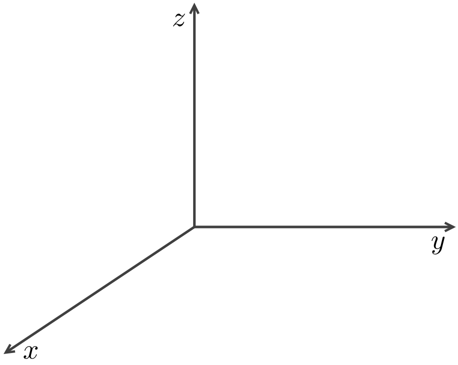
Vetores - Parte 3: O espaço tridimensional

Ademir Alves Ribeiro

2021

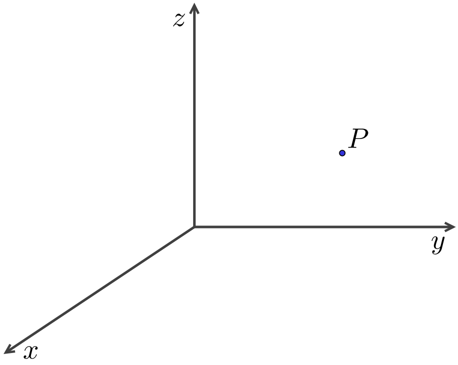
https://youtu.be/uagd6Z-6aIY

- Considere o sistema cartesiano no espaço



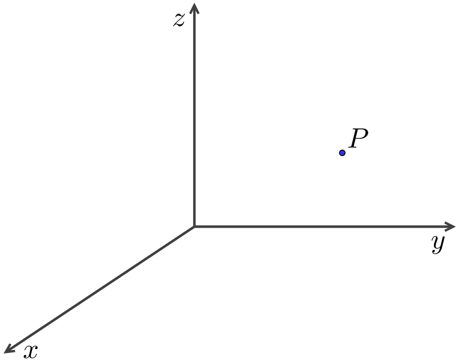
Coordenadas no espaço $\mathbb{R}^3$

- Considere o sistema cartesiano no espaço e um ponto P;



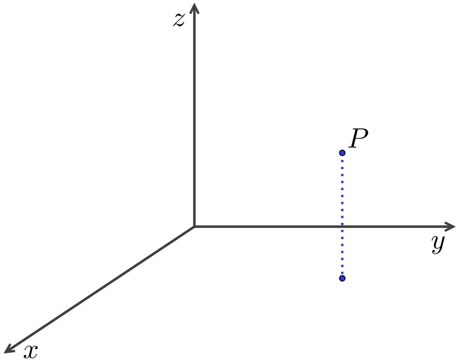
Coordenadas no espaço $\mathbb{R}^3$

- Considere o sistema cartesiano no espaço e um ponto P;
- Coordenadas:

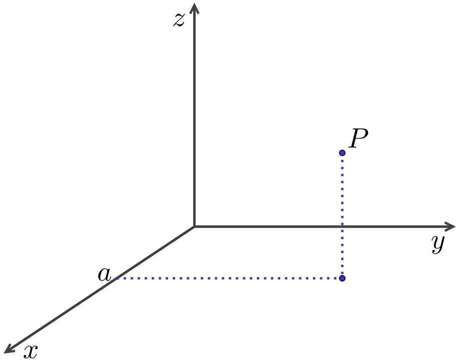


Coordenadas no espaço $\mathbb{R}^3$

- Considere o sistema cartesiano no espaço e um ponto P;
- Coordenadas:

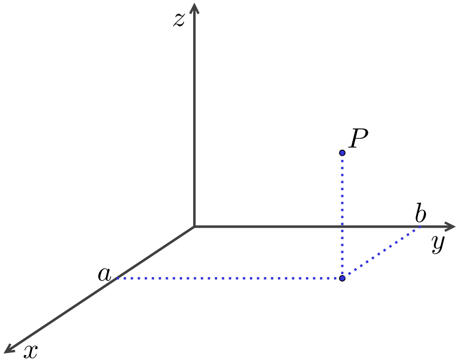


- Considere o sistema cartesiano no espaço e um ponto P;
- Coordenadas:

