$.

- $\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2 - (\vec{u} \cdot \vec{v})^2$
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos\theta$;
- $\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2 (1 - \cos^2\theta)$

Qual o comprimento de $\vec{u} \times \vec{v}$?

Teorema 2

Sejam $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3$, com $\angle(\vec{u}, \vec{v}) = \theta$. O comprimento de $\vec{u} \times \vec{v}$ é dado por $\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin\theta$.

- $\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2 - (\vec{u} \cdot \vec{v})^2$
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos\theta$;
- $\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2 (1 - \cos^2\theta) = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2 \sin^2\theta$;

Qual o comprimento de $\vec{u} \times \vec{v}$?

Teorema 2

Sejam $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3$, com $\angle(\vec{u}, \vec{v}) = \theta$. O comprimento de $\vec{u} \times \vec{v}$ é dado por $\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin\theta$.

- $\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2 - (\vec{u} \cdot \vec{v})^2$
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos\theta$;
- $\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2 (1 - \cos^2\theta) = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2 \sin^2\theta$;
- $\theta \in [0, \pi] \Rightarrow \sin\theta \geq 0$;

Qual o comprimento de $\vec{u} \times \vec{v}$?

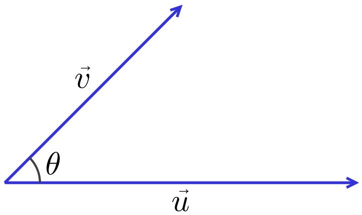
Teorema 2

Sejam $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3$, com $\angle(\vec{u}, \vec{v}) = \theta$. O comprimento de $\vec{u} \times \vec{v}$ é dado por $\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin\theta$.

- $\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2 - (\vec{u} \cdot \vec{v})^2$
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos\theta$;
- $\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2 (1 - \cos^2\theta) = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2 \sin^2\theta$;
- $\theta \in [0, \pi] \Rightarrow \sin\theta \geq 0$;
- Portanto, $\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin\theta$.

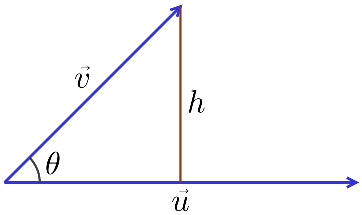
Interpretação geométrica de $\|\vec{u} \times \vec{v}\|$

- $\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\| \sin\theta$;

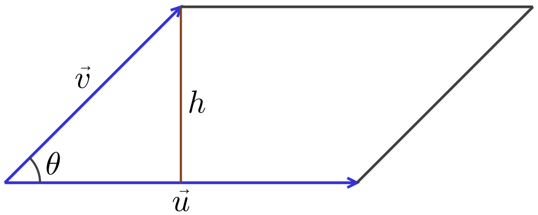


Interpretação geométrica de $||\vec{u} \times \vec{v}||$

- $||\vec{u} \times \vec{v}|| = ||\vec{u}|| \, ||\vec{v}|| \sin\theta$;
- $h = ||\vec{v}|| \sin\theta$;

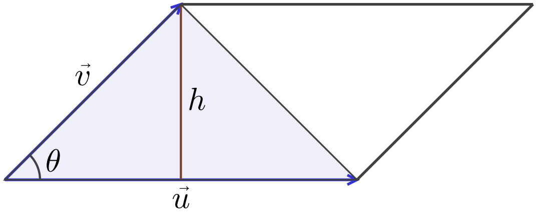


- $||\vec{u} \times \vec{v}|| = ||\vec{u}||\,||\vec{v}||\sin\theta$;
- $h = ||\vec{v}||\sin\theta$;
- Área do paralelogramo: $S_p = ||\vec{u}||h = ||\vec{u} \times \vec{v}||$;



Interpretação geométrica de $\|\vec{u} \times \vec{v}\|$

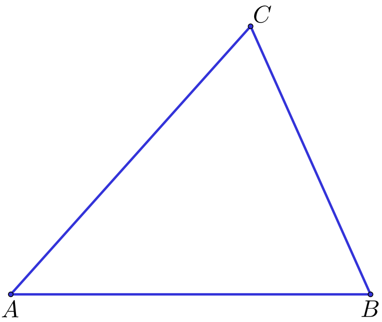
- $\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin\theta$;
- $h = \|\vec{v}\| \sin\theta$;
- Área do paralelogramo: $S_p = \|\vec{u}\| h = \|\vec{u} \times \vec{v}\|$;
- Área do triângulo: $S_t = \frac{1}{2} \|\vec{u} \times \vec{v}\|$;



