Métodos Numéricos

Zeros – Posição Falsa

Professor Volmir Eugênio Wilhelm
Professora Mariana Kleina
Professor Agnelo Denis Vieira

Método da Posição Falsa (Regula falsi)

O processo consiste em ***dividir/particionar o intervalo que contém o zero por meio de uma média aritmética ponderada pelo valor absoluto da função f(x)*** e por ***aplicação*** do Teorema de Bolzano, aplicado aos ***subintervalos resultantes***, determinar qual deles ***contém o zero*** da mesma forma que a utilizada no método da bisseção.

$$x = \frac{a\,f(b) - b\,f(a)}{f(b) - f(a)}$$

$$x = \frac{a + b}{2}$$

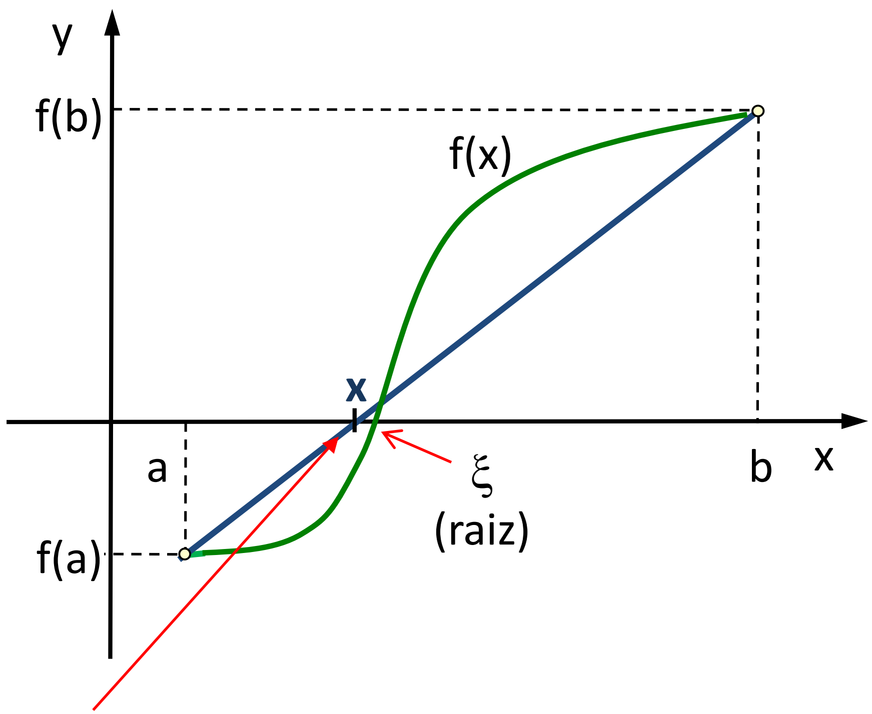
bisseção

$$x = \frac{a\,|f(b)| + b\,|f(a)|}{|f(b)| + |f(a)|}$$

posição falsa

Método da Posição Falsa

Seja f(x) com raiz no intervalo [a b], tal que f(a).f(b)<0



x : intersecção entre o eixo OX e a reta que passa pelos pontos
pto1: (a , f(a))
pto2: (b, f(b))

Por semelhança de triângulos

tan α = cat opt / cat adj

$$\frac{|f(a)|}{x-a} = \frac{|f(b)|}{b-x}$$

$$(x-a)|f(b)| = (b-x)|f(a)|$$

$$x = \frac{b|f(a)| + a|f(b)|}{|f(a)| + |f(b)|}$$

$$x = \frac{a\,f(b) - b\,f(a)}{f(b) - f(a)}$$

Método da Posição Falsa

Critério de convergência

Teorema: Se f(x) é contínua no intervalo [a, b] com f(a).f(b) < 0 então o método da posição falsa gera uma sequencia $\{x_k\}$ convergente para a raiz de f(x)

Convergência

A ordem de convergência de um método mede a velocidade com que as iterações produzidas por esse método aproximam-se da solução.

Seria de esperar que, quanto maior for a ordem de convergência melhor fosse o método numérico pois mais rapidamente obteríamos a solução.

Mas, a cada iteração são realizadas inúmeras operações e são armazenados dados para serem utilizados nas iterações seguintes, então o número de iterações não representa diretamente o tempo total e/ou o número total de operações realizadas.

O melhor método é o que, no total do processo, executa o menor número de operações e requer a menor quantidade de memória para alcançar a solução. E além disto, que partindo de uma estimativa inicial, converge para a solução.

Convergência

Uma forma de determinar a eficiência do método é avaliando o tempo transcorrido para sua execução.
Neste caso devem ser implementadas apenas as operações essenciais para a execução do método, excluindo: a apresentação de mensagens de interface com o usuário; o registro de resultados das iterações em planilha e/ou arquivo; a representação gráfica do resultado da execução do método.

No Matlab

```
tic     % inicializa a contagem de tempo
....    % conjunto de comandos correspondentes à execução do método
TempoTranscorrido = toc     % determina o tempo transcorrido desde a execução
                            %do comando tic
```

No VBA

```
Dim TempoInicial As Double
Dim TempoTranscorrido As String
TempoInicial = Timer          ' inicializa a contagem de tempo
...                        ' conjunto de comandos correspondentes à execução do método
' determina o tempo transcorrido desde a execução do comando TempoInicial = Timer
TempoTranscorrido = Format((Timer - TempoInicial) / 86400, "hh:mm:ss")
MsgBox "O código foi executado em " & TempoTranscorrido & " horas", vbInformation
```

Método da Posição Falsa

Para o caso geral, a ordem de convergência do método da posição falsa é superior ao do método da bisseção.

Porém se a função é côncava ou convexa próximo à raiz a convergência é mais lenta do que no método da bisseção. Neste caso o ponto do intervalo mais distante da solução fica fixo, variando somente na sua vizinhança, convergindo muito lentamente

Para o método da bisseção a convergência é na ordem de 1,0 enquanto que no método da posição falsa (e da secante) é próximo a 1,618.

Há variações do método da posição falsa que podem produzir convergência ainda mais rápida, tal como

$$x = \frac{a\ f(b) - \frac{1}{2} b\ f(a)}{f(b) - \frac{1}{2} f(a)}$$

Método da Posição Falsa

Adeque o código disponibilizado em VBA correspondente à implementação do método da bisseção

para o método da posição falsa com
$$x = \frac{a\ f(b) - b\ f(a)}{f(b) - f(a)}$$

e para a posição falsa modificado com
$$x = \frac{a\ f(b) - \frac{1}{2} b\ f(a)}{f(b) - \frac{1}{2} f(a)}$$

Determine zero para as funções abaixo

$f(x) = e^{-x^2} - \cos(x)$ [1,2] $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 3x$ [-1,1]

$f(x) = x^3 - 9x + 3$ [-4,5]