

# Vetores - Parte 1: O tratamento geométrico

Ademir Alves Ribeiro

2021

[https://youtu.be/mr73WaW5\\_IM](https://youtu.be/mr73WaW5_IM)



# Grandezas escalares versus grandezas vetoriais

Grandezas escalares

Grandezas vetoriais

# Grandezas escalares versus grandezas vetoriais

## Grandezas escalares

- Comprimento

## Grandezas vetoriais

# Grandezas escalares versus grandezas vetoriais

## Grandezas escalares

- Comprimento
- Área

## Grandezas vetoriais

# Grandezas escalares versus grandezas vetoriais

## Grandezas escalares

- Comprimento
- Área
- Volume

## Grandezas vetoriais

# Grandezas escalares versus grandezas vetoriais

## Grandezas escalares

- Comprimento
- Área
- Volume
- Temperatura

## Grandezas vetoriais

# Grandezas escalares versus grandezas vetoriais

## Grandezas escalares

- Comprimento
- Área
- Volume
- Temperatura

## Grandezas vetoriais

- Grandezas escalares: basta um número para determiná-la.

# Grandezas escalares versus grandezas vetoriais

## Grandezas escalares

- Comprimento
- Área
- Volume
- Temperatura

## Grandezas vetoriais

- Velocidade

- Grandezas escalares: basta um número para determiná-la.



# Grandezas escalares versus grandezas vetoriais

## Grandezas escalares

- Comprimento
- Área
- Volume
- Temperatura

## Grandezas vetoriais

- Velocidade
- Aceleração

- Grandezas escalares: basta um número para determiná-la.

# Grandezas escalares versus grandezas vetoriais

## Grandezas escalares

- Comprimento
- Área
- Volume
- Temperatura

## Grandezas vetoriais

- Velocidade
- Aceleração
- Força

- Grandezas escalares: basta um número para determiná-la.

# Grandezas escalares versus grandezas vetoriais

## Grandezas escalares

- Comprimento
- Área
- Volume
- Temperatura

## Grandezas vetoriais

- Velocidade
- Aceleração
- Força
- Momento

- Grandezas escalares: basta um número para determiná-la.

# Grandezas escalares versus grandezas vetoriais

## Grandezas escalares

- Comprimento
- Área
- Volume
- Temperatura

## Grandezas vetoriais

- Velocidade
- Aceleração
- Força
- Momento

- Grandezas escalares: basta um número para determiná-la.
- Grandezas vetoriais: precisam também de uma direção e sentido.

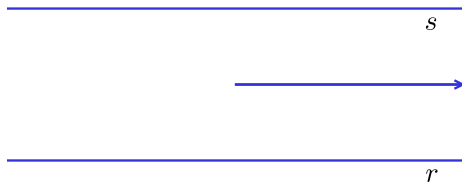


- Retas paralelas determinam uma mesma direção.



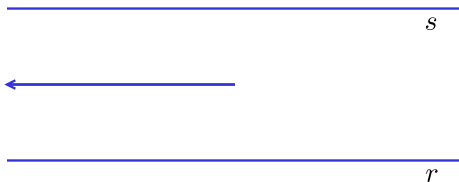
# Direção e sentido

- Retas paralelas determinam uma mesma direção.
- Fixada uma direção, temos dois sentidos (orientações) possíveis.



# Direção e sentido

- Retas paralelas determinam uma mesma direção.
- Fixada uma direção, temos dois sentidos (orientações) possíveis.
- Representados por um segmento orientado.



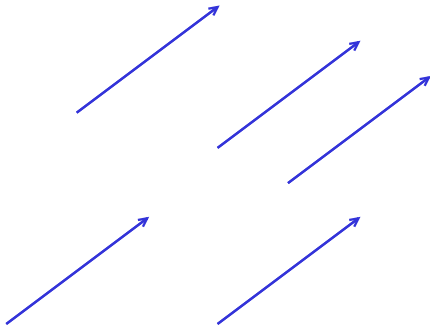


## Definição

São segmentos orientados com mesma direção, sentido e comprimento.

## Definição

São segmentos orientados com mesma direção, sentido e comprimento.

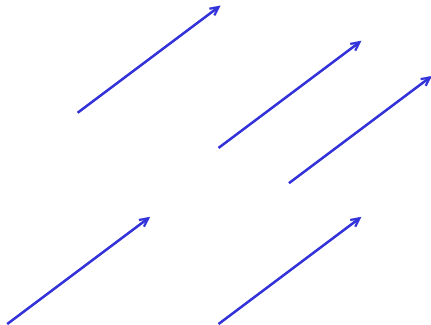


## Definição

Um vetor é uma classe de segmentos equipolentes.

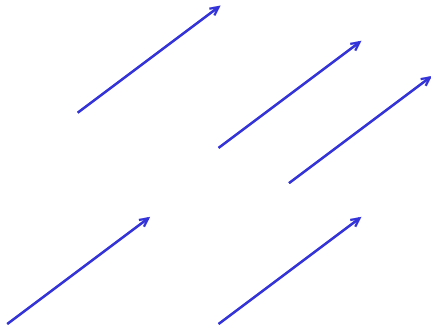
## Definição

Um vetor é uma classe de segmentos equipolentes.



## Definição

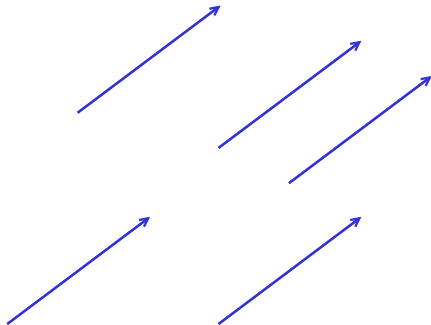
Um vetor é uma classe de segmentos equipolentes.



- Cada segmento é um representante do vetor.

## Definição

Um vetor é uma classe de segmentos equipolentes.



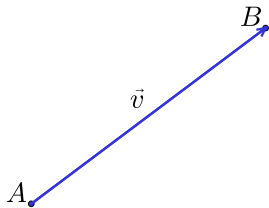
- Cada segmento é um representante do vetor.
- É caracterizado por uma direção, um sentido e um comprimento.