Exercícios

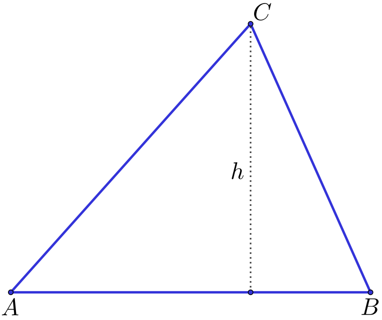
Exercício 1

Sejam $A = (1, 2, -1)$, $B = (2, 0, 1)$ e $C = (4, 2, 1)$ vértices de um triângulo.



Exercício 1

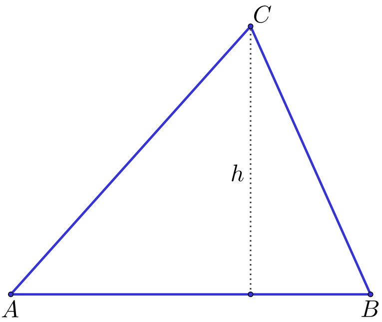
Sejam $A = (1, 2, -1)$, $B = (2, 0, 1)$ e $C = (4, 2, 1)$ vértices de um triângulo. Calcule a altura do triângulo relativa ao lado AB.



Exercício 1

Sejam $A = (1,2,-1)$, $B = (2,0,1)$ e $C = (4,2,1)$ vértices de um triângulo. Calcule a altura do triângulo relativa ao lado AB.

- $\frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB}\|h = S_t$

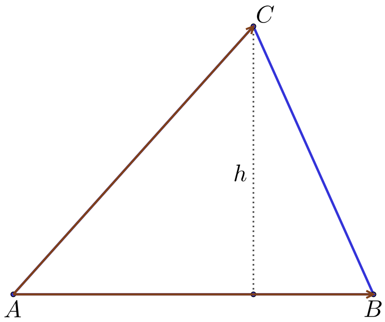


Exercícios

Exercício 1

Sejam $A = (1,2,-1)$, $B = (2,0,1)$ e $C = (4,2,1)$ vértices de um triângulo. Calcule a altura do triângulo relativa ao lado AB.

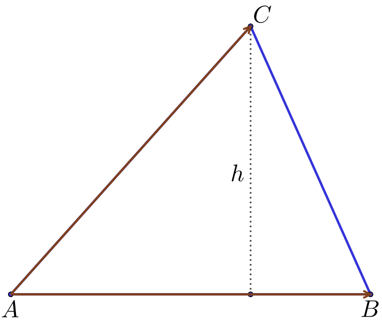
- $\frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB}\|h = S_t = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\|$;



Exercício 1

Sejam $A = (1,2,-1)$, $B = (2,0,1)$ e $C = (4,2,1)$ vértices de um triângulo. Calcule a altura do triângulo relativa ao lado AB.

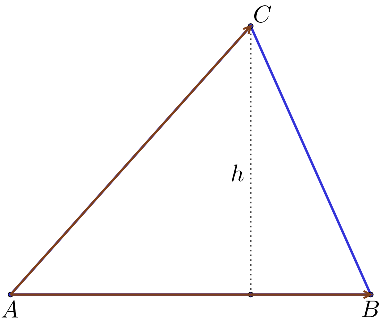
- $\frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB}\|h = S_t = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\|$;
- $h = \dfrac{\|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\|}{\|\overrightarrow{AB}\|}$;



Exercício 1

Sejam $A = (1,2,-1)$, $B = (2,0,1)$ e $C = (4,2,1)$ vértices de um triângulo. Calcule a altura do triângulo relativa ao lado AB.

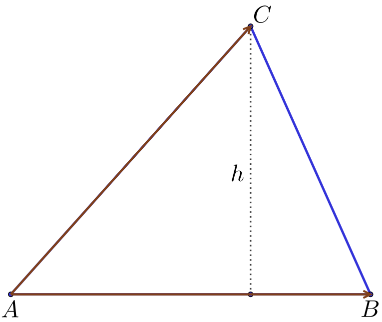
- $\frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB}\|h = S_t = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\|$;
- $h = \dfrac{\|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\|}{\|\overrightarrow{AB}\|}$;
- $\overrightarrow{AB} = (1,-2,2)$, $\overrightarrow{AC} = (3,0,2)$;



Exercício 1

Sejam $A = (1, 2, -1)$, $B = (2, 0, 1)$ e $C = (4, 2, 1)$ vértices de um triângulo. Calcule a altura do triângulo relativa ao lado AB.

