A reta no espaço $\mathbb{R}^3$ - Parte 1

Ademir Alves Ribeiro

UFPR - 2021
https://youtu.be/smee9vB6dzs

Determinação de uma reta

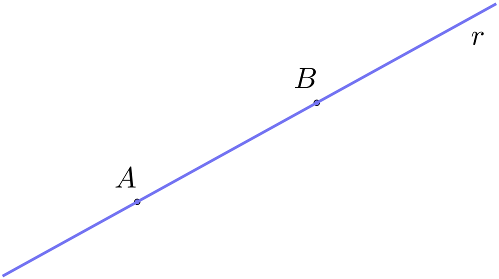
Axioma

Dois pontos distintos determinam uma única reta.

Determinação de uma reta

Axioma

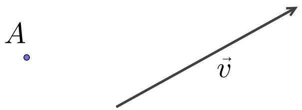
Dois pontos distintos determinam uma única reta.



Determinação de uma reta

Outro modo

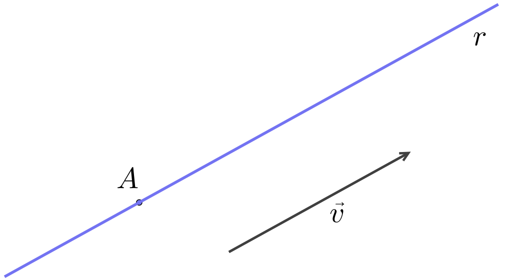
Um ponto e uma direção determinam uma única reta.



Determinação de uma reta

Outro modo

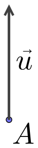
Um ponto e uma direção determinam uma única reta.



Determinação de uma reta

Mais algum modo?

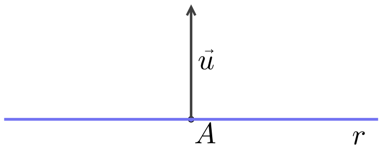
Dados um ponto A e um vetor não nulo $\vec{u}$, podemos afirmar que existe uma única reta que passa por A e é ortogonal ao vetor $\vec{u}$?



Determinação de uma reta

Mais algum modo?

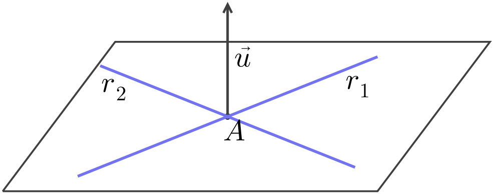
Dados um ponto A e um vetor não nulo $\vec{u}$, podemos afirmar que existe uma única reta que passa por A e é ortogonal ao vetor $\vec{u}$?
Se o universo for o plano, sim!



Determinação de uma reta

Mais algum modo?

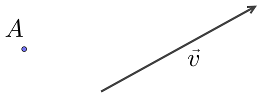
Dados um ponto A e um vetor não nulo $\vec{u}$, podemos afirmar que existe uma única reta que passa por A e é ortogonal ao vetor $\vec{u}$? Se o universo for o plano, sim! Mas se for o espaço, não!



Equações da reta em $\mathbb{R}^3$

Determinada por um ponto e um vetor diretor

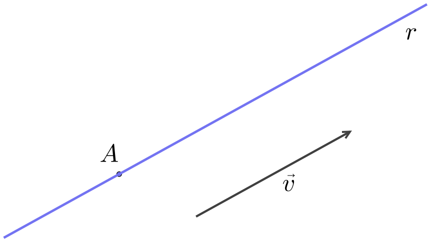
Dados um ponto $A = (x_1, y_1, z_1) \in \mathbb{R}^3$ e um vetor não nulo $\vec{v} = (a, b, c) \in \mathbb{R}^3$, existe uma única reta que passa por A e tem a direção de $\vec{v}$.



Equações da reta em $\mathbb{R}^3$

Determinada por um ponto e um vetor diretor

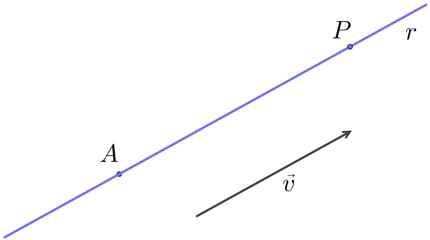
Dados um ponto $A = (x_1, y_1, z_1) \in \mathbb{R}^3$ e um vetor não nulo $\vec{v} = (a, b, c) \in \mathbb{R}^3$, existe uma única reta que passa por A e tem a direção de $\vec{v}$.



Equações da reta em $\mathbb{R}^3$

Determinada por um ponto e um vetor diretor

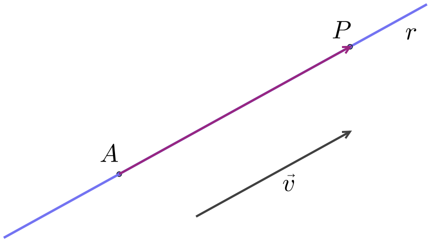
Dados um ponto $A=(x_1,y_1,z_1)\in\mathbb{R}^3$ e um vetor não nulo $\vec{v}=(a,b,c)\in\mathbb{R}^3$, existe uma única reta que passa por A e tem a direção de $\vec{v}$.



Equações da reta em $\mathbb{R}^3$

Determinada por um ponto e um vetor diretor

Dados um ponto $A = (x_1, y_1, z_1) \in \mathbb{R}^3$ e um vetor não nulo $\vec{v} = (a, b, c) \in \mathbb{R}^3$, existe uma única reta que passa por A e tem a direção de $\vec{v}$.

