

A reta no espaço \mathbb{R}^3 - Parte 2

Ademir Alves Ribeiro

2021

https://youtu.be/_EDjqtdRwC0



Equação vetorial

- $P = A + t\vec{v}$
- $(x, y, z) = (x_1, y_1, z_1) + t(a, b, c)$

Equações paramétricas

$$r : \begin{cases} x = x_1 + at \\ y = y_1 + bt \\ z = z_1 + ct \end{cases}$$

Equação vetorial

- $P = A + t\vec{v}$
- $(x, y, z) = (x_1, y_1, z_1) + t(a, b, c)$

Equações paramétricas

$$r : \begin{cases} x = x_1 + at \\ y = y_1 + bt \\ z = z_1 + ct \end{cases}$$

Equações simétricas (se $abc \neq 0$)

$$r : \left\{ \frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c} \right.$$

Equações simétricas (se $abc \neq 0$)

$$r: \left\{ \begin{array}{l} \frac{x-x_1}{a} = \frac{y-y_1}{b} = \frac{z-z_1}{c} \end{array} \right.$$

Equações simétricas (se $abc \neq 0$)

$$r: \left\{ \frac{x-x_1}{a} = \frac{y-y_1}{b} = \frac{z-z_1}{c} \right.$$

Sistema de 2 equações em 3 variáveis

$$r: \begin{cases} bx - ay = bx_1 - ay_1 \\ cx - az = cx_1 - az_1 \end{cases}$$

Equações simétricas (se $abc \neq 0$)

$$r: \left\{ \begin{array}{l} \frac{x-x_1}{a} = \frac{y-y_1}{b} = \frac{z-z_1}{c} \end{array} \right.$$

Sistema de 2 equações em 3 variáveis

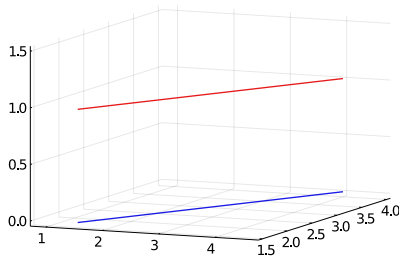
$$r: \left\{ \begin{array}{l} bx - ay = bx_1 - ay_1 \\ cx - az = cx_1 - az_1 \end{array} \right.$$

Equações reduzidas

$$r: \left\{ \begin{array}{l} y = (b/a)x - (b/a)x_1 + y_1 \\ z = (c/a)x - (c/a)x_1 + z_1 \end{array} \right.$$

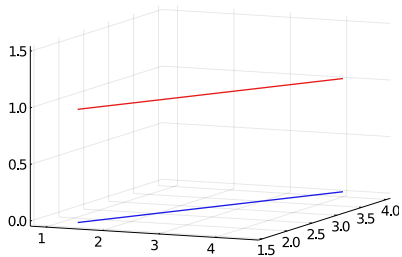
Posições relativas

Posições relativas



Paralelas

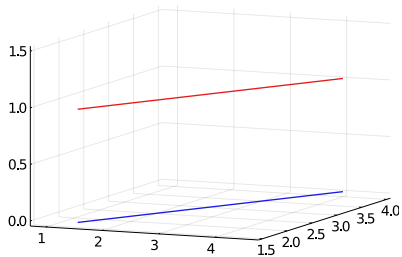
Posições relativas



Paralelas

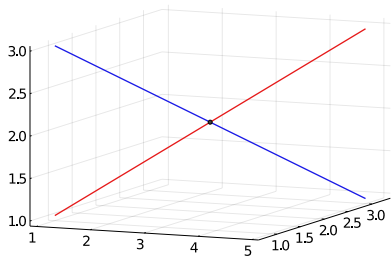
\vec{v}_1 e \vec{v}_2 paralelos: $\vec{v}_2 = k\vec{v}_1$

Posições relativas



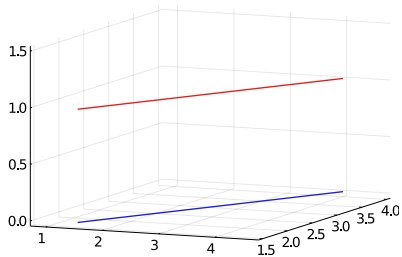
Paralelas

\vec{v}_1 e \vec{v}_2 paralelos: $\vec{v}_2 = k\vec{v}_1$



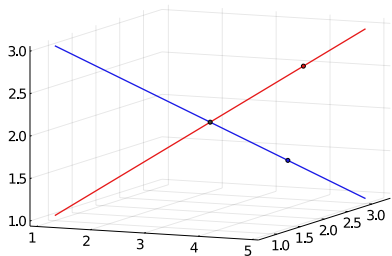
Concorrentes

Posições relativas



Paralelas

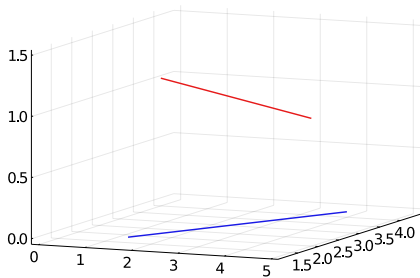
\vec{v}_1 e \vec{v}_2 paralelos: $\vec{v}_2 = k\vec{v}_1$



Concorrentes

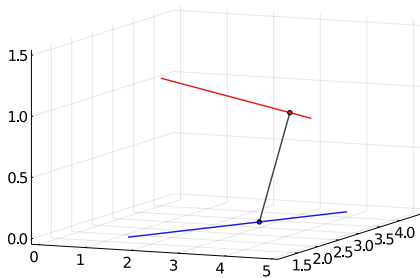
\vec{v}_1, \vec{v}_2 LI e $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{AB}) = 0$

Posições relativas



Reversas

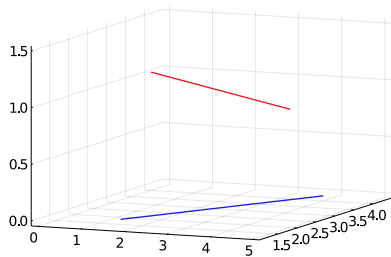
Posições relativas



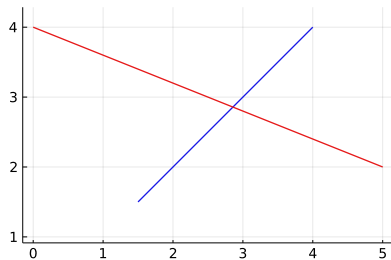
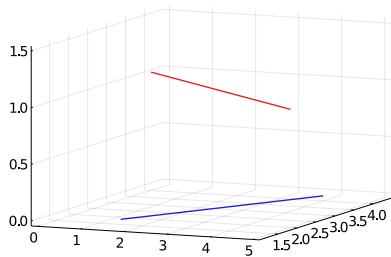
Reversas