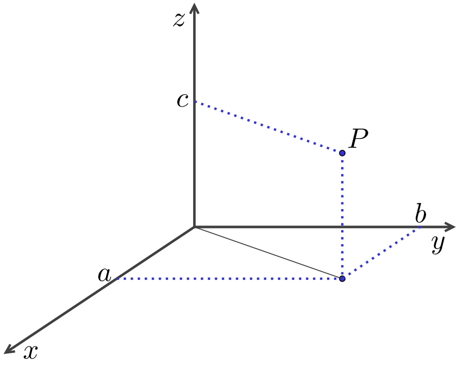


Coordenadas no espaço $\mathbb{R}^3$

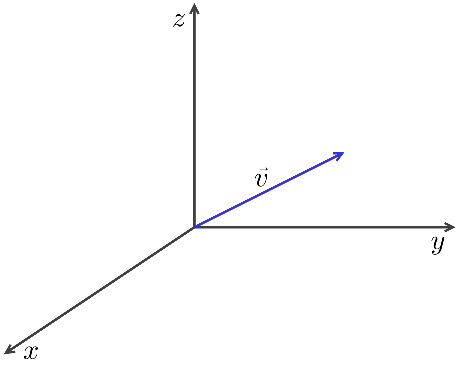
- Considere o sistema cartesiano no espaço e um ponto P;
- Coordenadas:



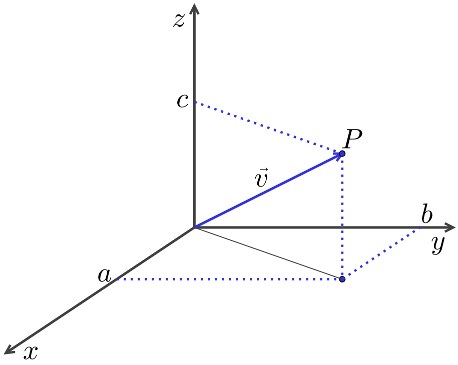
- Considere o sistema cartesiano no espaço e um ponto P;
- Coordenadas: $P = (a, b, c)$



- Considere o representante natural de um vetor $\vec{v}$;

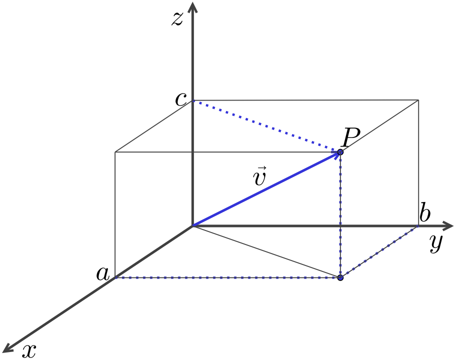


- Considere o representante natural de um vetor $\vec{v}$;
- Se $\vec{v} = \overrightarrow{OP}$, com $P = (a, b, c)$, representaremos $\vec{v} = (a, b, c)$;



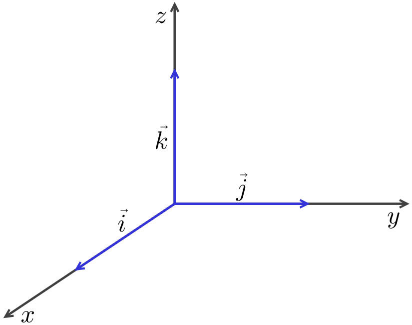
Vetores no espaço $\mathbb{R}^3$

- Considere o representante natural de um vetor $\vec{v}$;
- Se $\vec{v} = \overrightarrow{OP}$, com $P = (a, b, c)$, representaremos $\vec{v} = (a, b, c)$;
- O vetor $\overrightarrow{OP}$ representa a diagonal do paralelepípedo.



Os vetores canônicos

- $\vec{i} = (1, 0, 0)$
- $\vec{j} = (0, 1, 0)$
- $\vec{k} = (0, 0, 1)$



Operações

- Dados $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ e $\alpha \in \mathbb{R}$

Operações

- Dados $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ e $\alpha \in \mathbb{R}$
- A soma é definida por $\vec{u} + \vec{v} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$;

Operações

- Dados $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ e $\alpha \in \mathbb{R}$
- A soma é definida por $\vec{u} + \vec{v} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$;
- A multiplicação por escalar é $\alpha\vec{v} = (\alpha x_1, \alpha y_1, \alpha z_1)$.