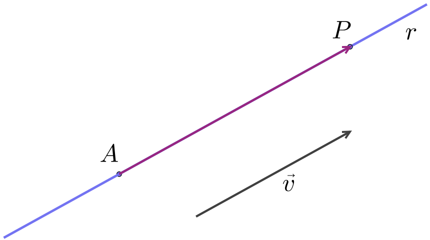


- Temos que $P \in r \Leftrightarrow \overrightarrow{AP} = t\vec{v}$ para algum $t \in \mathbb{R}$;

Equações da reta em $\mathbb{R}^3$

Determinada por um ponto e um vetor diretor

Dados um ponto $A = (x_1, y_1, z_1) \in \mathbb{R}^3$ e um vetor não nulo $\vec{v} = (a, b, c) \in \mathbb{R}^3$, existe uma única reta que passa por A e tem a direção de $\vec{v}$.

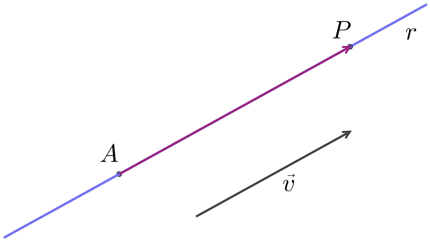


- Temos que $P \in r \Leftrightarrow \overrightarrow{AP} = t\vec{v}$ para algum $t \in \mathbb{R}$;
- $P = A + t\vec{v}$

Equações da reta em $\mathbb{R}^3$

Determinada por um ponto e um vetor diretor

Dados um ponto $A = (x_1, y_1, z_1) \in \mathbb{R}^3$ e um vetor não nulo $\vec{v} = (a, b, c) \in \mathbb{R}^3$, existe uma única reta que passa por A e tem a direção de $\vec{v}$.

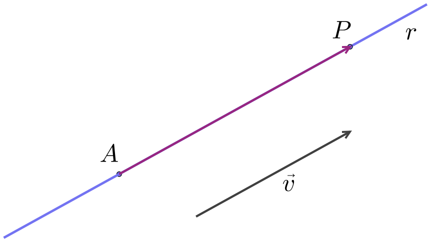


- Temos que $P \in r \Leftrightarrow \overrightarrow{AP} = t\vec{v}$ para algum $t \in \mathbb{R}$;
- $P = A + t\vec{v} \Leftrightarrow (x, y, z) = (x_1, y_1, z_1) + t(a, b, c)$;

Equações da reta em $\mathbb{R}^3$

Determinada por um ponto e um vetor diretor

Dados um ponto $A = (x_1, y_1, z_1) \in \mathbb{R}^3$ e um vetor não nulo $\vec{v} = (a, b, c) \in \mathbb{R}^3$, existe uma única reta que passa por A e tem a direção de $\vec{v}$.

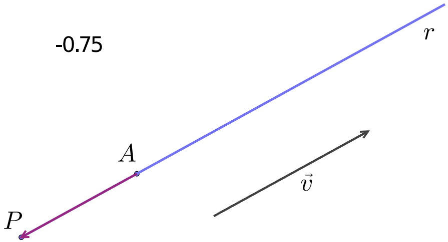


- Temos que $P \in r \Leftrightarrow \overrightarrow{AP} = t\vec{v}$ para algum $t \in \mathbb{R}$;
- $P = A + t\vec{v} \Leftrightarrow (x, y, z) = (x_1, y_1, z_1) + t(a, b, c)$;
- Note a correspondência entre pontos da reta e valores de t.

Equações da reta em $\mathbb{R}^3$

Determinada por um ponto e um vetor diretor

Dados um ponto $A = (x_1, y_1, z_1) \in \mathbb{R}^3$ e um vetor não nulo $\vec{v} = (a, b, c) \in \mathbb{R}^3$, existe uma única reta que passa por A e tem a direção de $\vec{v}$.

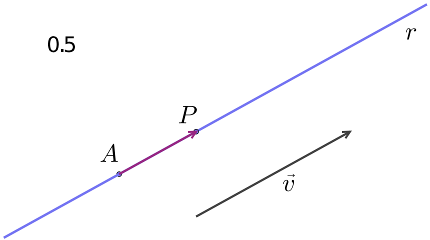


- Temos que $P \in r \Leftrightarrow \overrightarrow{AP} = t\vec{v}$ para algum $t \in \mathbb{R}$;
- $P = A + t\vec{v} \Leftrightarrow (x, y, z) = (x_1, y_1, z_1) + t(a, b, c)$;
- Note a correspondência entre pontos da reta e valores de t.

Equações da reta em $\mathbb{R}^3$

Determinada por um ponto e um vetor diretor

Dados um ponto $A = (x_1, y_1, z_1) \in \mathbb{R}^3$ e um vetor não nulo $\vec{v} = (a, b, c) \in \mathbb{R}^3$, existe uma única reta que passa por A e tem a direção de $\vec{v}$.

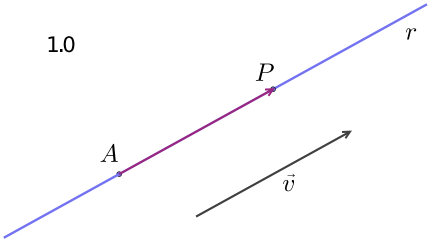


- Temos que $P \in r \Leftrightarrow \overrightarrow{AP} = t\vec{v}$ para algum $t \in \mathbb{R}$;
- $P = A + t\vec{v} \Leftrightarrow (x, y, z) = (x_1, y_1, z_1) + t(a, b, c)$;
- Note a correspondência entre pontos da reta e valores de t.