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{AB}) \neq 0$$

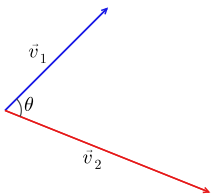
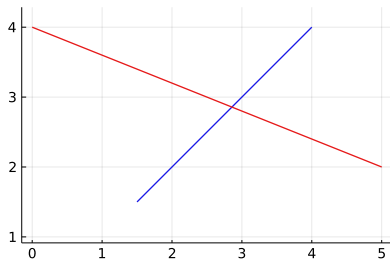
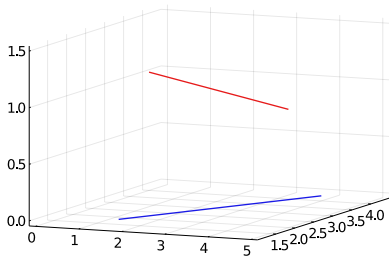
Ângulo entre retas



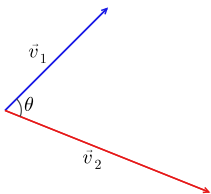
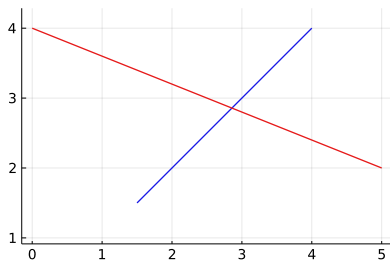
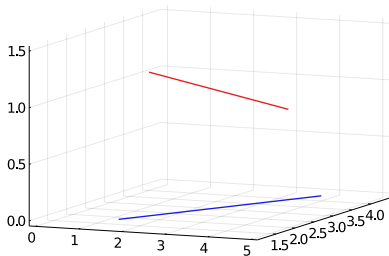
Ângulo entre retas



Ângulo entre retas

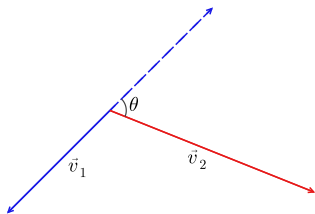
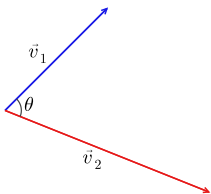
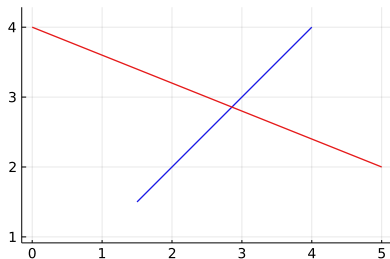
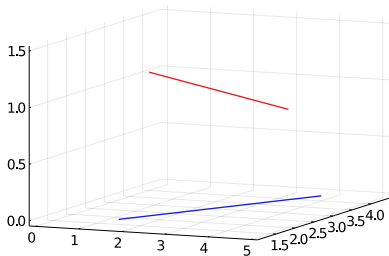


Ângulo entre retas



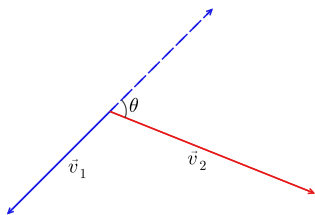
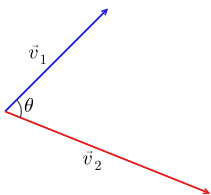
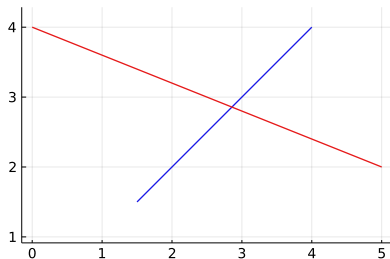
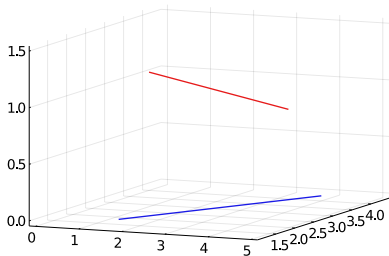
• $\cos \theta = \frac{\langle \vec{v}_1, \vec{v}_2 \rangle}{\|\vec{v}_1\| \|\vec{v}_2\|}$.

Ângulo entre retas



• $\cos \theta = \frac{\langle \vec{v}_1, \vec{v}_2 \rangle}{\|\vec{v}_1\| \|\vec{v}_2\|}$.

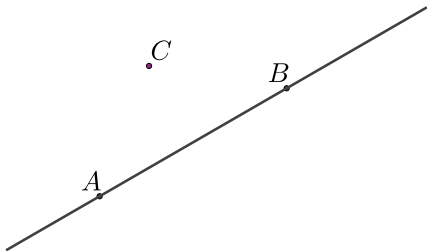
Ângulo entre retas



• $\cos \theta = \frac{|\langle \vec{v}_1, \vec{v}_2 \rangle|}{\|\vec{v}_1\| \|\vec{v}_2\|}$.

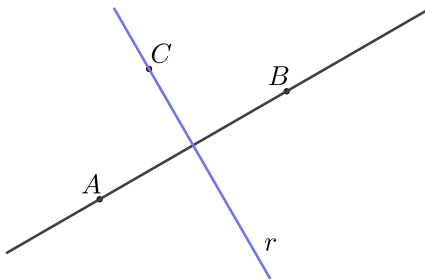
Exercício 1

Encontre a reta r que passa por $C = (3, 2, 3)$ e intersecta perpendicularmente a reta definida pelos pontos $A = (2, 0, 1)$ e $B = (0, 2, 3)$.



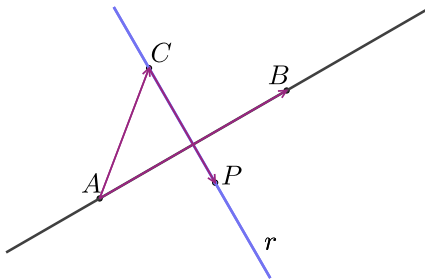
Exercício 1

Encontre a reta r que passa por $C = (3, 2, 3)$ e intersecta perpendicularmente a reta definida pelos pontos $A = (2, 0, 1)$ e $B = (0, 2, 3)$.