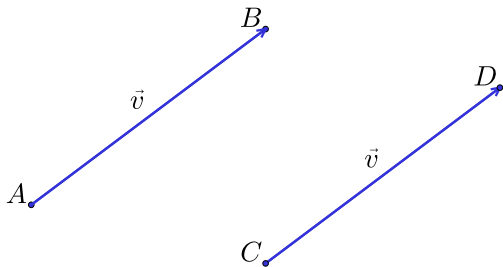
$B.$

$A.$

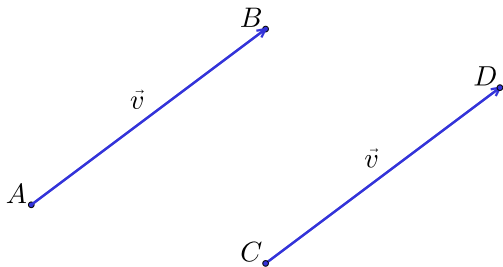




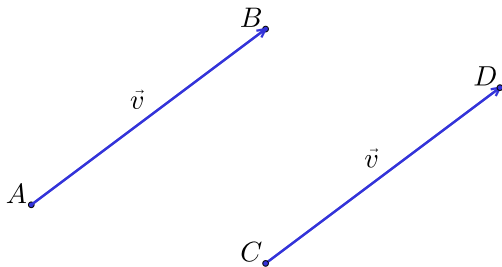
- $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$



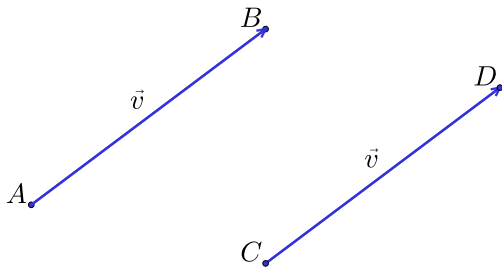
- $\vec{v} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .



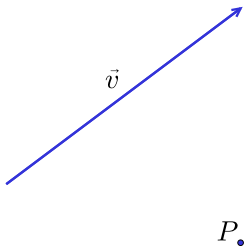
- $\vec{v} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .
- Também denotamos  $\vec{v} = B - A = D - C$ .



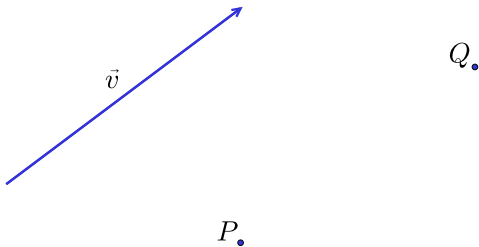
- $\vec{v} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .
- Também denotamos  $\vec{v} = B - A = D - C$ .
- O comprimento de um vetor  $\vec{v}$  é denotado por  $\|\vec{v}\|$ .



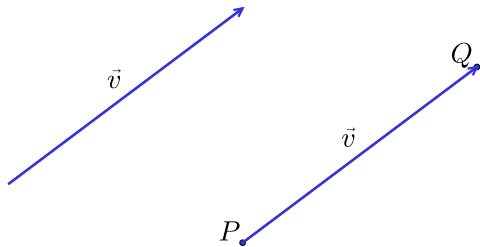
- $\vec{v} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .
- Também denotamos  $\vec{v} = B - A = D - C$ .
- O comprimento de um vetor  $\vec{v}$  é denotado por  $\|\vec{v}\|$ .
- Se  $A = B$ , temos o vetor nulo  $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ .



- Dados um vetor  $\vec{v}$  e um ponto  $P$ , existe  $Q$  tal que  $\vec{v} = \overrightarrow{PQ}$ .

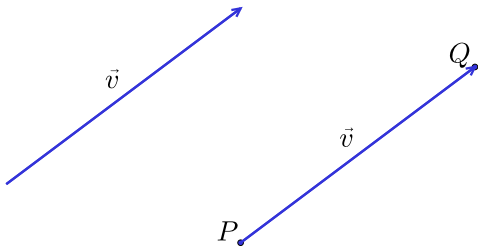


- Dados um vetor  $\vec{v}$  e um ponto  $P$ , existe  $Q$  tal que  $\vec{v} = \overrightarrow{PQ}$ .



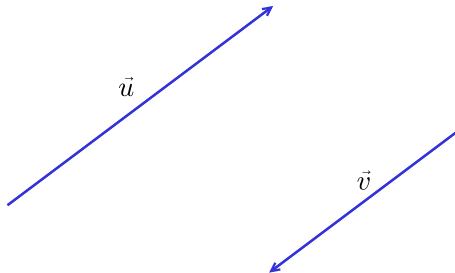
- Dados um vetor  $\vec{v}$  e um ponto  $P$ , existe  $Q$  tal que  $\vec{v} = \overrightarrow{PQ}$ .



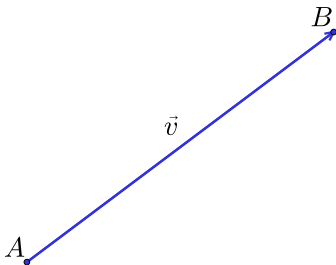


- Dados um vetor  $\vec{v}$  e um ponto  $P$ , existe  $Q$  tal que  $\vec{v} = \overrightarrow{PQ}$ .
- Denotamos  $Q = P + \vec{v}$ .

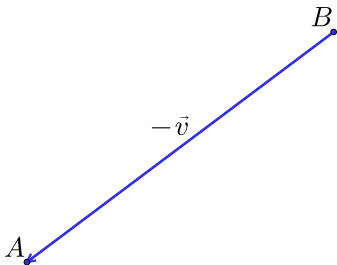
- Vetores paralelos:  $\vec{u}/\vec{v}$  (mesma direção).



- Vetores paralelos:  $\vec{u} // \vec{v}$  (mesma direção).
- Vetor oposto:  $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$

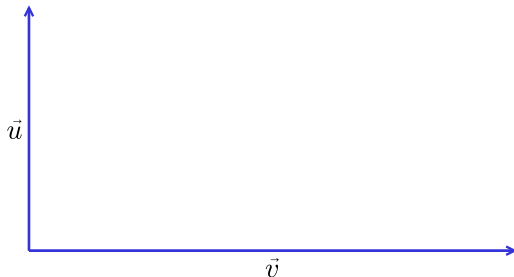


- Vetores paralelos:  $\vec{u} // \vec{v}$  (mesma direção).
- Vetor oposto:  $\vec{v} = \overrightarrow{AB} \Rightarrow -\vec{v} = \overrightarrow{BA}$ .