Equações da reta em $\mathbb{R}^3$

Determinada por um ponto e um vetor diretor

Dados um ponto $A = (x_1, y_1, z_1) \in \mathbb{R}^3$ e um vetor não nulo $\vec{v} = (a, b, c) \in \mathbb{R}^3$, existe uma única reta que passa por A e tem a direção de $\vec{v}$.

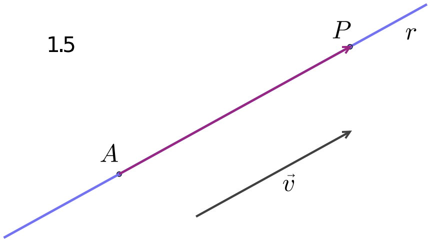


- Temos que $P \in r \Leftrightarrow \overrightarrow{AP} = t\vec{v}$ para algum $t \in \mathbb{R}$;
- $P = A + t\vec{v} \Leftrightarrow (x, y, z) = (x_1, y_1, z_1) + t(a, b, c)$;
- Note a correspondência entre pontos da reta e valores de t.

Equações da reta em $\mathbb{R}^3$

Determinada por um ponto e um vetor diretor

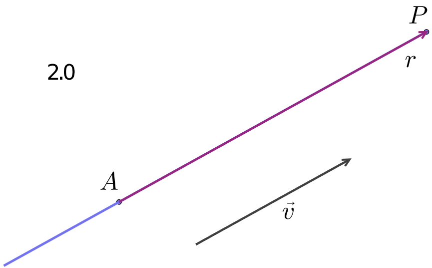
Dados um ponto $A = (x_1, y_1, z_1) \in \mathbb{R}^3$ e um vetor não nulo $\vec{v} = (a, b, c) \in \mathbb{R}^3$, existe uma única reta que passa por A e tem a direção de $\vec{v}$.



- Temos que $P \in r \Leftrightarrow \overrightarrow{AP} = t\vec{v}$ para algum $t \in \mathbb{R}$;
- $P = A + t\vec{v} \Leftrightarrow (x, y, z) = (x_1, y_1, z_1) + t(a, b, c)$;
- Note a correspondência entre pontos da reta e valores de t.

Determinada por um ponto e um vetor diretor

Dados um ponto $A = (x_1, y_1, z_1) \in \mathbb{R}^3$ e um vetor não nulo $\vec{v} = (a, b, c) \in \mathbb{R}^3$, existe uma única reta que passa por A e tem a direção de $\vec{v}$.



- Temos que $P \in r \Leftrightarrow \overrightarrow{AP} = t\vec{v}$ para algum $t \in \mathbb{R}$;
- $P = A + t\vec{v} \Leftrightarrow (x, y, z) = (x_1, y_1, z_1) + t(a, b, c)$;
- Note a correspondência entre pontos da reta e valores de t.

Equações da reta em $\mathbb{R}^3$

Equação vetorial (compacta)

$$P = A + t\vec{v}$$

Equação vetorial

$$(x,y,z) = (x_1,y_1,z_1) + t(a,b,c)$$

Equações da reta em $\mathbb{R}^3$

Equação vetorial (compacta)

$$P = A + t\vec{v}$$

Equação vetorial

$$(x,y,z) = (x_1,y_1,z_1) + t(a,b,c)$$

Equações paramétricas

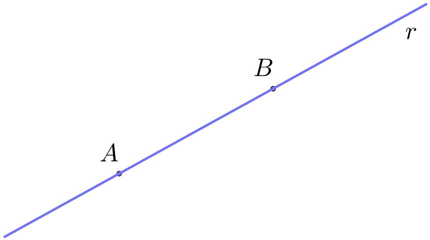
$$r : \begin{cases} x = x_1 + at \\ y = y_1 + bt \\ z = z_1 + ct \end{cases}$$

Equações da reta em $\mathbb{R}^3$

Determinada por dois pontos

A reta que passa por dois pontos $A, B \in \mathbb{R}^3$ tem equação

$$P = A + t\overrightarrow{AB}$$

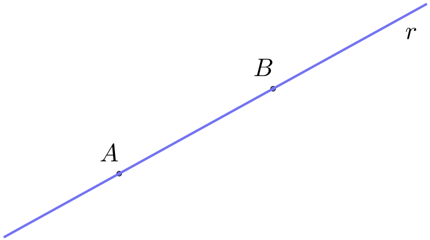


Equações da reta em $\mathbb{R}^3$

Determinada por dois pontos

A reta que passa por dois pontos $A, B \in \mathbb{R}^3$ tem equação

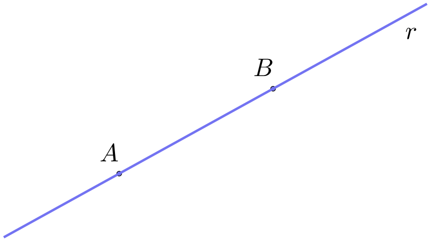
$$P = A + t\overrightarrow{AB} = A + t(B - A)$$



