Exercícios de Equações Diferenciais de 1ª ordem

Enviar a resolução escaneada de todas as questões até às 24h de quinta-feira, 10 de maio, para o endereço: analise.na.reta.ufpr@gmail.com.

1. Para cada uma das equações lineares abaixo, encontre o fator integrante, a solução geral e a solução do problema de valor inicial:

   (a) $y' - y = 2te^{2t},\ y(0) = 1;$
   (b) $y' + 2y = te^{-2t},\ y(1) = 0;$
   (c) $ty' + 2y = t^2 - t + 1,\ y(1) = 1/2;$
   (d) $y' + (2/t)y = \cos(t)/t^2,\ y(\pi) = 0;$
   (e) $y' - 2y = e^{2t},\ y(0) = 2;$
   (f) $t^3y' - 4t^2y = 1,\ y(-1) = 0.$

2. Usando o método de separação de variáveis, encontre a solução geral das equações abaixo:

   (a) $y' = x^2/y;$
   (b) $y' = x^2/y(1 + x^3);$
   (c) $y' + y^2\mathrm{sen}x = 0;$
   (d) $y' = (3x^2 - 1)(3 + 2y);$
   (e) $xy' = (1 - y^2)^{1/2};$
   (f) $y' = \dfrac{x - e^{-x}}{y + e^y}.$

3. Verifique se as equações abaixo são exatas e encontre a solução daquelas que forem exatas:

   (a) $(2x + 3) + (2y - 2)y' = 0;$
   (b) $(2x + 4y) + (2x - 2y)y' = 0;$
   (c) $(3x^2 - 2xy + 2) + (6y^2 - x^2 + 3)y' = 0;$
   (d) $y' = -\dfrac{ax + by}{bx + cy};$
   (e) $y' = -\dfrac{ax - by}{bx - cy};$
   (f) $(y/x + 6x) + (\ln x - 2)y' = 0, x > 0.$

4. Verifique que as equações abaixo não são exatas e encontre um fator integrante para elas. Além disso, encontre a solução.

   (a) $(3x^2y + 2xy + y^3) + (x^2 + y^2)y' = 0;$
   (b) $y' = e^{2x} + y - 1;$
   (c) $1 + (x/y - \mathrm{sen}y)y' = 0;$
   (d) $y + (2xy - e^{-2y})y' = 0.$

Estes exercícios estão no capítulo 2 do livro "Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno" de W. Boyce, R. Diprima e D. Meade, 11ª edição, Editora LTC, disponível no portal Minha Biblioteca da UFPR em https://minhabiblioteca.ufpr.br/

Soluções

1. apenas a solução do PVI: (a) $y = 3e^t + 2(t-1)e^{2t}$, (b) $y = (t^2-1)e^{-2t}/2$, (c) $y = (3t^4 - 4t^3 + 6t^2 + 1)/(12t^2)$, (d) $y = \sin(t)/t^2$, (e) $y = (t+2)e^{2t}$, (f) $y = (t^4 - t^{-2})/6$.

2. (a) $3y^2 - 2x^3 = c$, (b) $3y^2 - 2\ln|1+x^3| = c$, (c) $1/y + \cos(x) = c$, (d) $3y + y^2 - x^3 + x = c$, (e) $y = \text{sen}(\ln(x) + c)$, (f) $y^2 - x^2 + 2(e^y - e^{-x}) = c$.

3. (a) $x^2 + 3x + y^2 - 2y = c$, (b) não exata, (c) $x^3 - x^2y + 2x + 2y^3 + 3y = c$, (d) $ax^2 + bxy + cy^2/2 = k$, (e) não exata, (f) $y\ln x + 3x^2 - 2y = c$.

4. (a) $\mu(x) = e^{3x}$ e $(3x^2 + y^3)e^{3x} = c$, (b) $\mu(x) = e^{-x}$ e $y = ce^x + e^{2x} + 1$, (c) $\mu(y) = y$ e $xy + y\cos x - \text{sen} y = c$, (d) $\mu(y) = e^{2y}/y$ e $xe^{2y} - \ln|y| = c$.