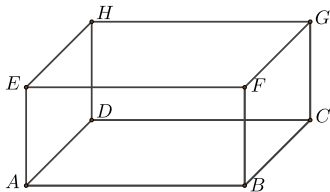
# Notações

- Vetores paralelos:  $\vec{u} // \vec{v}$  (mesma direção).
- Vetor oposto:  $\vec{v} = \overrightarrow{AB} \Rightarrow -\vec{v} = \overrightarrow{BA}$ .
- Vetores ortogonais:  $\vec{u} \perp \vec{v}$ .



## Exercício

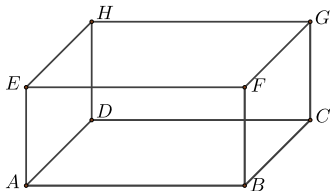
No paralelepípedo retângulo abaixo as arestas  $AB$ ,  $BC$  e  $BF$  medem 6, 4 e 3 unidades, respectivamente. Classifique as afirmações seguintes em V ou F.



## Exercício

No paralelepípedo retângulo abaixo as arestas  $AB$ ,  $BC$  e  $BF$  medem 6, 4 e 3 unidades, respectivamente. Classifique as afirmações seguintes em V ou F.

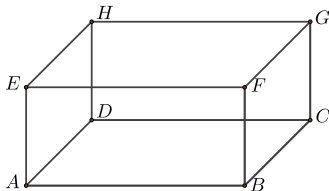
1  $\vec{AE} = \vec{CG}$



## Exercício

No paralelepípedo retângulo abaixo as arestas  $AB$ ,  $BC$  e  $BF$  medem 6, 4 e 3 unidades, respectivamente. Classifique as afirmações seguintes em V ou F.

1  $\vec{AE} = \vec{CG}$  (V)



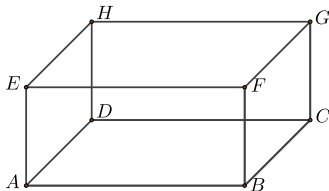


## Exercício

No paralelepípedo retângulo abaixo as arestas  $AB$ ,  $BC$  e  $BF$  medem 6, 4 e 3 unidades, respectivamente. Classifique as afirmações seguintes em V ou F.

1  $\vec{AE} = \vec{CG}$  (V)

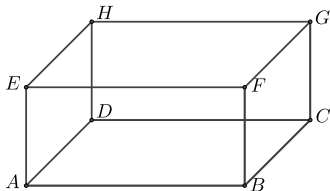
2  $\vec{AB} = -\vec{GH}$



## Exercício

No paralelepípedo retângulo abaixo as arestas  $AB$ ,  $BC$  e  $BF$  medem 6, 4 e 3 unidades, respectivamente. Classifique as afirmações seguintes em V ou F.

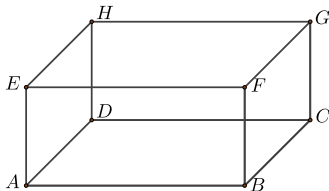
- 1  $\vec{AE} = \vec{CG}$  (V)
- 2  $\vec{AB} = -\vec{GH}$  (V)



## Exercício

No paralelepípedo retângulo abaixo as arestas  $AB$ ,  $BC$  e  $BF$  medem 6, 4 e 3 unidades, respectivamente. Classifique as afirmações seguintes em V ou F.

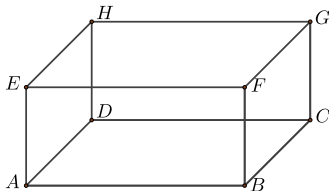
- 1  $\vec{AE} = \vec{CG}$  (V)
- 2  $\vec{AB} = -\vec{GH}$  (V)
- 3  $\vec{AF} = \vec{EB}$



## Exercício

No paralelepípedo retângulo abaixo as arestas  $AB$ ,  $BC$  e  $BF$  medem 6, 4 e 3 unidades, respectivamente. Classifique as afirmações seguintes em V ou F.

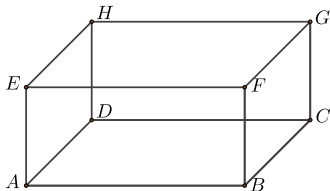
- 1  $\vec{AE} = \vec{CG}$  (V)
- 2  $\vec{AB} = -\vec{GH}$  (V)
- 3  $\vec{AF} = \vec{EB}$  (F)



## Exercício

No paralelepípedo retângulo abaixo as arestas  $AB$ ,  $BC$  e  $BF$  medem 6, 4 e 3 unidades, respectivamente. Classifique as afirmações seguintes em V ou F.

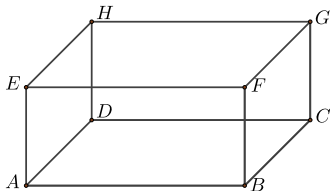
- 1  $\vec{AE} = \vec{CG}$  (V)
- 2  $\vec{AB} = -\vec{GH}$  (V)
- 3  $\vec{AF} = \vec{EB}$  (F)
- 4  $\|\vec{AF}\| = \|\vec{EB}\|$



## Exercício

No paralelepípedo retângulo abaixo as arestas  $AB$ ,  $BC$  e  $BF$  medem 6, 4 e 3 unidades, respectivamente. Classifique as afirmações seguintes em V ou F.

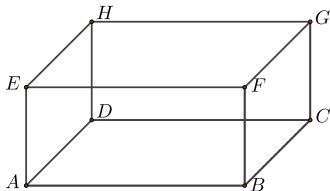
- 1  $\vec{AE} = \vec{CG}$  (V)
- 2  $\vec{AB} = -\vec{GH}$  (V)
- 3  $\vec{AF} = \vec{EB}$  (F)
- 4  $\|\vec{AF}\| = \|\vec{EB}\|$  (V)



## Exercício

No paralelepípedo retângulo abaixo as arestas  $AB$ ,  $BC$  e  $BF$  medem 6, 4 e 3 unidades, respectivamente. Classifique as afirmações seguintes em V ou F.

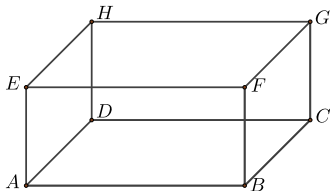
- 1  $\vec{AE} = \vec{CG}$  (V)
- 2  $\vec{AB} = -\vec{GH}$  (V)
- 3  $\vec{AF} = \vec{EB}$  (F)
- 4  $\|\vec{AF}\| = \|\vec{EB}\|$  (V)
- 5  $\vec{DH} // \vec{FB}$



## Exercício

No paralelepípedo retângulo abaixo as arestas  $AB$ ,  $BC$  e  $BF$  medem 6, 4 e 3 unidades, respectivamente. Classifique as afirmações seguintes em V ou F.