Determinada por dois pontos

A reta que passa por dois pontos $A, B \in \mathbb{R}^3$ tem equação

$$P = A + t\overrightarrow{AB} = A + t(B - A) = (1 - t)A + tB.$$

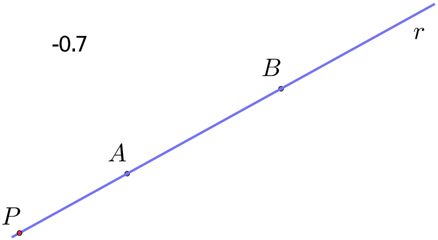


Equações da reta em $\mathbb{R}^3$

Determinada por dois pontos

A reta que passa por dois pontos $A, B \in \mathbb{R}^3$ tem equação

$$P = A + t\overrightarrow{AB} = A + t(B - A) = (1 - t)A + tB.$$

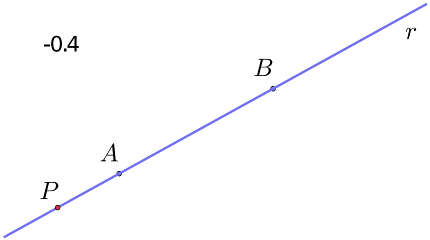


- $t \in (-\infty, 0)$

Determinada por dois pontos

A reta que passa por dois pontos $A, B \in \mathbb{R}^3$ tem equação

$$P = A + t\overrightarrow{AB} = A + t(B - A) = (1 - t)A + tB.$$



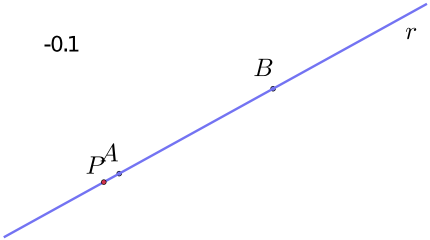
- $t \in (-\infty, 0)$

Equações da reta em $\mathbb{R}^3$

Determinada por dois pontos

A reta que passa por dois pontos $A, B \in \mathbb{R}^3$ tem equação

$$P = A + t\overrightarrow{AB} = A + t(B - A) = (1-t)A + tB.$$



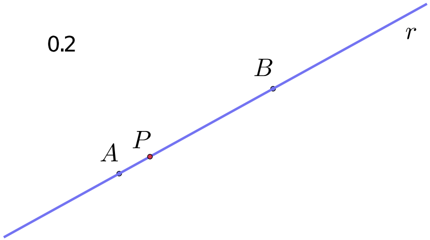
- $t \in (-\infty, 0)$

Determinada por dois pontos

A reta que passa por dois pontos $A, B \in \mathbb{R}^3$ tem equação

$$P = A + t\overrightarrow{AB} = A + t(B - A) = (1 - t)A + tB.$$

0.2

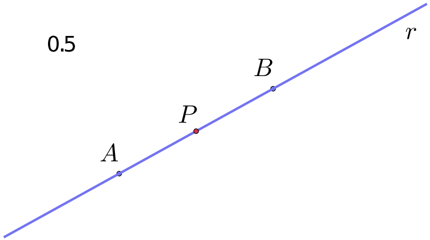


- $t \in [0, 1]$

Determinada por dois pontos

A reta que passa por dois pontos $A, B \in \mathbb{R}^3$ tem equação

$$P = A + t\overrightarrow{AB} = A + t(B - A) = (1 - t)A + tB.$$



- $t \in [0, 1]$

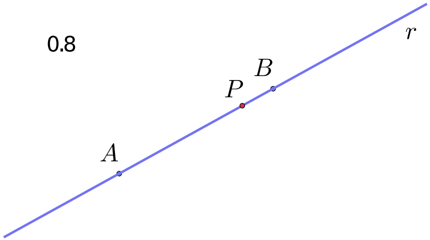
Equações da reta em $\mathbb{R}^3$

Determinada por dois pontos

A reta que passa por dois pontos $A, B \in \mathbb{R}^3$ tem equação

$$P = A + t\overrightarrow{AB} = A + t(B - A) = (1-t)A + tB.$$

0.8



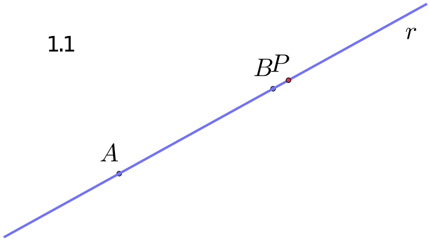
- $t \in [0, 1]$

Equações da reta em $\mathbb{R}^3$

Determinada por dois pontos

A reta que passa por dois pontos $A, B \in \mathbb{R}^3$ tem equação

$$P = A + t\overrightarrow{AB} = A + t(B - A) = (1 - t)A + tB.$$



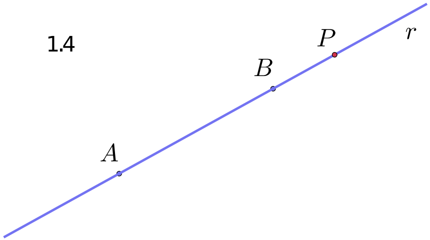
- $t \in (1, \infty)$.

Equações da reta em $\mathbb{R}^3$

Determinada por dois pontos

A reta que passa por dois pontos $A, B \in \mathbb{R}^3$ tem equação

$$P = A + t\overrightarrow{AB} = A + t(B - A) = (1-t)A + tB.$$

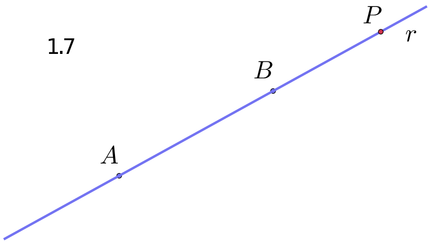


- $t \in (1, \infty)$.

Determinada por dois pontos

A reta que passa por dois pontos $A, B \in \mathbb{R}^3$ tem equação

$$P = A + t\overrightarrow{AB} = A + t(B - A) = (1 - t)A + tB.$$

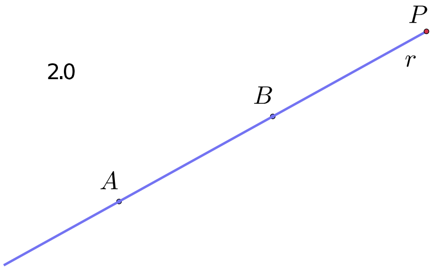


- $t \in (1, \infty)$.