- $\frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB}\|h = S_t = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\|$;
- $h = \dfrac{\|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\|}{\|\overrightarrow{AB}\|}$;
- $\overrightarrow{AB} = (1, -2, 2)$, $\overrightarrow{AC} = (3, 0, 2)$;
- $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (-4, 4, 6)$;

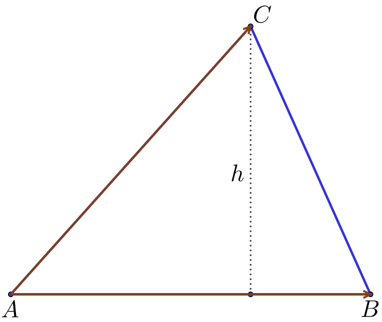


Exercícios

Exercício 1

Sejam $A = (1,2,-1)$, $B = (2,0,1)$ e $C = (4,2,1)$ vértices de um triângulo. Calcule a altura do triângulo relativa ao lado AB.

- $\frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB}\|h = S_t = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\|$;
- $h = \dfrac{\|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\|}{\|\overrightarrow{AB}\|}$;
- $\overrightarrow{AB} = (1,-2,2)$, $\overrightarrow{AC} = (3,0,2)$;
- $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (-4,4,6)$;
- $h = 2\sqrt{17}/3$;

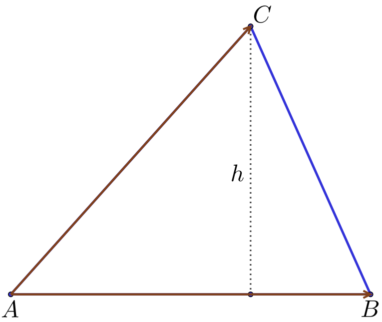


Exercícios

Exercício 1

Sejam $A = (1, 2, -1)$, $B = (2, 0, 1)$ e $C = (4, 2, 1)$ vértices de um triângulo. Calcule a altura do triângulo relativa ao lado AB.

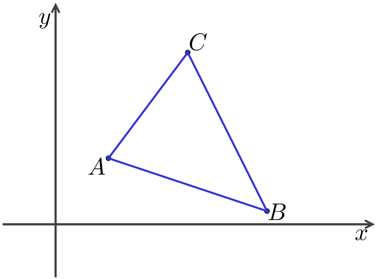
- $\frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB}\|h = S_t = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\|$;
- $h = \dfrac{\|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\|}{\|\overrightarrow{AB}\|}$;
- $\overrightarrow{AB} = (1, -2, 2)$, $\overrightarrow{AC} = (3, 0, 2)$;
- $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (-4, 4, 6)$;
- $h = 2\sqrt{17}/3$;
- Já vimos usando projeção!



Exercícios

Exercício 2

Sejam $A=(x_1,y_1)$, $B=(x_2,y_2)$ e $C=(x_3,y_3)\in\mathbb{R}^2$ vértices de um triângulo. Mostre que a área do triângulo $\triangle ABC$ é dada por $S_t=\dfrac{1}{2}\left|\det\begin{pmatrix}x_1 & y_1 & 1\\ x_2 & y_2 & 1\\ x_3 & y_3 & 1\end{pmatrix}\right|$.



Exercício 2

Sejam $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$ e $C = (x_3, y_3) \in \mathbb{R}^2$ vértices de um triângulo. Mostre que a área do triângulo $\triangle ABC$ é dada por $S_t = \dfrac{1}{2}\left|\det\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{pmatrix}\right|$.

- Sejam $A' = (x_1, y_1, 0)$, $B' = (x_2, y_2, 0)$, $C' = (x_3, y_3, 0) \in \mathbb{R}^3$;

Exercícios

Exercício 2

Sejam $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$ e $C = (x_3, y_3) \in \mathbb{R}^2$ vértices de um triângulo.