Exercício 1

Encontre a reta r que passa por $C = (3, 2, 3)$ e intersecta perpendicularmente a reta definida pelos pontos $A = (2, 0, 1)$ e $B = (0, 2, 3)$.



- $P = (x, y, z) \in r \Leftrightarrow \overrightarrow{CP} \perp \overrightarrow{AB}$ e $(\overrightarrow{CP}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 0$;

Exercício 1

Encontre a reta r que passa por $C = (3, 2, 3)$ e intersecta perpendicularmente a reta definida pelos pontos $A = (2, 0, 1)$ e $B = (0, 2, 3)$.

- $\vec{CP} = (x - 3, y - 2, z - 3)$, $\vec{AB} = (-2, 2, 2)$ e $\vec{AC} = (1, 2, 2)$;

Exercício 1

Encontre a reta r que passa por $C = (3, 2, 3)$ e intersecta perpendicularmente a reta definida pelos pontos $A = (2, 0, 1)$ e $B = (0, 2, 3)$.

- $\vec{CP} = (x - 3, y - 2, z - 3)$, $\vec{AB} = (-2, 2, 2)$ e $\vec{AC} = (1, 2, 2)$;
- $\vec{CP} \perp \vec{AB}$ e $\det(\vec{CP}, \vec{AB}, \vec{AC}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - y - z = -2 \\ y - z = -1 \end{cases}$;

Exercício 1

Encontre a reta r que passa por $C = (3, 2, 3)$ e intersecta perpendicularmente a reta definida pelos pontos $A = (2, 0, 1)$ e $B = (0, 2, 3)$.

- $\vec{CP} = (x - 3, y - 2, z - 3)$, $\vec{AB} = (-2, 2, 2)$ e $\vec{AC} = (1, 2, 2)$;
- $\vec{CP} \perp \vec{AB}$ e $\det(\vec{CP}, \vec{AB}, \vec{AC}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - y - z = -2 \\ y - z = -1 \end{cases}$;
- Equações reduzidas $r : \begin{cases} x = 2z - 3 \\ y = z - 1 \end{cases}$;

Exercício 1

Encontre a reta r que passa por $C = (3, 2, 3)$ e intersecta perpendicularmente a reta definida pelos pontos $A = (2, 0, 1)$ e $B = (0, 2, 3)$.

- $\vec{CP} = (x - 3, y - 2, z - 3)$, $\vec{AB} = (-2, 2, 2)$ e $\vec{AC} = (1, 2, 2)$;
- $\vec{CP} \perp \vec{AB}$ e $\det(\vec{CP}, \vec{AB}, \vec{AC}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - y - z = -2 \\ y - z = -1 \end{cases}$;
- Equações reduzidas $r: \begin{cases} x = 2z - 3 \\ y = z - 1 \end{cases}$;
- Equações paramétricas $r: \begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = t - 1 \\ z = t \end{cases}$;

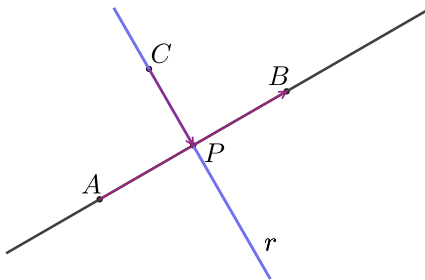
Exercício 1

Encontre a reta r que passa por $C = (3, 2, 3)$ e intersecta perpendicularmente a reta definida pelos pontos $A = (2, 0, 1)$ e $B = (0, 2, 3)$.

- $\vec{CP} = (x-3, y-2, z-3)$, $\vec{AB} = (-2, 2, 2)$ e $\vec{AC} = (1, 2, 2)$;
- $\vec{CP} \perp \vec{AB}$ e $\det(\vec{CP}, \vec{AB}, \vec{AC}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-y-z = -2 \\ y-z = -1 \end{cases}$;
- Equações reduzidas $r: \begin{cases} x = 2z - 3 \\ y = z - 1 \end{cases}$;
- Equações paramétricas $r: \begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = t - 1 \\ z = t \end{cases}$;
- Equações simétricas $r: \begin{cases} \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1} \end{cases}$.

Exercício 1 - Outro modo de resolver

Encontre a reta r que passa por $C = (3, 2, 3)$ e intersecta perpendicularmente a reta definida pelos pontos $A = (2, 0, 1)$ e $B = (0, 2, 3)$.



- Obter P na reta AB tal que $\vec{CP} \perp \vec{AB}$;

Exercício 1 - Outro modo de resolver

Encontre a reta r que passa por $C = (3, 2, 3)$ e intersecta perpendicularmente a reta definida pelos pontos $A = (2, 0, 1)$ e $B = (0, 2, 3)$.

- $P = (2 - 2t, 2t, 1 + 2t)$ e $\overrightarrow{CP} = (-1 - 2t, -2 + 2t, -2 + 2t)$;

Exercício 1 - Outro modo de resolver

Encontre a reta r que passa por $C = (3, 2, 3)$ e intersecta perpendicularmente a reta definida pelos pontos $A = (2, 0, 1)$ e $B = (0, 2, 3)$.

- $P = (2 - 2t, 2t, 1 + 2t)$ e $\overrightarrow{CP} = (-1 - 2t, -2 + 2t, -2 + 2t)$;
- $\langle \overrightarrow{CP}, \overrightarrow{AB} \rangle = -2(-1 - 2t) + 2(-2 + 2t) + 2(-2 + 2t)$;

Exercício 1 - Outro modo de resolver

Encontre a reta r que passa por $C = (3, 2, 3)$ e intersecta perpendicularmente a reta definida pelos pontos $A = (2, 0, 1)$ e $B = (0, 2, 3)$.

- $P = (2 - 2t, 2t, 1 + 2t)$ e $\overrightarrow{CP} = (-1 - 2t, -2 + 2t, -2 + 2t)$;
- $\langle \overrightarrow{CP}, \overrightarrow{AB} \rangle = -2(-1 - 2t) + 2(-2 + 2t) + 2(-2 + 2t)$;
- $\langle \overrightarrow{CP}, \overrightarrow{AB} \rangle = 0 \Leftrightarrow t = 1/2$

Exercício 1 - Outro modo de resolver

Encontre a reta r que passa por $C = (3, 2, 3)$ e intersecta perpendicularmente a reta definida pelos pontos $A = (2, 0, 1)$ e $B = (0, 2, 3)$.