Determinada por dois pontos

A reta que passa por dois pontos $A, B \in \mathbb{R}^3$ tem equação

$$P = A + t\overrightarrow{AB} = A + t(B - A) = (1 - t)A + tB.$$



- $t \in (1, \infty)$.

Exercício 1

Considere a reta definida por $r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

1. Obtenha dois pontos e um vetor diretor desta reta;
2. Verifique se $P = (-1, 8, 4) \in r$;
3. Verifique se $Q = (3, -4, 1) \in r$;

Exercícios

Exercício 1

Considere a reta definida por $r: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

1. Obtenha dois pontos e um vetor diretor desta reta;
2. Verifique se $P = (-1, 8, 4) \in r$;
3. Verifique se $Q = (3, -4, 1) \in r$;

1. $t = 0 \to (1, 2, 2)$,

Exercício 1

Considere a reta definida por $r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

1. Obtenha dois pontos e um vetor diretor desta reta;
2. Verifique se $P = (-1, 8, 4) \in r$;
3. Verifique se $Q = (3, -4, 1) \in r$;

1. $t = 0 \rightarrow (1, 2, 2)$, $t = 1 \rightarrow (2, -1, 1)$,

Exercício 1

Considere a reta definida por $r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

1. Obtenha dois pontos e um vetor diretor desta reta;
2. Verifique se $P = (-1, 8, 4) \in r$;
3. Verifique se $Q = (3, -4, 1) \in r$;

1. $t = 0 \rightarrow (1, 2, 2),\ t = 1 \rightarrow (2, -1, 1),\ \vec{v} = (1, -3, -1);$

Exercícios

Exercício 1

Considere a reta definida por $r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

1. Obtenha dois pontos e um vetor diretor desta reta;
2. Verifique se $P = (-1, 8, 4) \in r$;
3. Verifique se $Q = (3, -4, 1) \in r$;

1. $t = 0 \to (1, 2, 2),\ t = 1 \to (2, -1, 1),\ \vec{v} = (1, -3, -1)$;
2. Existe $t \in \mathbb{R}$ tal que $\begin{cases} 1 + t & = & -1 \\ 2 - 3t & = & 8 \\ 2 - t & = & 4 \end{cases}$?

Exercícios

Exercício 1

Considere a reta definida por $r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

1. Obtenha dois pontos e um vetor diretor desta reta;
2. Verifique se $P = (-1, 8, 4) \in r$;
3. Verifique se $Q = (3, -4, 1) \in r$;

1. $t = 0 \to (1, 2, 2),\ t = 1 \to (2, -1, 1),\ \vec{v} = (1, -3, -1)$;
2. Existe $t \in \mathbb{R}$ tal que $\begin{cases} 1 + t & = & -1 \\ 2 - 3t & = & 8 \\ 2 - t & = & 4 \end{cases}$? Sim, $t = -2$;

Exercício 1

Considere a reta definida por $r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

1. Obtenha dois pontos e um vetor diretor desta reta;
2. Verifique se $P = (-1, 8, 4) \in r$;
3. Verifique se $Q = (3, -4, 1) \in r$;

1. $t = 0 \to (1, 2, 2),\ t = 1 \to (2, -1, 1),\ \vec{v} = (1, -3, -1);$
2. Existe $t \in \mathbb{R}$ tal que $\begin{cases} 1 + t &= -1 \\ 2 - 3t &= 8 \\ 2 - t &= 4 \end{cases}$? Sim, $t = -2$;
3. Existe $t \in \mathbb{R}$ tal que $\begin{cases} 1 + t &= 3 \\ 2 - 3t &= -4 \\ 2 - t &= 1 \end{cases}$?

UFPR

Exercícios

Exercício 1

Considere a reta definida por $r: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

1. Obtenha dois pontos e um vetor diretor desta reta;
2. Verifique se $P = (-1, 8, 4) \in r$;
3. Verifique se $Q = (3, -4, 1) \in r$;

1. $t = 0 \to (1, 2, 2),\ t = 1 \to (2, -1, 1),\ \vec{v} = (1, -3, -1)$;
2. Existe $t \in \mathbb{R}$ tal que $\begin{cases} 1 + t = -1 \\ 2 - 3t = 8 \\ 2 - t = 4 \end{cases}$? Sim, $t = -2$;
3. Existe $t \in \mathbb{R}$ tal que $\begin{cases} 1 + t = 3 \\ 2 - 3t = -4 \\ 2 - t = 1 \end{cases}$? Não.

Exercícios

Exercício 2

Verifique que as equações $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-3t \\ z = 2-t \end{cases}$ e $\begin{cases} x = 2-2t \\ y = -1+6t \\ z = 1+2t \end{cases}$ representam a mesma reta.

Exercício 2

Verifique que as equações $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$ e $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 + 6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ representam a mesma reta.

- Note que $A = (1, 2, 2)$ e $B = (2, -1, 1)$ pertencem à primeira reta.

Exercícios

Exercício 2

Verifique que as equações $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$ e $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 + 6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ representam a mesma reta.

- Note que $A = (1, 2, 2)$ e $B = (2, -1, 1)$ pertencem à primeira reta. Basta fazer $t = 0$ e $t = 1$, respectivamente;

Exercício 2

Verifique que as equações $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$ e $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 + 6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ representam a mesma reta.

