

# 1ª Prova de Funções de uma variável complexa - CM068

6/4/2016

1. Seja  $z_o = (1 + i\sqrt{3})^8$ .

(a) Encontre  $|z_o|$ ;

(b) Encontre um argumento de  $z_o$  no intervalo  $[0, 2\pi)$ ;

(c) Encontre as duas raízes quadradas de  $z_o$ ;

2. (a) Encontre uma função inteira  $f$  cuja parte real seja

$$u(x, y) = x^3 - 3xy^2 - x^2 + y^2 + y + 1;$$

(b) Calcule  $f'(0)$  e  $f'(i)$ .

3. Considere a função

$$f(z) = e^{-i\bar{z}}, \quad z \in \mathbb{C}.$$

(a) Encontre  $u(x, y) = \operatorname{Re} f(x + iy)$  e  $v(x, y) = \operatorname{Im} f(x + iy)$ .

(b) Mostre que  $f$  não é derivável em nenhum ponto de  $\mathbb{C}$ .

4. Sejam  $f, g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  funções inteiras:

(a) Se  $f$  assume apenas valores reais, mostre que  $f$  é constante;

(b) Se  $|g(z)| = 1$ , para todo  $z$ , mostre que  $g$  é constante.