- $P = (2 - 2t, 2t, 1 + 2t)$ e $\overrightarrow{CP} = (-1 - 2t, -2 + 2t, -2 + 2t)$;
- $\langle \overrightarrow{CP}, \overrightarrow{AB} \rangle = -2(-1 - 2t) + 2(-2 + 2t) + 2(-2 + 2t)$;
- $\langle \overrightarrow{CP}, \overrightarrow{AB} \rangle = 0 \Leftrightarrow t = 1/2 \Rightarrow P = (1, 1, 2)$;

Exercício 1 - Outro modo de resolver

Encontre a reta r que passa por $C = (3, 2, 3)$ e intersecta perpendicularmente a reta definida pelos pontos $A = (2, 0, 1)$ e $B = (0, 2, 3)$.

- $P = (2 - 2t, 2t, 1 + 2t)$ e $\overrightarrow{CP} = (-1 - 2t, -2 + 2t, -2 + 2t)$;
- $\langle \overrightarrow{CP}, \overrightarrow{AB} \rangle = -2(-1 - 2t) + 2(-2 + 2t) + 2(-2 + 2t)$;
- $\langle \overrightarrow{CP}, \overrightarrow{AB} \rangle = 0 \Leftrightarrow t = 1/2 \Rightarrow P = (1, 1, 2)$;
- Equações paramétricas $r: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 - t \end{cases}$.

Exercício 1 - Outro modo de resolver

Encontre a reta r que passa por $C = (3, 2, 3)$ e intersecta perpendicularmente a reta definida pelos pontos $A = (2, 0, 1)$ e $B = (0, 2, 3)$.

- $P = (2 - 2t, 2t, 1 + 2t)$ e $\overrightarrow{CP} = (-1 - 2t, -2 + 2t, -2 + 2t)$;
- $\langle \overrightarrow{CP}, \overrightarrow{AB} \rangle = -2(-1 - 2t) + 2(-2 + 2t) + 2(-2 + 2t)$;
- $\langle \overrightarrow{CP}, \overrightarrow{AB} \rangle = 0 \Leftrightarrow t = 1/2 \Rightarrow P = (1, 1, 2)$;
- Equações paramétricas $r: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 - t \end{cases}$.
- Equações obtidas anteriormente $r: \begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = t - 1 \\ z = t \end{cases}$.

Exercício 1 - Outro modo de resolver

Encontre a reta r que passa por $C = (3, 2, 3)$ e intersecta perpendicularmente a reta definida pelos pontos $A = (2, 0, 1)$ e $B = (0, 2, 3)$.

- $P = (2 - 2t, 2t, 1 + 2t)$ e $\vec{CP} = (-1 - 2t, -2 + 2t, -2 + 2t)$;
- $\langle \vec{CP}, \vec{AB} \rangle = -2(-1 - 2t) + 2(-2 + 2t) + 2(-2 + 2t)$;
- $\langle \vec{CP}, \vec{AB} \rangle = 0 \Leftrightarrow t = 1/2 \Rightarrow P = (1, 1, 2)$;
- Equações paramétricas $r: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 - t \end{cases}$.
- Equações obtidas anteriormente $r: \begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = t - 1 \\ z = t \end{cases}$.
- Representam a mesma reta!

Exercício 2

Duas partículas se movem no espaço com trajetórias dadas pelas retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = 9/5 + 4t \\ y = 7/5 + 2t \\ z = 7/5 + 2t \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo. Diga se}$$

estas partículas se colidem em algum momento. Determine $r_1 \cap r_2$.

Exercício 2

Duas partículas se movem no espaço com trajetórias dadas pelas retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \text{ e } r_2 : \begin{cases} x = 9/5 + 4t \\ y = 7/5 + 2t \\ z = 7/5 + 2t \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo. Diga se}$$

estas partículas se colidem em algum momento. Determine $r_1 \cap r_2$.

- $\exists t \in \mathbb{R} \mid (1 + 4t, 1 + 2t, 3 - 2t) = (9/5 + 4t, 7/5 + 2t, 7/5 + 2t)$?

Exercício 2

Duas partículas se movem no espaço com trajetórias dadas pelas retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = 9/5 + 4t \\ y = 7/5 + 2t \\ z = 7/5 + 2t \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo. Diga se}$$

estas partículas se colidem em algum momento. Determine $r_1 \cap r_2$.

- $\exists t \in \mathbb{R} \mid (1 + 4t, 1 + 2t, 3 - 2t) = (9/5 + 4t, 7/5 + 2t, 7/5 + 2t)$? Não!

Exercício 2

Duas partículas se movem no espaço com trajetórias dadas pelas retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = 9/5 + 4t \\ y = 7/5 + 2t \\ z = 7/5 + 2t \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo. Diga se}$$

estas partículas se colidem em algum momento. Determine $r_1 \cap r_2$.

- $\exists t \in \mathbb{R} \mid (1 + 4t, 1 + 2t, 3 - 2t) = (9/5 + 4t, 7/5 + 2t, 7/5 + 2t)$? Não!
- $\exists t, s \in \mathbb{R} \mid (1 + 4t, 1 + 2t, 3 - 2t) = (9/5 + 4s, 7/5 + 2s, 7/5 + 2s)$?

Exercício 2

Duas partículas se movem no espaço com trajetórias dadas pelas retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = 9/5 + 4t \\ y = 7/5 + 2t \\ z = 7/5 + 2t \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo. Diga se}$$

estas partículas se colidem em algum momento. Determine $r_1 \cap r_2$.

- $\exists t \in \mathbb{R} \mid (1 + 4t, 1 + 2t, 3 - 2t) = (9/5 + 4t, 7/5 + 2t, 7/5 + 2t)$? Não!
- $\exists t, s \in \mathbb{R} \mid (1 + 4t, 1 + 2t, 3 - 2t) = (9/5 + 4s, 7/5 + 2s, 7/5 + 2s)$?
- Sim: $t = 1/2$ e $s = 3/10$;

Exercício 2

Duas partículas se movem no espaço com trajetórias dadas pelas retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = 9/5 + 4t \\ y = 7/5 + 2t \\ z = 7/5 + 2t \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo. Diga se}$$

estas partículas se colidem em algum momento. Determine $r_1 \cap r_2$.