Mostre que a área do triângulo $\triangle ABC$ é dada por $S_t = \dfrac{1}{2}\left|\det\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{pmatrix}\right|$.

- Sejam $A' = (x_1, y_1, 0)$, $B' = (x_2, y_2, 0)$, $C' = (x_3, y_3, 0) \in \mathbb{R}^3$;
- $\overrightarrow{A'B'} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, 0)$ e $\overrightarrow{A'C'} = (x_3 - x_1, y_3 - y_1, 0)$;

Exercício 2

Sejam $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$ e $C = (x_3, y_3) \in \mathbb{R}^2$ vértices de um triângulo. Mostre que a área do triângulo $\triangle ABC$ é dada por $S_t = \dfrac{1}{2}\left|\det\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{pmatrix}\right|$.

- Sejam $A' = (x_1, y_1, 0)$, $B' = (x_2, y_2, 0)$, $C' = (x_3, y_3, 0) \in \mathbb{R}^3$;
- $\overrightarrow{A'B'} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, 0)$ e $\overrightarrow{A'C'} = (x_3 - x_1, y_3 - y_1, 0)$;
- $\overrightarrow{A'B'} \times \overrightarrow{A'C'} = \big(0, 0, (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1)\big)$;

Exercícios

Exercício 2

Sejam $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$ e $C = (x_3, y_3) \in \mathbb{R}^2$ vértices de um triângulo.

Mostre que a área do triângulo $\triangle ABC$ é dada por $S_t = \dfrac{1}{2}\left|\det\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{pmatrix}\right|$.

- Sejam $A' = (x_1, y_1, 0)$, $B' = (x_2, y_2, 0)$, $C' = (x_3, y_3, 0) \in \mathbb{R}^3$;
- $\overrightarrow{A'B'} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, 0)$ e $\overrightarrow{A'C'} = (x_3 - x_1, y_3 - y_1, 0)$;
- $\overrightarrow{A'B'} \times \overrightarrow{A'C'} = \big(0, 0, (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1)\big)$;
- $S_t = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{A'B'} \times \overrightarrow{A'C'}\|$

Exercício 2

Sejam $A=(x_1,y_1)$, $B=(x_2,y_2)$ e $C=(x_3,y_3)\in\mathbb{R}^2$ vértices de um triângulo.
Mostre que a área do triângulo $\triangle ABC$ é dada por $S_t=\dfrac{1}{2}\left|\det\begin{pmatrix}x_1 & y_1 & 1\\ x_2 & y_2 & 1\\ x_3 & y_3 & 1\end{pmatrix}\right|$.

- Sejam $A'=(x_1,y_1,0)$, $B'=(x_2,y_2,0)$, $C'=(x_3,y_3,0)\in\mathbb{R}^3$;
- $\overrightarrow{A'B'}=(x_2-x_1,y_2-y_1,0)$ e $\overrightarrow{A'C'}=(x_3-x_1,y_3-y_1,0)$;
- $\overrightarrow{A'B'}\times\overrightarrow{A'C'}=\big(0,0,(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(y_2-y_1)(x_3-x_1)\big)$;
- $S_t=\frac{1}{2}\|\overrightarrow{A'B'}\times\overrightarrow{A'C'}\|=\dfrac{1}{2}\left|\det\begin{pmatrix}x_1 & y_1 & 1\\ x_2 & y_2 & 1\\ x_3 & y_3 & 1\end{pmatrix}\right|$.

Exercícios

Exercício 3

Sejam $A = (x_1, y_1, z_1)$, $B = (x_2, y_2, z_2)$ e $C = (x_3, y_3, z_3) \in \mathbb{R}^3$. Podemos dizer que a área do triângulo $\triangle ABC$ é dada por $S_t = \dfrac{1}{2}\left|\det\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{pmatrix}\right|$?

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

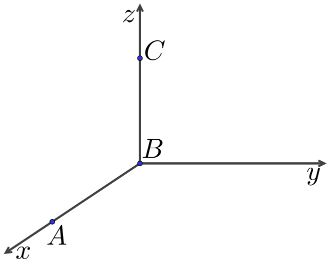
Exercício 3

Sejam $A = (x_1, y_1, z_1)$, $B = (x_2, y_2, z_2)$ e $C = (x_3, y_3, z_3) \in \mathbb{R}^3$. Podemos dizer que a área do triângulo $\triangle ABC$ é dada por $S_t = \dfrac{1}{2}\left|\det\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{pmatrix}\right|$? Não!