- 1  $\vec{AE} = \vec{CG}$  (V)
- 2  $\vec{AB} = -\vec{GH}$  (V)
- 3  $\vec{AF} = \vec{EB}$  (F)
- 4  $\|\vec{AF}\| = \|\vec{EB}\|$  (V)
- 5  $\vec{DH} // \vec{FB}$  (V)

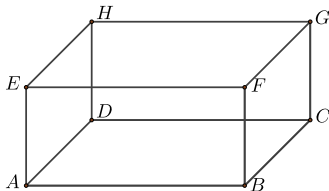




## Exercício

No paralelepípedo retângulo abaixo as arestas  $AB$ ,  $BC$  e  $BF$  medem 6, 4 e 3 unidades, respectivamente. Classifique as afirmações seguintes em V ou F.

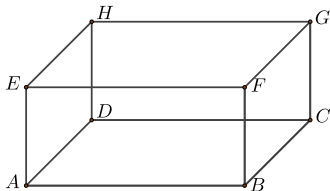
- 1  $\vec{AE} = \vec{CG}$  (V)
- 2  $\vec{AB} = -\vec{GH}$  (V)
- 3  $\vec{AF} = \vec{EB}$  (F)
- 4  $\|\vec{AF}\| = \|\vec{EB}\|$  (V)
- 5  $\vec{DH} // \vec{FB}$  (V)
- 6  $\vec{DH} \perp \vec{BC}$



## Exercício

No paralelepípedo retângulo abaixo as arestas  $AB$ ,  $BC$  e  $BF$  medem 6, 4 e 3 unidades, respectivamente. Classifique as afirmações seguintes em V ou F.

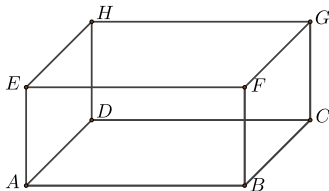
- 1  $\vec{AE} = \vec{CG}$  (V)
- 2  $\vec{AB} = -\vec{GH}$  (V)
- 3  $\vec{AF} = \vec{EB}$  (F)
- 4  $\|\vec{AF}\| = \|\vec{EB}\|$  (V)
- 5  $\vec{DH} // \vec{FB}$  (V)
- 6  $\vec{DH} \perp \vec{BC}$  (V)



## Exercício

No paralelepípedo retângulo abaixo as arestas  $AB$ ,  $BC$  e  $BF$  medem 6, 4 e 3 unidades, respectivamente. Classifique as afirmações seguintes em V ou F.

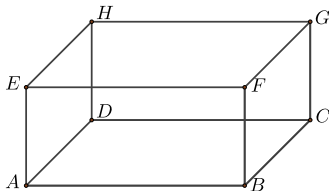
- 1  $\vec{AE} = \vec{CG}$  (V)
- 2  $\vec{AB} = -\vec{GH}$  (V)
- 3  $\vec{AF} = \vec{EB}$  (F)
- 4  $\|\vec{AF}\| = \|\vec{EB}\|$  (V)
- 5  $\vec{DH} // \vec{FB}$  (V)
- 6  $\vec{DH} \perp \vec{BC}$  (V)
- 7  $\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{EG}$  são coplanares



## Exercício

No paralelepípedo retângulo abaixo as arestas  $AB$ ,  $BC$  e  $BF$  medem 6, 4 e 3 unidades, respectivamente. Classifique as afirmações seguintes em V ou F.

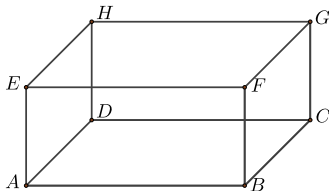
- 1  $\vec{AE} = \vec{CG}$  (V)
- 2  $\vec{AB} = -\vec{GH}$  (V)
- 3  $\vec{AF} = \vec{EB}$  (F)
- 4  $\|\vec{AF}\| = \|\vec{EB}\|$  (V)
- 5  $\vec{DH} // \vec{FB}$  (V)
- 6  $\vec{DH} \perp \vec{BC}$  (V)
- 7  $\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{EG}$  são coplanares (V)



## Exercício

No paralelepípedo retângulo abaixo as arestas  $AB$ ,  $BC$  e  $BF$  medem 6, 4 e 3 unidades, respectivamente. Classifique as afirmações seguintes em V ou F.

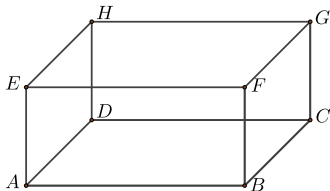
- 1  $\vec{AE} = \vec{CG}$  (V)
- 2  $\vec{AB} = -\vec{GH}$  (V)
- 3  $\vec{AF} = \vec{EB}$  (F)
- 4  $\|\vec{AF}\| = \|\vec{EB}\|$  (V)
- 5  $\vec{DH} // \vec{FB}$  (V)
- 6  $\vec{DH} \perp \vec{BC}$  (V)
- 7  $\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{EG}$  são coplanares (V)
- 8  $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{BF}$  são coplanares



## Exercício

No paralelepípedo retângulo abaixo as arestas  $AB$ ,  $BC$  e  $BF$  medem 6, 4 e 3 unidades, respectivamente. Classifique as afirmações seguintes em V ou F.

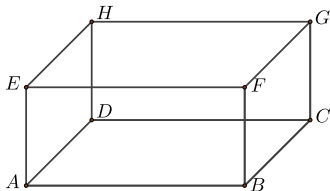
- 1  $\vec{AE} = \vec{CG}$  (V)
- 2  $\vec{AB} = -\vec{GH}$  (V)
- 3  $\vec{AF} = \vec{EB}$  (F)
- 4  $\|\vec{AF}\| = \|\vec{EB}\|$  (V)
- 5  $\vec{DH} // \vec{FB}$  (V)
- 6  $\vec{DH} \perp \vec{BC}$  (V)
- 7  $\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{EG}$  são coplanares (V)
- 8  $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{BF}$  são coplanares (F)



## Exercício

No paralelepípedo retângulo abaixo as arestas  $AB$ ,  $BC$  e  $BF$  medem 6, 4 e 3 unidades, respectivamente. Classifique as afirmações seguintes em V ou F.

