Métodos Numéricos

Zeros – Método da Bissecção

Professor Volmir Eugênio Wilhelm
Professora Mariana Kleina
Professor Agnelo Denis Vieira

Método da Bissecção

Iniciando com um intervalo [a,b] em que existe pelo menos um zero da função

O processo consiste em *dividir/particionar o intervalo que contém o zero em dois novos intervalos com base no ponto médio do intervalo (a+b)/2*

$$[a, b] \to \left[a, \frac{a+b}{2}\right], \left[\frac{a+b}{2}, b\right]$$

Aplicando o Teorema de Bolzano em cada *subintervalo resultante*, determinar qual deles *contém o zero*

O processo é repetido para o novo subintervalo *até que se obtenha uma precisão prefixada*.

Este método é normalmente utilizado para diminuir o intervalo que contém o zero da função, para a aplicação de outro método, pois o esforço computacional cresce demasiadamente quando se aumenta a precisão exigida.

Método da Bissecção

Critério de Convergência

Cada vez que dividirmos o intervalo reduzimos o intervalo de busca por um fator de 2 (dois).

Considerando [a, b] o intervalo inicial, pode ser demonstrado que

$$b_k - a_k = \frac{b-a}{2^k}, k = 0,1,\ldots,n,\ldots$$

Se o objetivo é obter um intervalo [ak, bk] com largura menor do que ε, então é possível determinar o número mínimo de iterações

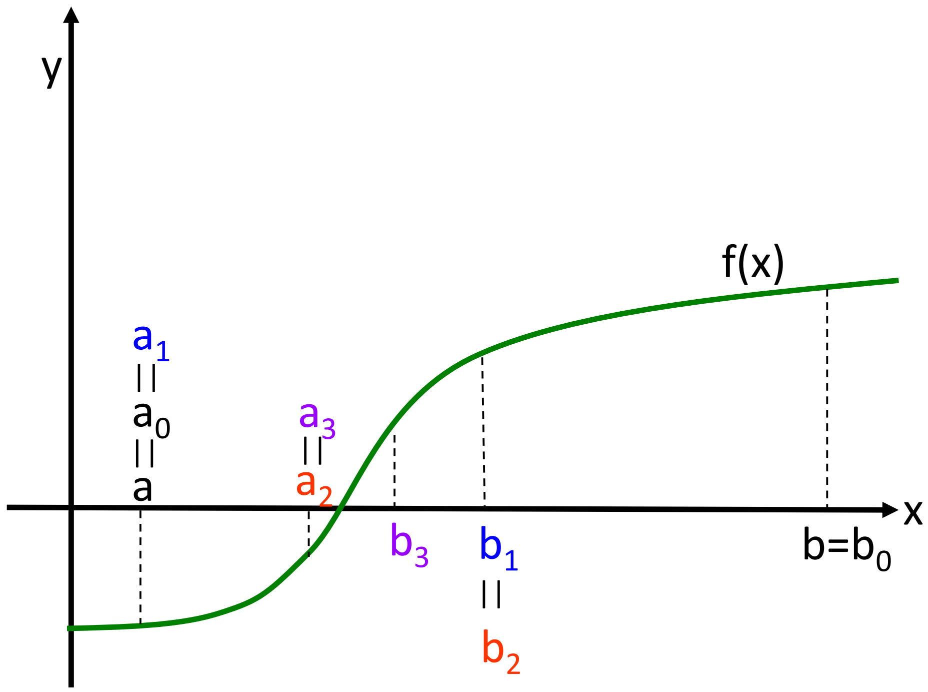
$$b_k - a_k = \frac{b-a}{2^k} \leq \varepsilon \qquad \ln\left(\frac{b-a}{2^k}\right) \leq \ln \varepsilon \qquad \ln(b-a) - \ln(2^k) \leq \ln \varepsilon$$

$$\ln(b-a) - k \ln(2) \leq \ln(\varepsilon) \qquad k \geq \frac{\ln(b-a) - \ln(\varepsilon)}{\ln(2)}$$

Método da Bissecção

Graficamente

Seja f(x) com raiz no intervalo [a b], f(a) < 0 < f(b)



Intervalo inicial: $[a \quad b] = [a_0 \quad b_0]$

Novo intervalo: $[a_1 \quad b_1]$

Novo intervalo: $[a_2 \quad b_2]$

Novo intervalo: $[a_3 \quad b_3]$

...

Novo intervalo: $[\, a_{k-1} \quad b_{k-1}]$

Novo intervalo: $[\, a_k \quad b_k]$

K iterações

raiz aproximada = $(a_k + b_k)/2$

solução aproximada = raiz aproximada

Método da Bissecção

Aspectos positivos e negativos do método

- Desde que o intervalo inicial contenha pelo menos uma raiz, o método sempre irá convergir para uma determinada raiz;
- A cada iteração a largura do intervalo é reduzida à metade;

- Se o intervalo inicial contém inúmeras raízes, a aplicação do método sempre converge para a mesma raiz;
- A convergência do método é lenta;
- Se um dos limites do intervalo inicial estiver muito próximo da raiz a convergência é mais lenta do que se ela estiver no centro do intervalo
- Uma função como x^2 em que não há variação de sinal da função não permite a aplicação do método