Exercício 3

Sejam $A = (x_1, y_1, z_1)$, $B = (x_2, y_2, z_2)$ e $C = (x_3, y_3, z_3) \in \mathbb{R}^3$. Podemos dizer que a área do triângulo $\triangle ABC$ é dada por $S_t = \dfrac{1}{2}\left|\det\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{pmatrix}\right|$? Não!

- Tome, por exemplo, $A = (1,0,0)$, $B = (0,0,0)$ e $C = (0,0,1)$.

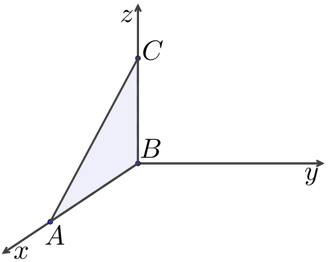


Exercícios

Exercício 3

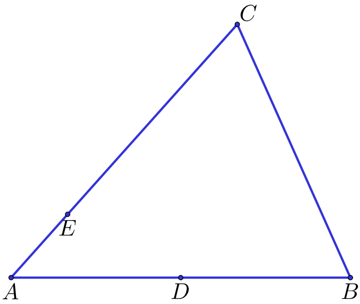
Sejam $A = (x_1, y_1, z_1)$, $B = (x_2, y_2, z_2)$ e $C = (x_3, y_3, z_3) \in \mathbb{R}^3$. Podemos dizer que a área do triângulo $\triangle ABC$ é dada por $S_t = \frac{1}{2}\left|\det\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{pmatrix}\right|$? Não!

- Tome, por exemplo, $A = (1,0,0)$, $B = (0,0,0)$ e $C = (0,0,1)$.



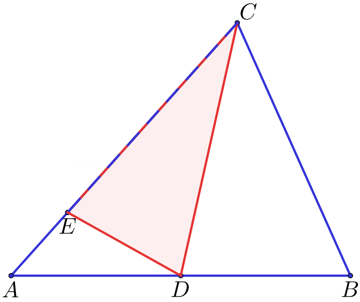
Exercício 4

Em um triângulo $\triangle ABC$, considere D o ponto médio de AB e E o ponto tal que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.



Exercício 4

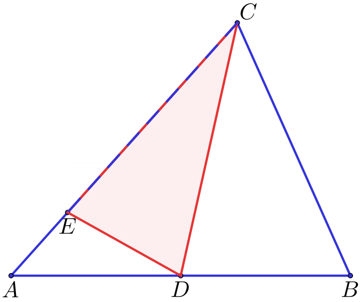
Em um triângulo $\triangle ABC$, considere D o ponto médio de AB e E o ponto tal que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. Expresse a área do $\triangle CDE$ em termos da área do $\triangle ABC$.



Exercício 4

Em um triângulo $\triangle ABC$, considere D o ponto médio de AB e E o ponto tal que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. Expresse a área do $\triangle CDE$ em termos da área do $\triangle ABC$.

- $S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{AC}\|$

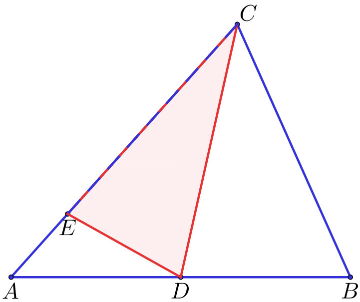


Exercícios

Exercício 4

Em um triângulo $\triangle ABC$, considere D o ponto médio de AB e E o ponto tal que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. Expresse a área do $\triangle CDE$ em termos da área do $\triangle ABC$.

- $S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{AC}\| = \frac{1}{2}\|\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\|$

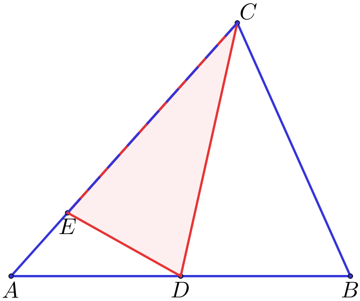


Exercícios

Exercício 4

Em um triângulo $\triangle ABC$, considere D o ponto médio de AB e E o ponto tal que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. Expresse a área do $\triangle CDE$ em termos da área do $\triangle ABC$.