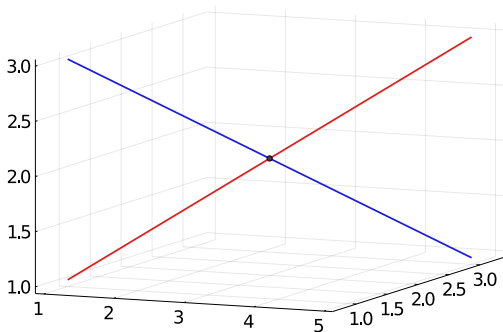
- $\exists t \in \mathbb{R} \mid (1 + 4t, 1 + 2t, 3 - 2t) = (9/5 + 4t, 7/5 + 2t, 7/5 + 2t)$? Não!
- $\exists t, s \in \mathbb{R} \mid (1 + 4t, 1 + 2t, 3 - 2t) = (9/5 + 4s, 7/5 + 2s, 7/5 + 2s)$?
- Sim: $t = 1/2$ e $s = 3/10$;
- Portanto, $P = (3, 2, 2) \in r_1 \cap r_2$.

Exercício 2

Duas partículas se movem no espaço com trajetórias dadas pelas retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = 9/5 + 4t \\ y = 7/5 + 2t \\ z = 7/5 + 2t \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo. Diga se}$$

estas partículas se colidem em algum momento. Determine $r_1 \cap r_2$.

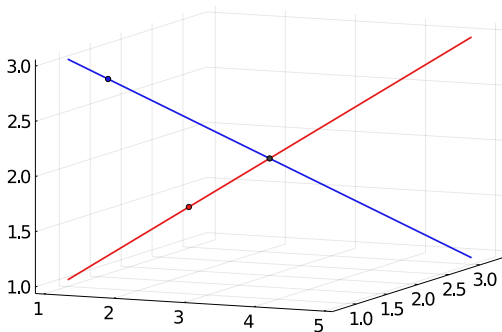


Exercício 2

Duas partículas se movem no espaço com trajetórias dadas pelas retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = 9/5 + 4t \\ y = 7/5 + 2t \\ z = 7/5 + 2t \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo. Diga se}$$

estas partículas se colidem em algum momento. Determine $r_1 \cap r_2$.

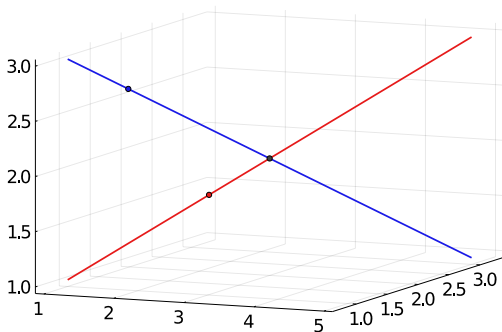


Exercício 2

Duas partículas se movem no espaço com trajetórias dadas pelas retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = 9/5 + 4t \\ y = 7/5 + 2t \\ z = 7/5 + 2t \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo. Diga se}$$

estas partículas se colidem em algum momento. Determine $r_1 \cap r_2$.

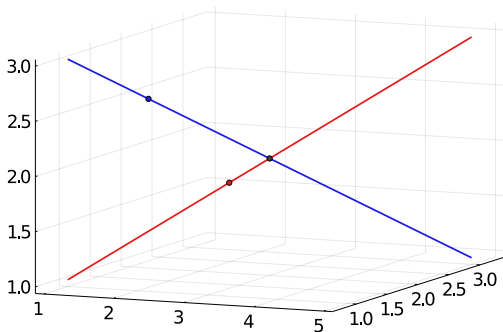


Exercício 2

Duas partículas se movem no espaço com trajetórias dadas pelas retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = 9/5 + 4t \\ y = 7/5 + 2t \\ z = 7/5 + 2t \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo. Diga se}$$

estas partículas se colidem em algum momento. Determine $r_1 \cap r_2$.

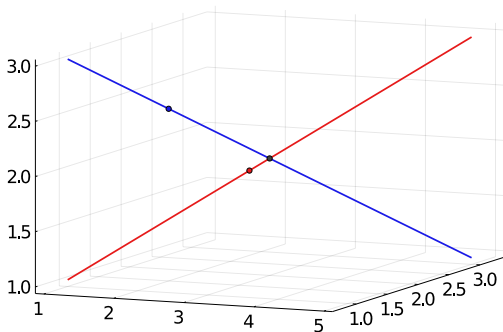


Exercício 2

Duas partículas se movem no espaço com trajetórias dadas pelas retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \text{ e } r_2 : \begin{cases} x = 9/5 + 4t \\ y = 7/5 + 2t \\ z = 7/5 + 2t \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo. Diga se}$$

estas partículas se colidem em algum momento. Determine $r_1 \cap r_2$.

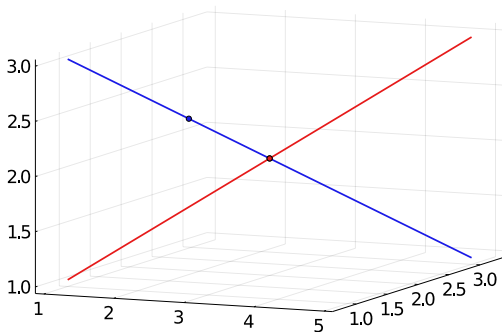


Exercício 2

Duas partículas se movem no espaço com trajetórias dadas pelas retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = 9/5 + 4t \\ y = 7/5 + 2t \\ z = 7/5 + 2t \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo. Diga se}$$

estas partículas se colidem em algum momento. Determine $r_1 \cap r_2$.

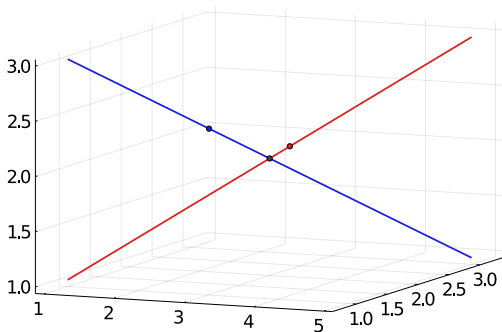


Exercício 2

Duas partículas se movem no espaço com trajetórias dadas pelas retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = 9/5 + 4t \\ y = 7/5 + 2t \\ z = 7/5 + 2t \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo. Diga se}$$

estas partículas se colidem em algum momento. Determine $r_1 \cap r_2$.

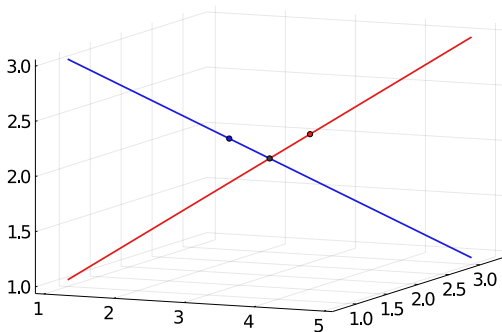


Exercício 2

Duas partículas se movem no espaço com trajetórias dadas pelas retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = 9/5 + 4t \\ y = 7/5 + 2t \\ z = 7/5 + 2t \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo. Diga se}$$

estas partículas se colidem em algum momento. Determine $r_1 \cap r_2$.