Vetor definido por dois pontos

- Sejam $A = (x_1, y_1, z_1)$, $B = (x_2, y_2, z_2)$ e $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$;

Vetor definido por dois pontos

- Sejam $A = (x_1, y_1, z_1)$, $B = (x_2, y_2, z_2)$ e $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$;
- $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$;

Vetor definido por dois pontos

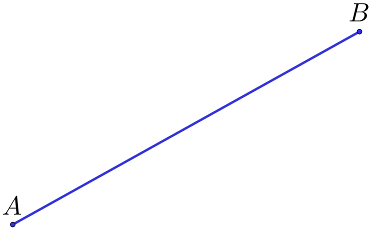
- Sejam $A = (x_1, y_1, z_1)$, $B = (x_2, y_2, z_2)$ e $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$;
- $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$;
- Sejam $A = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = \overrightarrow{AB} = (a, b, c)$;

Vetor definido por dois pontos

- Sejam $A = (x_1, y_1, z_1)$, $B = (x_2, y_2, z_2)$ e $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$;
- $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$;
- Sejam $A = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = \overrightarrow{AB} = (a, b, c)$;
- $B = A + \vec{v} = (x_1 + a, y_1 + b, z_1 + c)$.

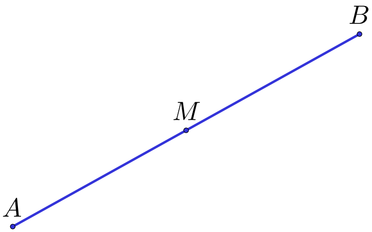
O ponto médio de um segmento

- Sejam $A = (x_1, y_1, z_1)$ e $B = (x_2, y_2, z_2)$;



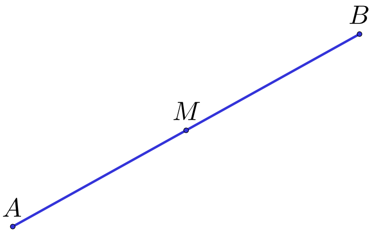
O ponto médio de um segmento

- Sejam $A = (x_1, y_1, z_1)$ e $B = (x_2, y_2, z_2)$;
- Como obter as coordenadas do ponto médio do segmento AB?



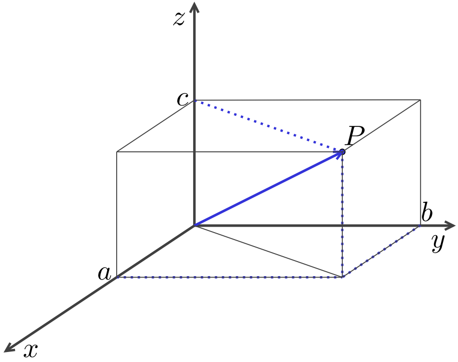
O ponto médio de um segmento

- Sejam $A = (x_1, y_1, z_1)$ e $B = (x_2, y_2, z_2)$;
- Como obter as coordenadas do ponto médio do segmento AB?
- $M = \dfrac{A+B}{2} = \left(\dfrac{x_1+x_2}{2}, \dfrac{y_1+y_2}{2}, \dfrac{z_1+z_2}{2}\right)$.



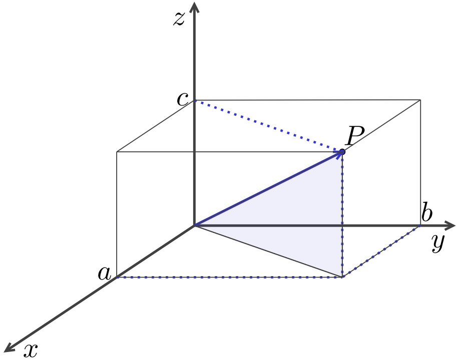
O módulo de um vetor

- Seja $\vec{v} = \overrightarrow{OP} = (a, b, c)$;