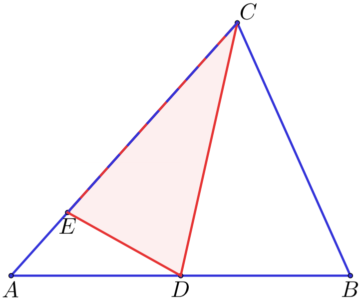
- $S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{AC}\| = \frac{1}{2}\|\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\| = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$;



Exercício 4

Em um triângulo $\triangle ABC$, considere D o ponto médio de AB e E o ponto tal que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. Expresse a área do $\triangle CDE$ em termos da área do $\triangle ABC$.

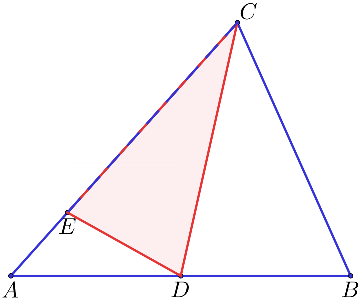
- $S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{AC}\| = \frac{1}{2}\|\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\| = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$;
- $S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{CD} \times \overrightarrow{CE}\|$



Exercício 4

Em um triângulo $\triangle ABC$, considere D o ponto médio de AB e E o ponto tal que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. Expresse a área do $\triangle CDE$ em termos da área do $\triangle ABC$.

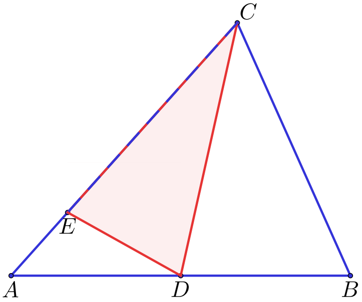
- $S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{AC}\| = \frac{1}{2}\|\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\| = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$;
- $S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{CD} \times \overrightarrow{CE}\| = \frac{1}{2}\|\frac{3}{4}\overrightarrow{CA} \times \overrightarrow{CD}\|$



Exercício 4

Em um triângulo $\triangle ABC$, considere D o ponto médio de AB e E o ponto tal que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. Expresse a área do $\triangle CDE$ em termos da área do $\triangle ABC$.

- $S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{AC}\| = \frac{1}{2}\|\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\| = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$;
- $S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{CD} \times \overrightarrow{CE}\| = \frac{1}{2}\|\frac{3}{4}\overrightarrow{CA} \times \overrightarrow{CD}\| = \frac{3}{4}S_{\triangle ADC}$

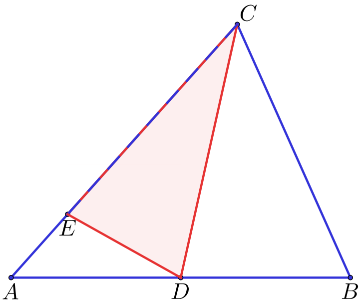


Exercícios

Exercício 4

Em um triângulo $\triangle ABC$, considere D o ponto médio de AB e E o ponto tal que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. Expresse a área do $\triangle CDE$ em termos da área do $\triangle ABC$.

- $S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{AC}\| = \frac{1}{2}\|\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\| = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$;
- $S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{CD} \times \overrightarrow{CE}\| = \frac{1}{2}\|\frac{3}{4}\overrightarrow{CA} \times \overrightarrow{CD}\| = \frac{3}{4}S_{\triangle ADC} = \frac{3}{8}S_{\triangle ABC}$.



Exercício 5

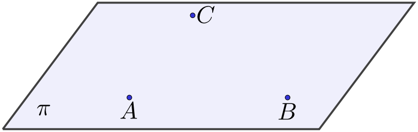
Sejam $A = (1,0,1)$, $B = (2,1,0)$, $C = (0,1,1)$ e $D = (1,t,0)$. Para que valor de $t \in \mathbb{R}$ estes pontos são coplanares?

Exercícios

Exercício 5

Sejam $A = (1,0,1)$, $B = (2,1,0)$, $C = (0,1,1)$ e $D = (1,t,0)$. Para que valor de $t \in \mathbb{R}$ estes pontos são coplanares?