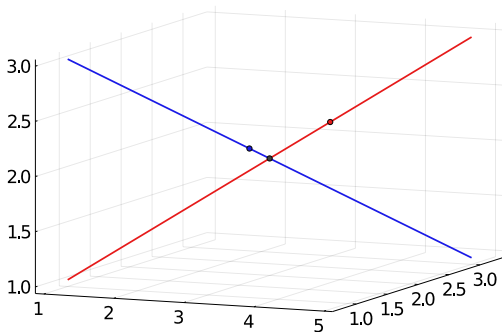


Exercício 2

Duas partículas se movem no espaço com trajetórias dadas pelas retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = 9/5 + 4t \\ y = 7/5 + 2t \\ z = 7/5 + 2t \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo. Diga se}$$

estas partículas se colidem em algum momento. Determine $r_1 \cap r_2$.

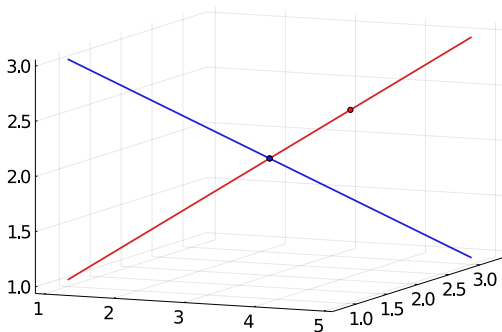


Exercício 2

Duas partículas se movem no espaço com trajetórias dadas pelas retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = 9/5 + 4t \\ y = 7/5 + 2t \\ z = 7/5 + 2t \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo. Diga se}$$

estas partículas se colidem em algum momento. Determine $r_1 \cap r_2$.

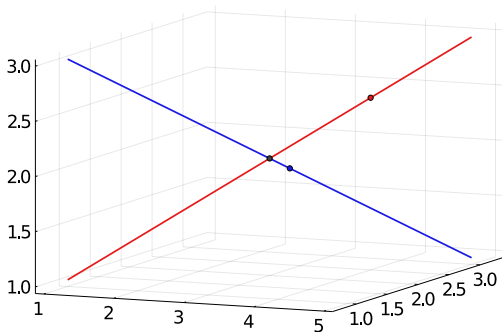


Exercício 2

Duas partículas se movem no espaço com trajetórias dadas pelas retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = 9/5 + 4t \\ y = 7/5 + 2t \\ z = 7/5 + 2t \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo. Diga se}$$

estas partículas se colidem em algum momento. Determine $r_1 \cap r_2$.

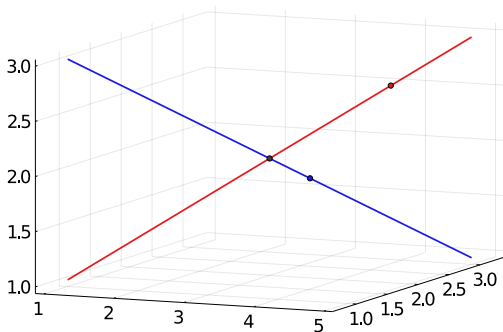


Exercício 2

Duas partículas se movem no espaço com trajetórias dadas pelas retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = 9/5 + 4t \\ y = 7/5 + 2t \\ z = 7/5 + 2t \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo. Diga se}$$

estas partículas se colidem em algum momento. Determine $r_1 \cap r_2$.

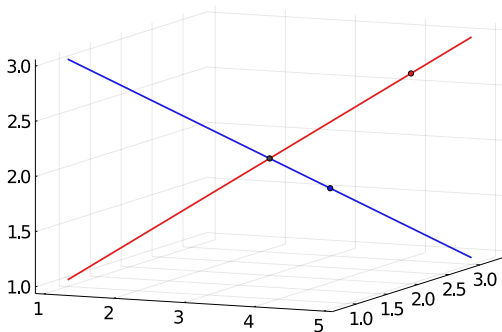


Exercício 2

Duas partículas se movem no espaço com trajetórias dadas pelas retas

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = 9/5 + 4t \\ y = 7/5 + 2t \\ z = 7/5 + 2t \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo. Diga se}$$

estas partículas se colidem em algum momento. Determine $r_1 \cap r_2$.

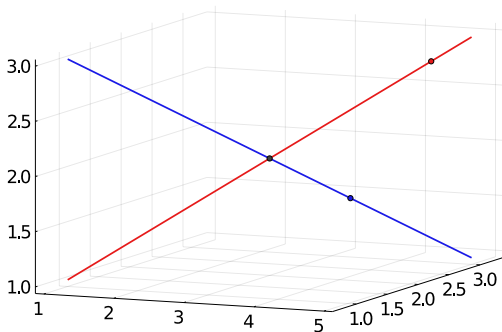


Exercício 2

Duas partículas se movem no espaço com trajetórias dadas pelas retas

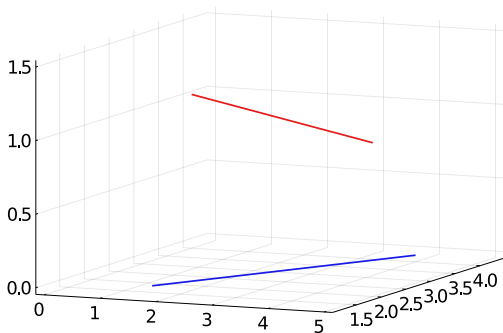
$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = 9/5 + 4t \\ y = 7/5 + 2t \\ z = 7/5 + 2t \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo. Diga se}$$

estas partículas se colidem em algum momento. Determine $r_1 \cap r_2$.



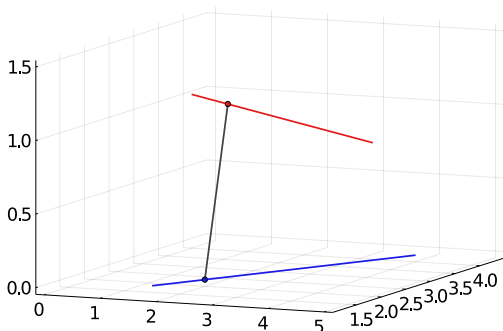
Exercício 3

Verifique que as retas $r_1 : \begin{cases} x = 3/2 + 5/2t \\ y = 3/2 + 5/2t \\ z = 0 \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 5t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$ são reversas e determine a reta que intersecta perpendicularmente r_1 e r_2 .