- Note que $A = (1, 2, 2)$ e $B = (2, -1, 1)$ pertencem à primeira reta. Basta fazer $t = 0$ e $t = 1$, respectivamente;
- Existe $t \in \mathbb{R}$ tal que $\begin{cases} 2 - 2t &= 1 \\ -1 + 6t &= 2 \\ 1 + 2t &= 2 \end{cases}$?

Exercício 2

Verifique que as equações $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-3t \\ z = 2-t \end{cases}$ e $\begin{cases} x = 2-2t \\ y = -1+6t \\ z = 1+2t \end{cases}$ representam a mesma reta.

- Note que $A = (1,2,2)$ e $B = (2,-1,1)$ pertencem à primeira reta. Basta fazer $t = 0$ e $t = 1$, respectivamente;
- Existe $t \in \mathbb{R}$ tal que $\begin{cases} 2-2t & = & 1 \\ -1+6t & = & 2 \\ 1+2t & = & 2 \end{cases}$? Sim, $t = 1/2$;

Exercício 2

Verifique que as equações $\left\{\begin{array}{l} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=2-t \end{array}\right.$ e $\left\{\begin{array}{l} x=2-2t \\ y=-1+6t \\ z=1+2t \end{array}\right.$ representam a mesma reta.

- Note que $A=(1,2,2)$ e $B=(2,-1,1)$ pertencem à primeira reta. Basta fazer $t=0$ e $t=1$, respectivamente;
- Existe $t\in\mathbb{R}$ tal que $\left\{\begin{array}{rcl} 2-2t & = & 1 \\ -1+6t & = & 2 \\ 1+2t & = & 2 \end{array}\right.$? Sim, $t=1/2$;
- Note que $B=(2,-1,1)$ pertence à segunda reta:

Exercícios

Exercício 2

Verifique que as equações $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$ e $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 + 6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ representam a mesma reta.

- Note que $A = (1, 2, 2)$ e $B = (2, -1, 1)$ pertencem à primeira reta. Basta fazer $t = 0$ e $t = 1$, respectivamente;
- Existe $t \in \mathbb{R}$ tal que $\begin{cases} 2 - 2t & = & 1 \\ -1 + 6t & = & 2 \\ 1 + 2t & = & 2 \end{cases}$? Sim, $t = 1/2$;
- Note que $B = (2, -1, 1)$ pertence à segunda reta: faça $t = 0$;

Exercício 2

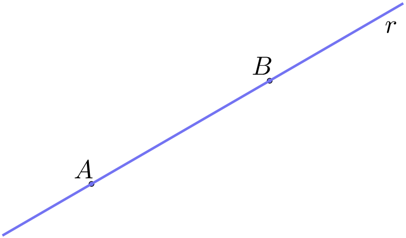
Verifique que as equações $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$ e $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 + 6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ representam a mesma reta.

- Note que $A = (1, 2, 2)$ e $B = (2, -1, 1)$ pertencem à primeira reta. Basta fazer $t = 0$ e $t = 1$, respectivamente;
- Existe $t \in \mathbb{R}$ tal que $\begin{cases} 2 - 2t & = & 1 \\ -1 + 6t & = & 2 \\ 1 + 2t & = & 2 \end{cases}$? Sim, $t = 1/2$;
- Note que $B = (2, -1, 1)$ pertence à segunda reta: faça $t = 0$;
- Portanto, A e B pertencem à segunda reta.

Exercícios

Exercício 3

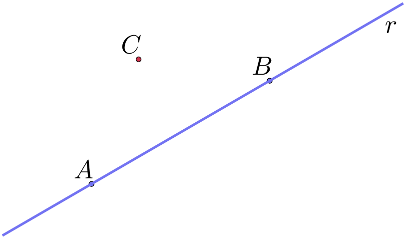
1. Equação da reta r, que passa por $A = (-1, 1, 2)$ e $B = (1, 3, 4)$;
2. Determine o ponto $P_1 \in r$ mais próximo de $C = (1, 1, 3)$;
3. Encontre todos os pontos de r distantes $\sqrt{10/3}$ unidades de C;
4. Existe algum ponto de r distante 1 unidade de C?
5. Mostre que existe um único ponto de r distante $\sqrt{2}$ unidades de C.



Exercícios

Exercício 3

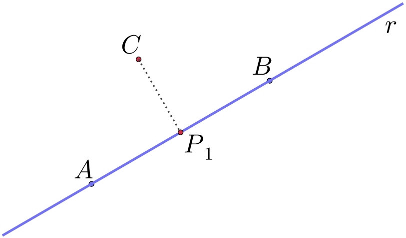
1. Equação da reta r, que passa por $A = (-1, 1, 2)$ e $B = (1, 3, 4)$;
2. Determine o ponto $P_1 \in r$ mais próximo de $C = (1, 1, 3)$;
3. Encontre todos os pontos de r distantes $\sqrt{10/3}$ unidades de C;
4. Existe algum ponto de r distante 1 unidade de C?
5. Mostre que existe um único ponto de r distante $\sqrt{2}$ unidades de C.



Exercícios

Exercício 3

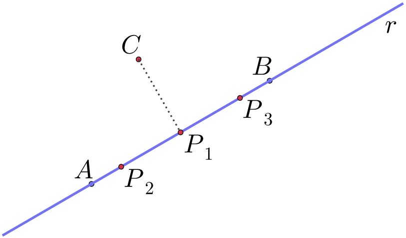
1. Equação da reta r, que passa por $A = (-1,1,2)$ e $B = (1,3,4)$;
2. Determine o ponto $P_1 \in r$ mais próximo de $C = (1,1,3)$;
3. Encontre todos os pontos de r distantes $\sqrt{10/3}$ unidades de C;
4. Existe algum ponto de r distante 1 unidade de C?
5. Mostre que existe um único ponto de r distante $\sqrt{2}$ unidades de C.