- Plano π, definido por A, B e C;

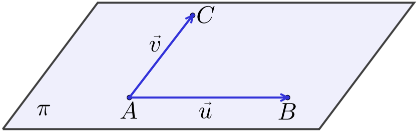


Exercícios

Exercício 5

Sejam $A = (1,0,1)$, $B = (2,1,0)$, $C = (0,1,1)$ e $D = (1,t,0)$. Para que valor de $t \in \mathbb{R}$ estes pontos são coplanares?

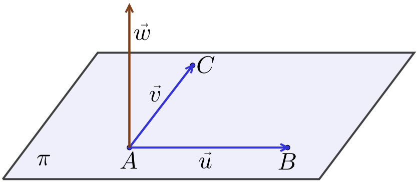
- Plano π, definido por A, B e C;
- $u = \overrightarrow{AB} = (1,1,-1)$;
- $v = \overrightarrow{AC} = (-1,1,0)$;



Exercício 5

Sejam $A = (1,0,1)$, $B = (2,1,0)$, $C = (0,1,1)$ e $D = (1,t,0)$. Para que valor de $t \in \mathbb{R}$ estes pontos são coplanares?

- Plano π, definido por A, B e C;
- $u = \overrightarrow{AB} = (1,1,-1)$;
- $v = \overrightarrow{AC} = (-1,1,0)$;
- $w = \vec{u} \times \vec{v} = (1,1,2)$;

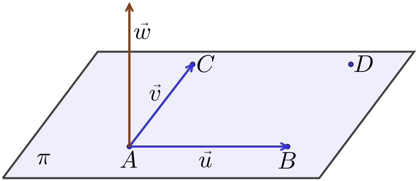


Exercícios

Exercício 5

Sejam $A = (1,0,1)$, $B = (2,1,0)$, $C = (0,1,1)$ e $D = (1,t,0)$. Para que valor de $t \in \mathbb{R}$ estes pontos são coplanares?

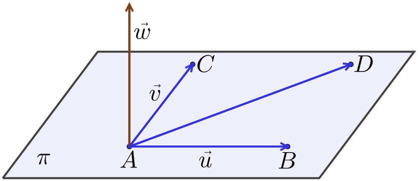
- Plano π, definido por A, B e C;
- $u = \overrightarrow{AB} = (1,1,-1)$;
- $v = \overrightarrow{AC} = (-1,1,0)$;
- $w = \vec{u} \times \vec{v} = (1,1,2)$;
- $d \in \pi$



Exercício 5

Sejam $A = (1,0,1)$, $B = (2,1,0)$, $C = (0,1,1)$ e $D = (1,t,0)$. Para que valor de $t \in \mathbb{R}$ estes pontos são coplanares?

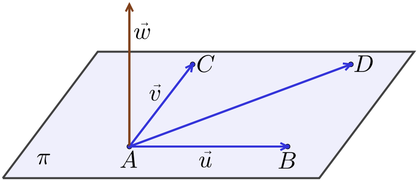
- Plano π, definido por A, B e C;
- $u = \overrightarrow{AB} = (1,1,-1)$;
- $v = \overrightarrow{AC} = (-1,1,0)$;
- $w = \vec{u} \times \vec{v} = (1,1,2)$;
- $d \in \pi \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} \perp w$;



Exercício 5

Sejam $A = (1,0,1)$, $B = (2,1,0)$, $C = (0,1,1)$ e $D = (1,t,0)$. Para que valor de $t \in \mathbb{R}$ estes pontos são coplanares?

- Plano π, definido por A, B e C;
- $u = \overrightarrow{AB} = (1,1,-1)$;
- $v = \overrightarrow{AC} = (-1,1,0)$;
- $w = \vec{u} \times \vec{v} = (1,1,2)$;
- $d \in \pi \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} \perp w$;
- $\overrightarrow{AD} = (0,t,-1)$;



Exercícios

Exercício 5

Sejam $A = (1,0,1)$, $B = (2,1,0)$, $C = (0,1,1)$ e $D = (1,t,0)$. Para que valor de $t \in \mathbb{R}$ estes pontos são coplanares?

- Plano π, definido por A, B e C;
- $u = \overrightarrow{AB} = (1,1,-1)$;
- $v = \overrightarrow{AC} = (-1,1,0)$;
- $w = \vec{u} \times \vec{v} = (1,1,2)$;
- $d \in \pi \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} \perp w$;
- $\overrightarrow{AD} = (0,t,-1)$;
- $\overrightarrow{AD} \perp w \Leftrightarrow t = 2$.