Exercício 3

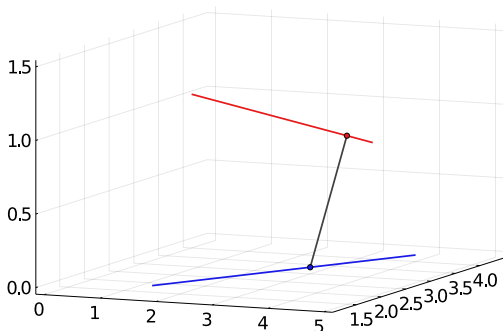
Verifique que as retas $r_1 : \begin{cases} x = 3/2 + 5/2t \\ y = 3/2 + 5/2t \\ z = 0 \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 5t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$ são reversas e determine a reta que intersecta perpendicularmente r_1 e r_2 .



- Retas reversas \Leftrightarrow independência linear de três vetores;

Exercício 3

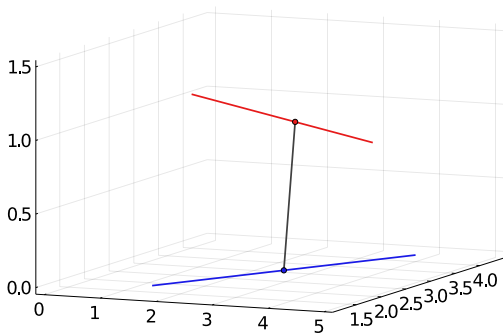
Verifique que as retas $r_1 : \begin{cases} x = 3/2 + 5/2t \\ y = 3/2 + 5/2t \\ z = 0 \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 5t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$ são reversas e determine a reta que intersecta perpendicularmente r_1 e r_2 .



- Perpendicular comum: ortogonalidade com os dois vetores diretores.

Exercício 3

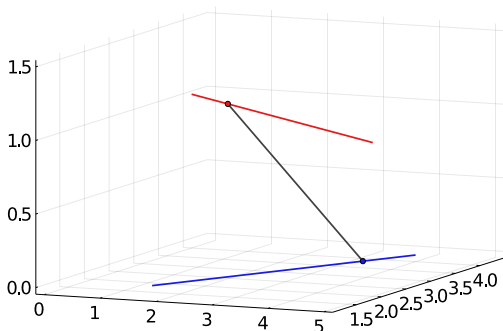
Verifique que as retas $r_1 : \begin{cases} x = 3/2 + 5/2t \\ y = 3/2 + 5/2t \\ z = 0 \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 5t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$ são reversas e determine a reta que intersecta perpendicularmente r_1 e r_2 .



- Perpendicular comum: ortogonalidade com os dois vetores diretores.

Exercício 3

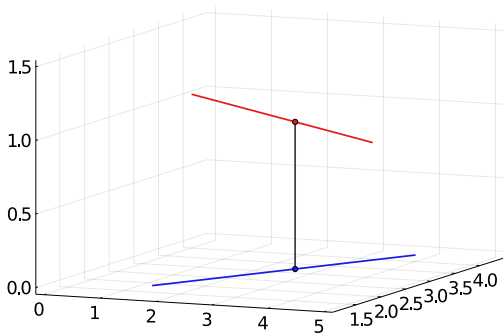
Verifique que as retas $r_1 : \begin{cases} x = 3/2 + 5/2t \\ y = 3/2 + 5/2t \\ z = 0 \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 5t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$ são reversas e determine a reta que intersecta perpendicularmente r_1 e r_2 .



- Perpendicular comum: ortogonalidade com os dois vetores diretores.

Exercício 3

Verifique que as retas $r_1 : \begin{cases} x = 3/2 + 5/2t \\ y = 3/2 + 5/2t \\ z = 0 \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 5t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$ são reversas e determine a reta que intersecta perpendicularmente r_1 e r_2 .



- Perpendicular comum: ortogonalidade com os dois vetores diretores.

Exercício 3

Verifique que as retas $r_1 : \begin{cases} x = 3/2 + 5/2t \\ y = 3/2 + 5/2t \\ z = 0 \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 5t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$ são reversas e determine a reta que intersecta perpendicularmente r_1 e r_2 .

- Note que $A = (1, 1, 0) \in r_1$ e $B = (0, 4, 1) \in r_2$;

Exercício 3

Verifique que as retas $r_1 : \begin{cases} x = 3/2 + 5/2t \\ y = 3/2 + 5/2t \\ z = 0 \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 5t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$ são reversas e determine a reta que intersecta perpendicularmente r_1 e r_2 .

- Note que $A = (1, 1, 0) \in r_1$ e $B = (0, 4, 1) \in r_2$;
- Vetores diretores $\vec{v}_1 = (1, 1, 0)$ e $\vec{v}_2 = (5, -2, 0)$ para r_1 e r_2 ;

Exercício 3

Verifique que as retas $r_1 : \begin{cases} x = 3/2 + 5/2t \\ y = 3/2 + 5/2t \\ z = 0 \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 5t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$ são reversas e determine a reta que intersecta perpendicularmente r_1 e r_2 .

- Note que $A = (1, 1, 0) \in r_1$ e $B = (0, 4, 1) \in r_2$;
- Vetores diretores $\vec{v}_1 = (1, 1, 0)$ e $\vec{v}_2 = (5, -2, 0)$ para r_1 e r_2 ;
- Como o produto misto $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{AB})$ é não nulo, r_1 e r_2 são reversas;

Exercício 3

Verifique que as retas $r_1 : \begin{cases} x = 3/2 + 5/2t \\ y = 3/2 + 5/2t \\ z = 0 \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 5t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$ são reversas e determine a reta que intersecta perpendicularmente r_1 e r_2 .

- Note que $A = (1, 1, 0) \in r_1$ e $B = (0, 4, 1) \in r_2$;
- Vetores diretores $\vec{v}_1 = (1, 1, 0)$ e $\vec{v}_2 = (5, -2, 0)$ para r_1 e r_2 ;
- Como o produto misto $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \overrightarrow{AB})$ é não nulo, r_1 e r_2 são reversas;
- $P = (s, s, 0) \in r_1$ e $Q = (5t, 4 - 2t, 1) \in r_2$;

Exercício 3

Verifique que as retas $r_1 : \begin{cases} x = 3/2 + 5/2t \\ y = 3/2 + 5/2t \\ z = 0 \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 5t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$ são reversas e determine a reta que intersecta perpendicularmente r_1 e r_2 .