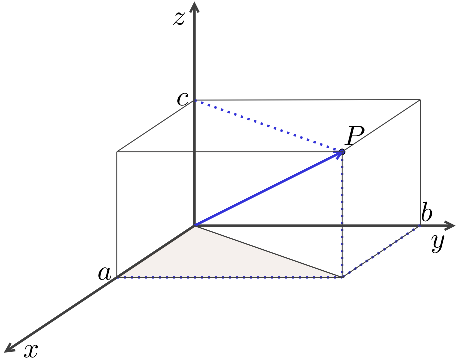
O módulo de um vetor

- Seja $\vec{v} = \overrightarrow{OP} = (a, b, c)$;
- $\|\vec{v}\|^2 = c^2 +$



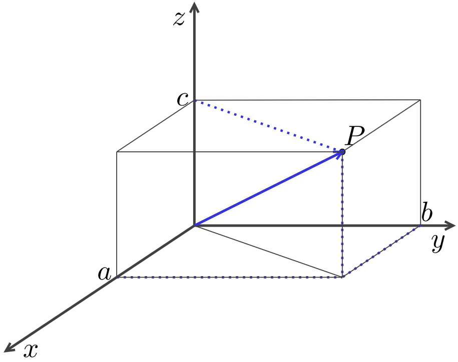
O módulo de um vetor

- Seja $\vec{v} = \overrightarrow{OP} = (a, b, c)$;
- $\|\vec{v}\|^2 = c^2 + a^2 + b^2$;



O módulo de um vetor

- Seja $\vec{v} = \overrightarrow{OP} = (a, b, c)$;
- $\|\vec{v}\|^2 = c^2 + a^2 + b^2$;
- $\|\vec{v}\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.



Exercício 1

Sejam $\vec{u} = (2,1,2)$ e $\vec{v} = (3,0,4)$. Calcule $\|\vec{u}\|$, $\|\vec{v}\|$ e $\|\vec{u}+\vec{v}\|$.

Exercício 1

Sejam $\vec{u} = (2,1,2)$ e $\vec{v} = (3,0,4)$. Calcule $\|\vec{u}\|$, $\|\vec{v}\|$ e $\|\vec{u}+\vec{v}\|$.

- $\|\vec{u}\| = 3;$

Exercício 1

Sejam $\vec{u} = (2,1,2)$ e $\vec{v} = (3,0,4)$. Calcule $\|\vec{u}\|$, $\|\vec{v}\|$ e $\|\vec{u}+\vec{v}\|$.

- $\|\vec{u}\| = 3;$
- $\|\vec{v}\| = 5;$

Exercício 1

Sejam $\vec{u} = (2,1,2)$ e $\vec{v} = (3,0,4)$. Calcule $\|\vec{u}\|$, $\|\vec{v}\|$ e $\|\vec{u}+\vec{v}\|$.

- $\|\vec{u}\| = 3;$
- $\|\vec{v}\| = 5;$
- $\|\vec{u}+\vec{v}\| = \|(5,1,6)\| = \sqrt{62};$

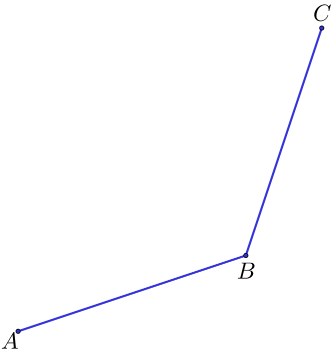
Exercício 1

Sejam $\vec{u} = (2,1,2)$ e $\vec{v} = (3,0,4)$. Calcule $\|\vec{u}\|$, $\|\vec{v}\|$ e $\|\vec{u}+\vec{v}\|$.

- $\|\vec{u}\| = 3;$
- $\|\vec{v}\| = 5;$
- $\|\vec{u}+\vec{v}\| = \|(5,1,6)\| = \sqrt{62};$
- Note que, neste exemplo, $\|\vec{u}+\vec{v}\| \neq \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$.