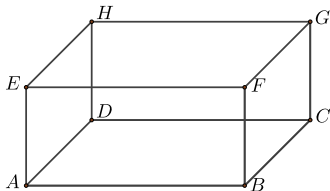
- 1  $\vec{AE} = \vec{CG}$  (V)
- 2  $\vec{AB} = -\vec{GH}$  (V)
- 3  $\vec{AF} = \vec{EB}$  (F)
- 4  $\|\vec{AF}\| = \|\vec{EB}\|$  (V)
- 5  $\vec{DH} // \vec{FB}$  (V)
- 6  $\vec{DH} \perp \vec{BC}$  (V)
- 7  $\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{EG}$  são coplanares (V)
- 8  $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{BF}$  são coplanares (F)
- 9  $\|\vec{FC}\| = 5$



## Exercício

No paralelepípedo retângulo abaixo as arestas  $AB$ ,  $BC$  e  $BF$  medem 6, 4 e 3 unidades, respectivamente. Classifique as afirmações seguintes em V ou F.

- 1  $\vec{AE} = \vec{CG}$  (V)
- 2  $\vec{AB} = -\vec{GH}$  (V)
- 3  $\vec{AF} = \vec{EB}$  (F)
- 4  $\|\vec{AF}\| = \|\vec{EB}\|$  (V)
- 5  $\vec{DH} // \vec{FB}$  (V)
- 6  $\vec{DH} \perp \vec{BC}$  (V)
- 7  $\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{EG}$  são coplanares (V)
- 8  $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{BF}$  são coplanares (F)
- 9  $\|\vec{FC}\| = 5$  (V)

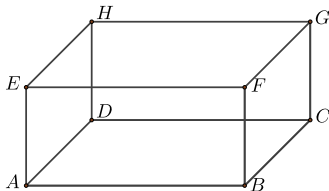




## Exercício

No paralelepípedo retângulo abaixo as arestas  $AB$ ,  $BC$  e  $BF$  medem 6, 4 e 3 unidades, respectivamente. Classifique as afirmações seguintes em V ou F.

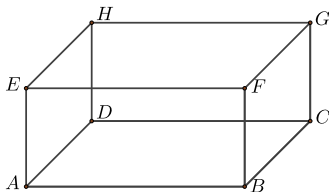
- 1  $\vec{AE} = \vec{CG}$  (V)
- 2  $\vec{AB} = -\vec{GH}$  (V)
- 3  $\vec{AF} = \vec{EB}$  (F)
- 4  $\|\vec{AF}\| = \|\vec{EB}\|$  (V)
- 5  $\vec{DH} // \vec{FB}$  (V)
- 6  $\vec{DH} \perp \vec{BC}$  (V)
- 7  $\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{EG}$  são coplanares (V)
- 8  $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{BF}$  são coplanares (F)
- 9  $\|\vec{FC}\| = 5$  (V)
- 10  $\|\vec{BH}\|^2 = 61$



## Exercício

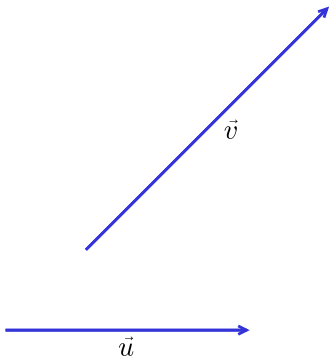
No paralelepípedo retângulo abaixo as arestas  $AB$ ,  $BC$  e  $BF$  medem 6, 4 e 3 unidades, respectivamente. Classifique as afirmações seguintes em V ou F.

- 1  $\vec{AE} = \vec{CG}$  (V)
- 2  $\vec{AB} = -\vec{GH}$  (V)
- 3  $\vec{AF} = \vec{EB}$  (F)
- 4  $\|\vec{AF}\| = \|\vec{EB}\|$  (V)
- 5  $\vec{DH} // \vec{FB}$  (V)
- 6  $\vec{DH} \perp \vec{BC}$  (V)
- 7  $\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{EG}$  são coplanares (V)
- 8  $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{BF}$  são coplanares (F)
- 9  $\|\vec{FC}\| = 5$  (V)
- 10  $\|\vec{BH}\|^2 = 61$  (V)



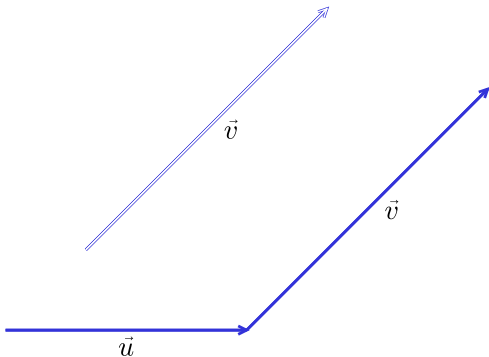
# Adição de vetores

- Dados dois vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ , como definir sua soma  $\vec{u} + \vec{v}$ ?



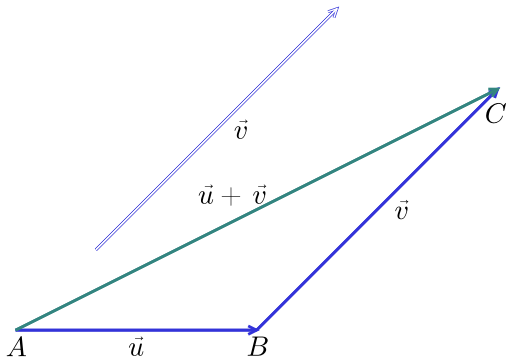
# Adição de vetores

- Dados dois vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ , como definir sua soma  $\vec{u} + \vec{v}$ ?
- Escolher representantes convenientes.

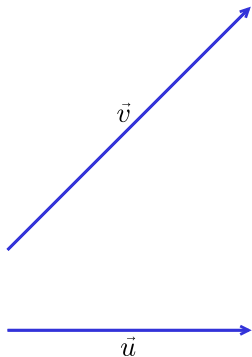


# Adição de vetores - regra do triângulo

- Dados dois vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ , como definir sua soma  $\vec{u} + \vec{v}$ ?
- Escolher representantes convenientes.
- $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{v} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow \vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AC}$ .