- Note que $A = (1, 1, 0) \in r_1$ e $B = (0, 4, 1) \in r_2$;
- Vetores diretores $\vec{v}_1 = (1, 1, 0)$ e $\vec{v}_2 = (5, -2, 0)$ para r_1 e r_2 ;
- Como o produto misto $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{AB})$ é não nulo, r_1 e r_2 são reversas;
- $P = (s, s, 0) \in r_1$ e $Q = (5t, 4 - 2t, 1) \in r_2$;
- $\vec{PQ} = (5t - s, -2t - s + 4, 1)$;

Exercício 3

Verifique que as retas $r_1 : \begin{cases} x = 3/2 + 5/2t \\ y = 3/2 + 5/2t \\ z = 0 \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 5t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$ são reversas e determine a reta que intersecta perpendicularmente r_1 e r_2 .

- Note que $A = (1, 1, 0) \in r_1$ e $B = (0, 4, 1) \in r_2$;
- Vetores diretores $\vec{v}_1 = (1, 1, 0)$ e $\vec{v}_2 = (5, -2, 0)$ para r_1 e r_2 ;
- Como o produto misto $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{AB})$ é não nulo, r_1 e r_2 são reversas;
- $P = (s, s, 0) \in r_1$ e $Q = (5t, 4 - 2t, 1) \in r_2$;
- $\vec{PQ} = (5t - s, -2t - s + 4, 1)$;
- $\vec{PQ} \perp \vec{v}_1$ e $\vec{PQ} \perp \vec{v}_2$

Exercício 3

Verifique que as retas $r_1 : \begin{cases} x = 3/2 + 5/2t \\ y = 3/2 + 5/2t \\ z = 0 \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 5t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$ são reversas e determine a reta que intersecta perpendicularmente r_1 e r_2 .

- Note que $A = (1, 1, 0) \in r_1$ e $B = (0, 4, 1) \in r_2$;
- Vetores diretores $\vec{v}_1 = (1, 1, 0)$ e $\vec{v}_2 = (5, -2, 0)$ para r_1 e r_2 ;
- Como o produto misto $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{AB})$ é não nulo, r_1 e r_2 são reversas;
- $P = (s, s, 0) \in r_1$ e $Q = (5t, 4 - 2t, 1) \in r_2$;
- $\vec{PQ} = (5t - s, -2t - s + 4, 1)$;
- $\vec{PQ} \perp \vec{v}_1$ e $\vec{PQ} \perp \vec{v}_2 \Leftrightarrow \begin{cases} 3t - 2s = -4 \\ 29t - 3s = 8 \end{cases}$;

Exercício 3

Verifique que as retas $r_1 : \begin{cases} x = 3/2 + 5/2t \\ y = 3/2 + 5/2t \\ z = 0 \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 5t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$ são reversas e determine a reta que intersecta perpendicularmente r_1 e r_2 .

- Note que $A = (1, 1, 0) \in r_1$ e $B = (0, 4, 1) \in r_2$;
- Vetores diretores $\vec{v}_1 = (1, 1, 0)$ e $\vec{v}_2 = (5, -2, 0)$ para r_1 e r_2 ;
- Como o produto misto $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{AB})$ é não nulo, r_1 e r_2 são reversas;
- $P = (s, s, 0) \in r_1$ e $Q = (5t, 4 - 2t, 1) \in r_2$;
- $\vec{PQ} = (5t - s, -2t - s + 4, 1)$;
- $\vec{PQ} \perp \vec{v}_1$ e $\vec{PQ} \perp \vec{v}_2 \Leftrightarrow \begin{cases} 3t - 2s = -4 \\ 29t - 3s = 8 \end{cases}$;
- $t = 4/7, s = 20/7$

Exercício 3

Verifique que as retas $r_1 : \begin{cases} x = 3/2 + 5/2t \\ y = 3/2 + 5/2t \\ z = 0 \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 5t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$ são reversas e determine a reta que intersecta perpendicularmente r_1 e r_2 .

- Note que $A = (1, 1, 0) \in r_1$ e $B = (0, 4, 1) \in r_2$;
- Vetores diretores $\vec{v}_1 = (1, 1, 0)$ e $\vec{v}_2 = (5, -2, 0)$ para r_1 e r_2 ;
- Como o produto misto $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{AB})$ é não nulo, r_1 e r_2 são reversas;
- $P = (s, s, 0) \in r_1$ e $Q = (5t, 4 - 2t, 1) \in r_2$;
- $\vec{PQ} = (5t - s, -2t - s + 4, 1)$;
- $\vec{PQ} \perp \vec{v}_1$ e $\vec{PQ} \perp \vec{v}_2 \Leftrightarrow \begin{cases} 3t - 2s = -4 \\ 29t - 3s = 8 \end{cases}$;
- $t = 4/7, s = 20/7 \Rightarrow P = (20/7, 20/7, 0)$ e $Q = (20/7, 20/7, 1)$;

Exercício 3

Verifique que as retas $r_1 : \begin{cases} x = 3/2 + 5/2t \\ y = 3/2 + 5/2t \\ z = 0 \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 5t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$ são reversas e determine a reta que intersecta perpendicularmente r_1 e r_2 .

- Note que $A = (1, 1, 0) \in r_1$ e $B = (0, 4, 1) \in r_2$;
- Vetores diretores $\vec{v}_1 = (1, 1, 0)$ e $\vec{v}_2 = (5, -2, 0)$ para r_1 e r_2 ;
- Como o produto misto $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{AB})$ é não nulo, r_1 e r_2 são reversas;
- $P = (s, s, 0) \in r_1$ e $Q = (5t, 4 - 2t, 1) \in r_2$;
- $\vec{PQ} = (5t - s, -2t - s + 4, 1)$;
- $\vec{PQ} \perp \vec{v}_1$ e $\vec{PQ} \perp \vec{v}_2 \Leftrightarrow \begin{cases} 3t - 2s = -4 \\ 29t - 3s = 8 \end{cases}$;
- $t = 4/7, s = 20/7 \Rightarrow P = (20/7, 20/7, 0)$ e $Q = (20/7, 20/7, 1)$;
- $r : (x, y, z) = (20/7, 20/7, t)$.

Exercício 3

Verifique que as retas $r_1 : \begin{cases} x = 3/2 + 5/2t \\ y = 3/2 + 5/2t \\ z = 0 \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 5t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$ são reversas e determine a reta que intersecta perpendicularmente r_1 e r_2 .

- $P = (20/7, 20/7, 0)$, $Q = (20/7, 20/7, 1)$ e $r : (x, y, z) = (20/7, 20/7, t)$.