Exercício 2

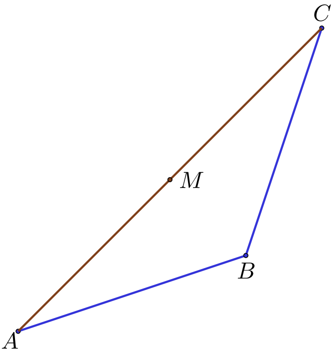
Sejam $A=(1,0,1)$, $B=(0,5,2)$ e $C=(1,2,3)$ vértices consecutivos de um paralelogramo $ABCD$. Determine o vértice D.



Exercício 2

Sejam $A = (1,0,1)$, $B = (0,5,2)$ e $C = (1,2,3)$ vértices consecutivos de um paralelogramo $ABCD$. Determine o vértice D.

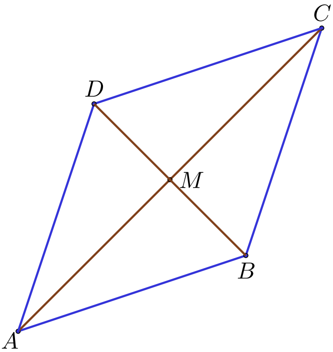
- $M = \dfrac{A+C}{2} = (1,1,2)$;



Exercício 2

Sejam $A = (1,0,1)$, $B = (0,5,2)$ e $C = (1,2,3)$ vértices consecutivos de um paralelogramo $ABCD$. Determine o vértice D.

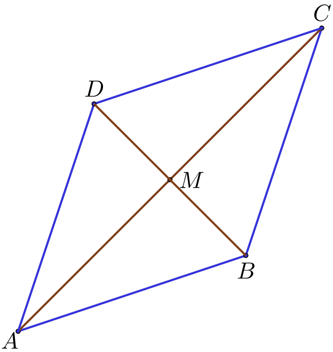
- $M = \dfrac{A+C}{2} = (1,1,2)$;
- $M = \dfrac{B+D}{2}$;



Exercício 2

Sejam $A = (1,0,1)$, $B = (0,5,2)$ e $C = (1,2,3)$ vértices consecutivos de um paralelogramo $ABCD$. Determine o vértice D.

- $M = \dfrac{A+C}{2} = (1,1,2)$;
- $M = \dfrac{B+D}{2}$;
- $\left(\dfrac{x}{2}, \dfrac{5+y}{2}, \dfrac{2+z}{2}\right) = (1,1,2)$;

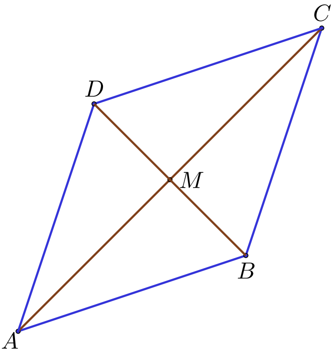


Exercícios

Exercício 2

Sejam $A = (1,0,1)$, $B = (0,5,2)$ e $C = (1,2,3)$ vértices consecutivos de um paralelogramo $ABCD$. Determine o vértice D.

- $M = \dfrac{A+C}{2} = (1,1,2)$;
- $M = \dfrac{B+D}{2}$;
- $\left(\dfrac{x}{2}, \dfrac{5+y}{2}, \dfrac{2+z}{2}\right) = (1,1,2)$;
- $D = (2,-3,2)$.



Exercício 3

Verifique se os vetores $\vec{u} = (1,0,2)$, $\vec{v} = (0,1,1)$ e $\vec{w} = (2,1,0)$ são coplanares.

Exercícios

Exercício 3

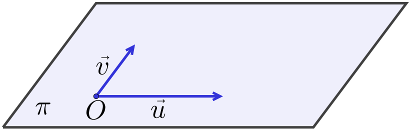
Verifique se os vetores $\vec{u} = (1,0,2)$, $\vec{v} = (0,1,1)$ e $\vec{w} = (2,1,0)$ são coplanares.

- Note que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ não são paralelos;

Exercício 3

Verifique se os vetores $\vec{u} = (1,0,2)$, $\vec{v} = (0,1,1)$ e $\vec{w} = (2,1,0)$ são coplanares.