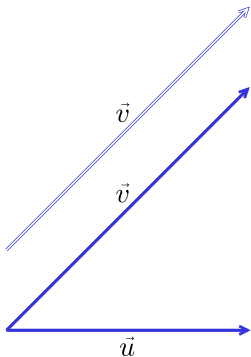


# Adição de vetores - regra do paralelogramo



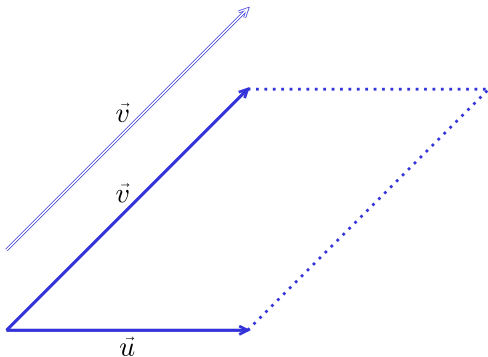
# Adição de vetores - regra do paralelogramo

- Escolher os representantes partindo do mesmo ponto.



# Adição de vetores - regra do paralelogramo

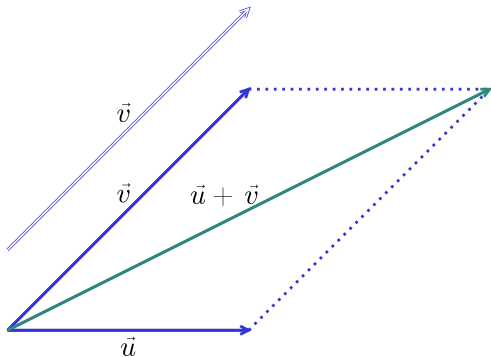
- Escolher os representantes partindo do mesmo ponto.
- Forma o paralelogramo.





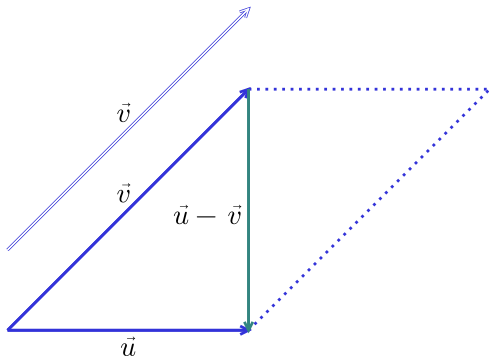
# Adição de vetores - regra do paralelogramo

- Escolher os representantes partindo do mesmo ponto.
- Forma o paralelogramo.
- A soma é uma diagonal.

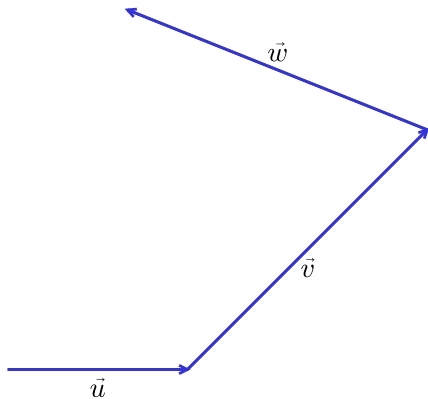


# Adição de vetores - regra do paralelogramo

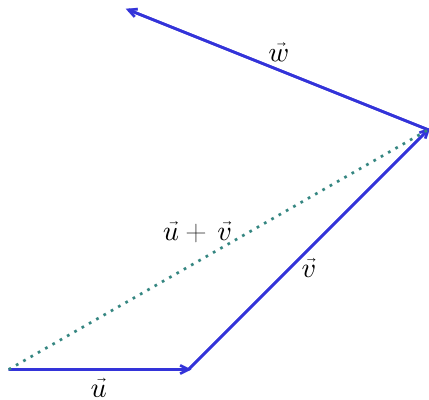
- Escolher os representantes partindo do mesmo ponto.
- Forma o paralelogramo.
- A soma é uma diagonal. A outra diagonal é a diferença.



# Soma de mais vetores

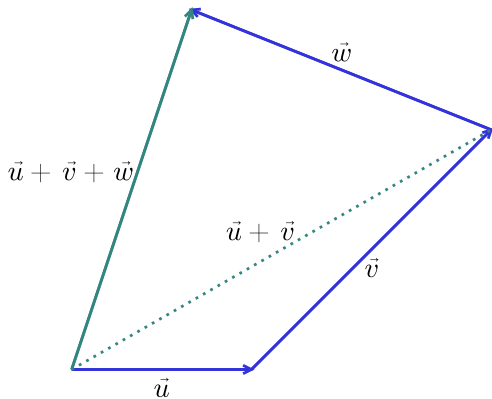


# Soma de mais vetores



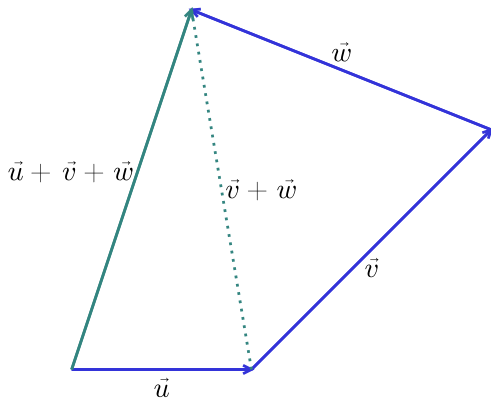
# Soma de mais vetores

- $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w}$



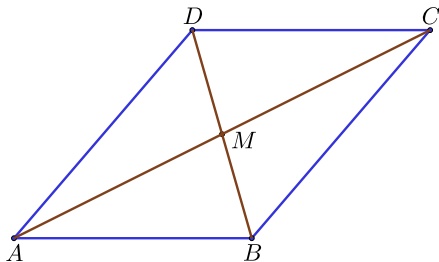
# Soma de mais vetores

- $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$



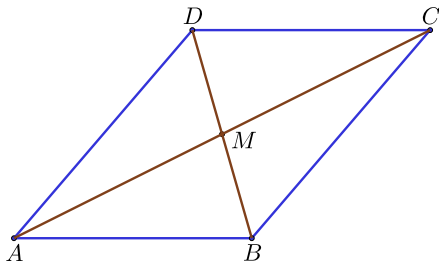
## Exercício

Prove que as diagonais de um paralelogramo têm o mesmo ponto médio.



## Exercício

Prove que as diagonais de um paralelogramo têm o mesmo ponto médio.