Exercícios

Exercício 3

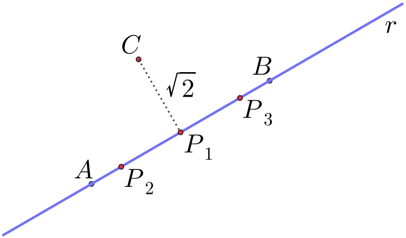
1. Equação da reta r, que passa por $A = (-1, 1, 2)$ e $B = (1, 3, 4)$;
2. Determine o ponto $P_1 \in r$ mais próximo de $C = (1, 1, 3)$;
3. Encontre todos os pontos de r distantes $\sqrt{10/3}$ unidades de C;
4. Existe algum ponto de r distante 1 unidade de C?
5. Mostre que existe um único ponto de r distante $\sqrt{2}$ unidades de C.



Exercícios

Exercício 3

1. Equação da reta r, que passa por $A = (-1, 1, 2)$ e $B = (1, 3, 4)$;
2. Determine o ponto $P_1 \in r$ mais próximo de $C = (1, 1, 3)$;
3. Encontre todos os pontos de r distantes $\sqrt{10/3}$ unidades de C;
4. Existe algum ponto de r distante 1 unidade de C?
5. Mostre que existe um único ponto de r distante $\sqrt{2}$ unidades de C.



Exercícios

Exercício 3

1. Equação da reta r, que passa por $A = (-1,1,2)$ e $B = (1,3,4)$;
2. Determine o ponto $P_1 \in r$ mais próximo de $C = (1,1,3)$;
3. Encontre todos os pontos de r distantes $\sqrt{10/3}$ unidades de C;
4. Existe algum ponto de r distante 1 unidade de C?
5. Mostre que existe um único ponto de r distante $\sqrt{2}$ unidades de C.

1. $(x,y,z) = (-1,1,2) + t(2,2,2)$;

Exercício 3

1. Equação da reta r, que passa por $A = (-1,1,2)$ e $B = (1,3,4)$;
2. Determine o ponto $P_1 \in r$ mais próximo de $C = (1,1,3)$;
3. Encontre todos os pontos de r distantes $\sqrt{10/3}$ unidades de C;
4. Existe algum ponto de r distante 1 unidade de C?
5. Mostre que existe um único ponto de r distante $\sqrt{2}$ unidades de C.

1. $(x,y,z) = (-1,1,2) + t(2,2,2)$;
2. $\overrightarrow{CP_1} \perp \overrightarrow{AB}$

Exercícios

Exercício 3

1. Equação da reta r, que passa por $A = (-1,1,2)$ e $B = (1,3,4)$;
2. Determine o ponto $P_1 \in r$ mais próximo de $C = (1,1,3)$;
3. Encontre todos os pontos de r distantes $\sqrt{10/3}$ unidades de C;
4. Existe algum ponto de r distante 1 unidade de C?
5. Mostre que existe um único ponto de r distante $\sqrt{2}$ unidades de C.

1. $(x,y,z) = (-1,1,2) + t(2,2,2)$;
2. $\overrightarrow{CP_1} \perp \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow (-2+2t, 2t, -1+2t) \perp (2,2,2)$

Exercício 3

1. Equação da reta r, que passa por $A = (-1,1,2)$ e $B = (1,3,4)$;
2. Determine o ponto $P_1 \in r$ mais próximo de $C = (1,1,3)$;
3. Encontre todos os pontos de r distantes $\sqrt{10/3}$ unidades de C;
4. Existe algum ponto de r distante 1 unidade de C?
5. Mostre que existe um único ponto de r distante $\sqrt{2}$ unidades de C.

1. $(x,y,z) = (-1,1,2) + t(2,2,2)$;
2. $\overrightarrow{CP_1} \perp \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow (-2+2t, 2t, -1+2t) \perp (2,2,2) \Leftrightarrow t = 1/2$

Exercícios

Exercício 3

1. Equação da reta r, que passa por $A = (-1,1,2)$ e $B = (1,3,4)$;
2. Determine o ponto $P_1 \in r$ mais próximo de $C = (1,1,3)$;
3. Encontre todos os pontos de r distantes $\sqrt{10/3}$ unidades de C;
4. Existe algum ponto de r distante 1 unidade de C?
5. Mostre que existe um único ponto de r distante $\sqrt{2}$ unidades de C.

1. $(x,y,z) = (-1,1,2) + t(2,2,2)$;
2. $\overrightarrow{CP_1} \perp \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow (-2+2t, 2t, -1+2t) \perp (2,2,2) \Leftrightarrow t = 1/2 \Rightarrow P_1 = (0,2,3)$;

Exercícios

Exercício 3

1. Equação da reta r, que passa por $A = (-1,1,2)$ e $B = (1,3,4)$;
2. Determine o ponto $P_1 \in r$ mais próximo de $C = (1,1,3)$;
3. Encontre todos os pontos de r distantes $\sqrt{10/3}$ unidades de C;
4. Existe algum ponto de r distante 1 unidade de C?
5. Mostre que existe um único ponto de r distante $\sqrt{2}$ unidades de C.

1. $(x,y,z) = (-1,1,2) + t(2,2,2)$;
2. $\overrightarrow{CP_1} \perp \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow (-2+2t, 2t, -1+2t) \perp (2,2,2) \Leftrightarrow t = 1/2 \Rightarrow P_1 = (0,2,3)$;

$\|\overrightarrow{CP}\| = \|(-2+2t, 2t, -1+2t)\| = d$

Exercícios

Exercício 3

1. Equação da reta r, que passa por $A = (-1,1,2)$ e $B = (1,3,4)$;
2. Determine o ponto $P_1 \in r$ mais próximo de $C = (1,1,3)$;
3. Encontre todos os pontos de r distantes $\sqrt{10/3}$ unidades de C;
4. Existe algum ponto de r distante 1 unidade de C?
5. Mostre que existe um único ponto de r distante $\sqrt{2}$ unidades de C.