- Note que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ não são paralelos;
- Considere o plano π, determinado por O, $\vec{u}$ $\vec{v}$;

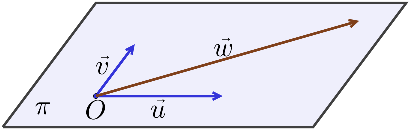


Exercícios

Exercício 3

Verifique se os vetores $\vec{u} = (1,0,2)$, $\vec{v} = (0,1,1)$ e $\vec{w} = (2,1,0)$ são coplanares.

- Note que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ não são paralelos;
- Considere o plano π, determinado por O, $\vec{u}$ $\vec{v}$;
- Qual a condição para $\vec{w} // \pi$?

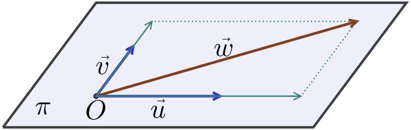


Exercícios

Exercício 3

Verifique se os vetores $\vec{u} = (1,0,2)$, $\vec{v} = (0,1,1)$ e $\vec{w} = (2,1,0)$ são coplanares.

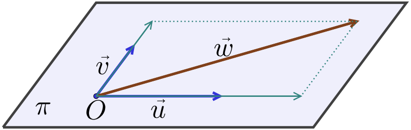
- Note que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ não são paralelos;
- Considere o plano π, determinado por O, $\vec{u}$ $\vec{v}$;
- Qual a condição para $\vec{w}//\pi$? $\quad \vec{w} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$



Exercício 3

Verifique se os vetores $\vec{u} = (1,0,2)$, $\vec{v} = (0,1,1)$ e $\vec{w} = (2,1,0)$ são coplanares.

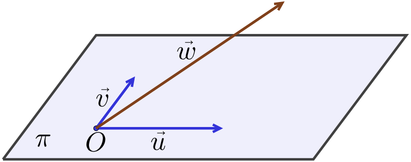
- Note que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ não são paralelos;
- Considere o plano π, determinado por O, $\vec{u}$ $\vec{v}$;
- Qual a condição para $\vec{w}//\pi$? $\quad \vec{w} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v} = (\alpha, \beta, 2\alpha + \beta)$;



Exercício 3

Verifique se os vetores $\vec{u} = (1,0,2)$, $\vec{v} = (0,1,1)$ e $\vec{w} = (2,1,0)$ são coplanares.

- Note que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ não são paralelos;
- Considere o plano π, determinado por O, $\vec{u}$ $\vec{v}$;
- Qual a condição para $\vec{w}//\pi$? $\quad \vec{w} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v} = (\alpha, \beta, 2\alpha + \beta)$;
- Não ocorre para o vetor $\vec{w} = (2,1,0)$;

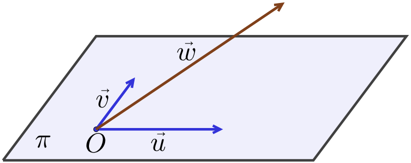


Exercícios

Exercício 3

Verifique se os vetores $\vec{u} = (1,0,2)$, $\vec{v} = (0,1,1)$ e $\vec{w} = (2,1,0)$ são coplanares.

- Note que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ não são paralelos;
- Considere o plano π, determinado por O, $\vec{u}$ $\vec{v}$;
- Qual a condição para $\vec{w} // \pi$? $\quad \vec{w} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v} = (\alpha, \beta, 2\alpha + \beta)$;
- Não ocorre para o vetor $\vec{w} = (2,1,0)$;
- Não são coplanares.



Exercício 3

Verifique se os vetores $\vec{u} = (1,0,2)$, $\vec{v} = (0,1,1)$ e $\vec{w} = (2,1,0)$ são coplanares.

- Note que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ não são paralelos;
- Considere o plano π, determinado por O, $\vec{u}\ \vec{v}$;
- Qual a condição para $\vec{w}//\pi$? $\quad \vec{w} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v} = (\alpha, \beta, 2\alpha + \beta)$;
- Não ocorre para o vetor $\vec{w} = (2,1,0)$;
- Não são coplanares. São linearmente independentes.