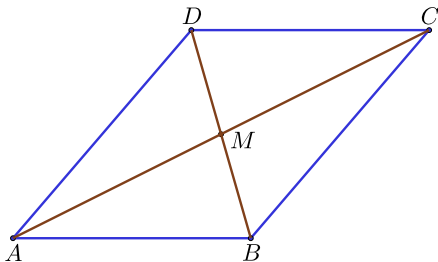


- Seja  $M$  o ponto médio de  $AC$ ;



## Exercício

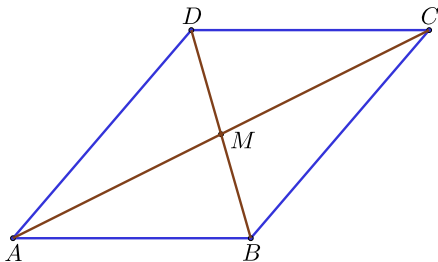
Prove que as diagonais de um paralelogramo têm o mesmo ponto médio.



- Seja  $M$  o ponto médio de  $AC$ ;
- $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MC}$ ;

## Exercício

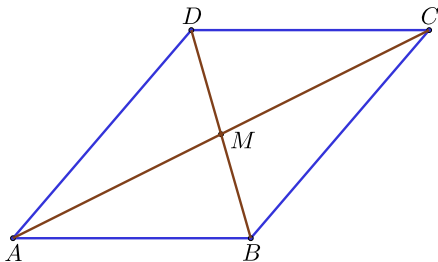
Prove que as diagonais de um paralelogramo têm o mesmo ponto médio.



- Seja  $M$  o ponto médio de  $AC$ ;
- $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MC}$ ;
- $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CM}$

## Exercício

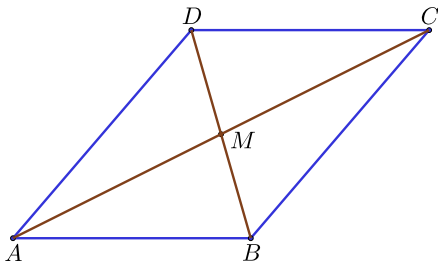
Prove que as diagonais de um paralelogramo têm o mesmo ponto médio.



- Seja  $M$  o ponto médio de  $AC$ ;
- $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MC}$ ;
- $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD}$

## Exercício

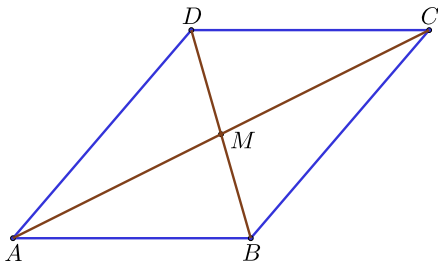
Prove que as diagonais de um paralelogramo têm o mesmo ponto médio.



- Seja  $M$  o ponto médio de  $AC$ ;
- $\vec{AM} = \vec{MC}$ ;
- $\vec{BM} = \vec{BC} + \vec{CM} = \vec{MA} + \vec{AD} = \vec{MD}$ ;

## Exercício

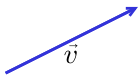
Prove que as diagonais de um paralelogramo têm o mesmo ponto médio.



- Seja  $M$  o ponto médio de  $AC$ ;
- $\vec{AM} = \vec{MC}$ ;
- $\vec{BM} = \vec{BC} + \vec{CM} = \vec{MA} + \vec{AD} = \vec{MD}$ ;
- Assim,  $M$  é o ponto médio de  $BD$ .

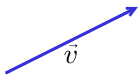
# Multiplicação de escalar por vetor

- Considere um escalar  $\alpha \in \mathbb{R}$  e um vetor  $\vec{v}$ .



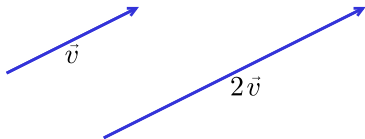
# Multiplicação de escalar por vetor

- Considere um escalar  $\alpha \in \mathbb{R}$  e um vetor  $\vec{v}$ .
- Como definir o produto  $\alpha\vec{v}$ ?



# Multiplicação de escalar por vetor

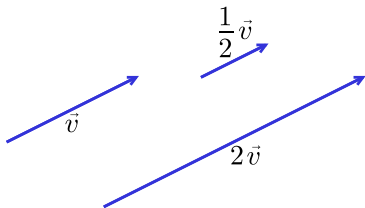
- Considere um escalar  $\alpha \in \mathbb{R}$  e um vetor  $\vec{v}$ .
- Como definir o produto  $\alpha\vec{v}$ ?





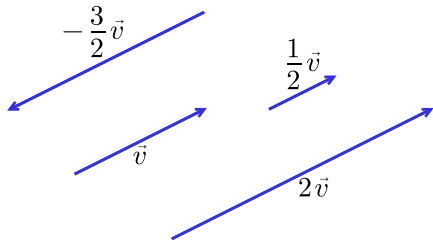
# Multiplicação de escalar por vetor

- Considere um escalar  $\alpha \in \mathbb{R}$  e um vetor  $\vec{v}$ .
- Como definir o produto  $\alpha\vec{v}$ ?



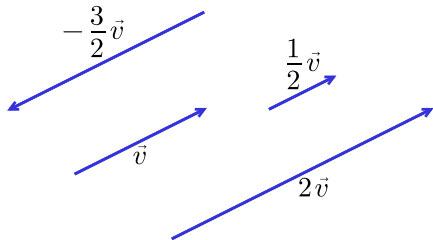
# Multiplicação de escalar por vetor

- Considere um escalar  $\alpha \in \mathbb{R}$  e um vetor  $\vec{v}$ .
- Como definir o produto  $\alpha\vec{v}$ ?



# Multiplicação de escalar por vetor

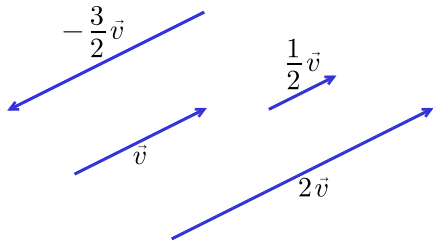
- Considere um escalar  $\alpha \in \mathbb{R}$  e um vetor  $\vec{v}$ .
- Como definir o produto  $\alpha\vec{v}$ ?



1  $\alpha\vec{v} // \vec{v}$ .

# Multiplicação de escalar por vetor

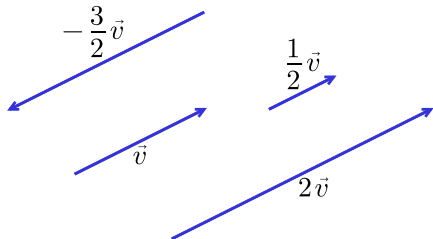
- Considere um escalar  $\alpha \in \mathbb{R}$  e um vetor  $\vec{v}$ .
- Como definir o produto  $\alpha\vec{v}$ ?