1. $(x,y,z) = (-1,1,2) + t(2,2,2)$;
2. $\overrightarrow{CP_1} \perp \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow (-2+2t, 2t, -1+2t) \perp (2,2,2) \Leftrightarrow t = 1/2 \Rightarrow P_1 = (0,2,3)$;

   $\|\overrightarrow{CP}\| = \|(-2+2t, 2t, -1+2t)\| = d \Leftrightarrow 12t^2 - 12t + 5 - d^2 = 0$

Exercício 3

1. Equação da reta r, que passa por $A=(-1,1,2)$ e $B=(1,3,4)$;
2. Determine o ponto $P_1 \in r$ mais próximo de $C=(1,1,3)$;
3. Encontre todos os pontos de r distantes $\sqrt{10/3}$ unidades de C;
4. Existe algum ponto de r distante 1 unidade de C?
5. Mostre que existe um único ponto de r distante $\sqrt{2}$ unidades de C.

1. $(x,y,z)=(-1,1,2)+t(2,2,2)$;
2. $\overrightarrow{CP_1} \perp \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow (-2+2t,2t,-1+2t) \perp (2,2,2) \Leftrightarrow t=1/2 \Rightarrow P_1=(0,2,3)$;

   $\|\overrightarrow{CP}\| = \|(-2+2t,2t,-1+2t)\| = d \Leftrightarrow 12t^2-12t+5-d^2=0$

   $\Leftrightarrow t=\left(3 \pm \sqrt{3d^2-6}\right)/6$;

Exercício 3

1. Equação da reta r, que passa por $A = (-1,1,2)$ e $B = (1,3,4)$;
2. Determine o ponto $P_1 \in r$ mais próximo de $C = (1,1,3)$;
3. Encontre todos os pontos de r distantes $\sqrt{10/3}$ unidades de C;
4. Existe algum ponto de r distante 1 unidade de C?
5. Mostre que existe um único ponto de r distante $\sqrt{2}$ unidades de C.

1. $(x,y,z) = (-1,1,2) + t(2,2,2)$;
2. $\overrightarrow{CP_1} \perp \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow (-2+2t, 2t, -1+2t) \perp (2,2,2) \Leftrightarrow t = 1/2 \Rightarrow P_1 = (0,2,3)$;

   $\|\overrightarrow{CP}\| = \|(-2+2t, 2t, -1+2t)\| = d \Leftrightarrow 12t^2 - 12t + 5 - d^2 = 0$

   $\Leftrightarrow t = \left(3 \pm \sqrt{3d^2 - 6}\right)/6$;
3. $d = \sqrt{10/3} \Rightarrow t = 1/6$ ou $t = 5/6$;

Exercício 3

1. Equação da reta r, que passa por $A = (-1,1,2)$ e $B = (1,3,4)$;
2. Determine o ponto $P_1 \in r$ mais próximo de $C = (1,1,3)$;
3. Encontre todos os pontos de r distantes $\sqrt{10/3}$ unidades de C;
4. Existe algum ponto de r distante 1 unidade de C?
5. Mostre que existe um único ponto de r distante $\sqrt{2}$ unidades de C.

1. $(x,y,z) = (-1,1,2) + t(2,2,2)$;
2. $\overrightarrow{CP_1} \perp \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow (-2+2t, 2t, -1+2t) \perp (2,2,2) \Leftrightarrow t = 1/2 \Rightarrow P_1 = (0,2,3)$;

   $\|\overrightarrow{CP}\| = \|(-2+2t, 2t, -1+2t)\| = d \Leftrightarrow 12t^2 - 12t + 5 - d^2 = 0$

   $\Leftrightarrow t = \left(3 \pm \sqrt{3d^2 - 6}\right)/6$;
3. $d = \sqrt{10/3} \Rightarrow t = 1/6$ ou $t = 5/6$;
4. $d = 1 \Rightarrow$ não existe tal ponto;

Exercícios

Exercício 3

1. Equação da reta r, que passa por $A = (-1,1,2)$ e $B = (1,3,4)$;
2. Determine o ponto $P_1 \in r$ mais próximo de $C = (1,1,3)$;
3. Encontre todos os pontos de r distantes $\sqrt{10/3}$ unidades de C;
4. Existe algum ponto de r distante 1 unidade de C?
5. Mostre que existe um único ponto de r distante $\sqrt{2}$ unidades de C.

1. $(x,y,z) = (-1,1,2) + t(2,2,2)$;
2. $\overrightarrow{CP_1} \perp \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow (-2+2t, 2t, -1+2t) \perp (2,2,2) \Leftrightarrow t = 1/2 \Rightarrow P_1 = (0,2,3)$;

   $\|\overrightarrow{CP}\| = \|(-2+2t, 2t, -1+2t)\| = d \Leftrightarrow 12t^2 - 12t + 5 - d^2 = 0$

   $\Leftrightarrow t = \left(3 \pm \sqrt{3d^2 - 6}\right)/6$;
3. $d = \sqrt{10/3} \Rightarrow t = 1/6$ ou $t = 5/6$;
4. $d = 1 \Rightarrow$ não existe tal ponto;
5. $d = \sqrt{2} \Rightarrow t = 1/2$.

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