- 1  $\alpha\vec{v} // \vec{v}$ .
- 2 Mesmo sentido se  $\alpha > 0$  e sentido oposto se  $\alpha < 0$ .

# Multiplicação de escalar por vetor

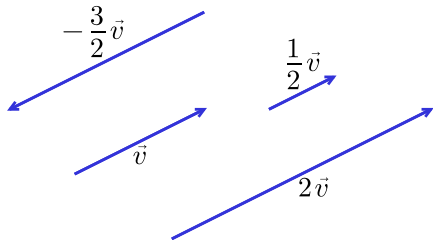
- Considere um escalar  $\alpha \in \mathbb{R}$  e um vetor  $\vec{v}$ .
- Como definir o produto  $\alpha\vec{v}$ ?



- 1  $\alpha\vec{v} // \vec{v}$ .
- 2 Mesmo sentido se  $\alpha > 0$  e sentido oposto se  $\alpha < 0$ .
- 3  $\|\alpha\vec{v}\| = |\alpha|\|\vec{v}\|$ .

# Multiplicação de escalar por vetor

- Considere um escalar  $\alpha \in \mathbb{R}$  e um vetor  $\vec{v}$ .
- Como definir o produto  $\alpha\vec{v}$ ?
- Para a escolha particular  $\alpha = \frac{1}{\|\vec{v}\|}$  temos o versor de  $\vec{v}$ .



- 1  $\alpha\vec{v}/\vec{v}$ .
- 2 Mesmo sentido se  $\alpha > 0$  e sentido oposto se  $\alpha < 0$ .
- 3  $\|\alpha\vec{v}\| = |\alpha|\|\vec{v}\|$ .

Considere vetores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  e escalares  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

Considere vetores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  e escalares  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

1  $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$ ;



Considere vetores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  e escalares  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

1  $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$ ;

2  $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$ ;

Considere vetores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  e escalares  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

- 1  $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$ ;
- 2  $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$ ;
- 3  $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$ ;

Considere vetores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  e escalares  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

1  $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$ ;

2  $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$ ;

3  $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$ ;

4  $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$ ;

Considere vetores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  e escalares  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

1  $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$ ;

2  $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$ ;

3  $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$ ;

4  $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$ ;

5  $\alpha(\vec{u} + \vec{v}) = \alpha\vec{u} + \alpha\vec{v}$ ;

Considere vetores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  e escalares  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

1  $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$ ;

2  $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$ ;

3  $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$ ;

4  $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$ ;

5  $\alpha(\vec{u} + \vec{v}) = \alpha\vec{u} + \alpha\vec{v}$ ;

6  $(\alpha + \beta)\vec{v} = \alpha\vec{v} + \beta\vec{v}$ ;

Considere vetores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  e escalares  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

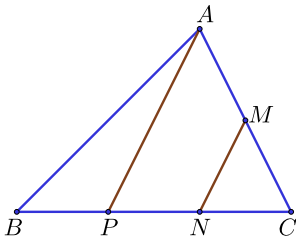
- 1  $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$ ;
- 2  $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$ ;
- 3  $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$ ;
- 4  $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$ ;
- 5  $\alpha(\vec{u} + \vec{v}) = \alpha\vec{u} + \alpha\vec{v}$ ;
- 6  $(\alpha + \beta)\vec{v} = \alpha\vec{v} + \beta\vec{v}$ ;
- 7  $(\alpha\beta)\vec{v} = \alpha(\beta\vec{v})$ ;

Considere vetores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  e escalares  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

- 1  $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$ ;
- 2  $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$ ;
- 3  $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$ ;
- 4  $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$ ;
- 5  $\alpha(\vec{u} + \vec{v}) = \alpha\vec{u} + \alpha\vec{v}$ ;
- 6  $(\alpha + \beta)\vec{v} = \alpha\vec{v} + \beta\vec{v}$ ;
- 7  $(\alpha\beta)\vec{v} = \alpha(\beta\vec{v})$ ;
- 8  $1\vec{v} = \vec{v}$ .

## Exercício

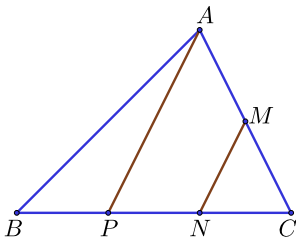
Considere um triângulo  $\triangle ABC$ ,  $M$  o ponto médio de  $AC$  e  $N, P$  dividindo o lado  $BC$  em 3 partes iguais. Mostre que o segmento  $MN$  é paralelo e tem metade do tamanho do segmento  $AP$ .





## Exercício

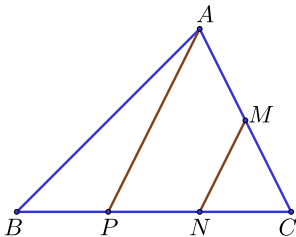
Considere um triângulo  $\triangle ABC$ ,  $M$  o ponto médio de  $AC$  e  $N, P$  dividindo o lado  $BC$  em 3 partes iguais. Mostre que o segmento  $MN$  é paralelo e tem metade do tamanho do segmento  $AP$ .



- $\vec{MN} = \vec{MC} + \vec{CN}$

## Exercício

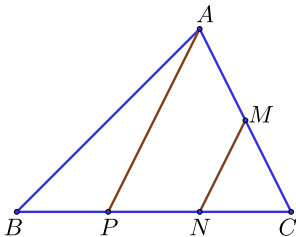
Considere um triângulo  $\triangle ABC$ ,  $M$  o ponto médio de  $AC$  e  $N, P$  dividindo o lado  $BC$  em 3 partes iguais. Mostre que o segmento  $MN$  é paralelo e tem metade do tamanho do segmento  $AP$ .



- $\vec{MN} = \vec{MC} + \vec{CN} = \frac{1}{2}\vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{CB};$

## Exercício

Considere um triângulo  $\triangle ABC$ ,  $M$  o ponto médio de  $AC$  e  $N, P$  dividindo o lado  $BC$  em 3 partes iguais. Mostre que o segmento  $MN$  é paralelo e tem metade do tamanho do segmento  $AP$ .



- $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ ;
- $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{MN}$ .