

Gramática Categorical Independente

Luiz Arthur Pagani (DELIN/UFPR)

`http://people.ufpr.br/~arthur`

`arthur@ufpr.br`

Sumário

1	Introdução	5
2	Regra de Inserção Lexical (Lx)	7
2.1	Exemplos do uso de Lx	8
3	Regra de Aplicação Funcional ($R1$)	10
3.1	Aplicação funcional	11
3.2	Exemplo do uso de $R1$	13
4	Regra de Associatividade ($R3$)	16
4.1	Redução-beta	17
4.2	Exemplo do uso de $R3$ e da redução-beta	18

5	Regra de Composição ($R2$)	24
5.1	Exemplo de uso de $R2$	25
6	Regra de promoção ($R4$)	31
6.1	Exemplos de uso de $R4$	32
6.1.1	<i>Pedro corre</i>	32
6.1.2	<i>Pedro ama Maria</i>	35
7	Deduzindo informações lexicais	41
8	Conclusão	47
A	Variantes notacionais	48
A.1	Ajdukiewicz	48
A.2	Bar-Hillel	48

A.3 Lambek 49

A.4 Geach 49

A.5 Steedman 49

A.6 Jacobson 50

A.7 Estrutura de Características 50

1 Introdução

- Objetivo: apresentar um dos modelos mais simples de Gramática Categorical (GC)
- **Cálculo de predicados de primeira ordem e cálculo- λ** também serão apresentados
- Pressuposição de conhecimentos sobre sintaxe e semântica
- Reconstrução **composicional** da derivação de uma expressão lingüística
 - **Princípio de Frege**: o significado de uma expressão complexa é composto a partir dos significados das expressões mais simples que a constituem e da maneira como elas são combinadas

- Constituição $\times$ função-argumento
- Categoria: $\langle \text{classe sintática} \rangle : \langle \text{interpretação semântica} \rangle$
- **Gramática Categorical Independente (GCI):**
(Free Categorical Grammar)
 - Regra lexical
 - Quatro regras combinatórias:
 - * Aplicação,
 - * Associatividade,
 - * Composição e
 - * Promoção
- Variantes notacionais (no final)

2 Regra de Inserção Lexical (Lx)

- $e \Rightarrow X : \tau$ $[\langle e, X, \tau \rangle \in \text{Léxico}]$
 - e : expressão lexical
 - X : sua classe sintática
 - τ : sua interpretação semântica

$$\boxed{\frac{e}{X : \tau} \quad Lx}$$

- Diagrama ao estilo de Prawitz
- Análise gramatical como dedução (*parsing as deduction*)

2.1 Exemplos do uso de Lx

- $\left\{ \begin{array}{l} \langle \text{Pedro}, N, p \rangle, \langle \text{Maria}, N, m \rangle, \\ \langle \text{corre}, N \setminus S, C \rangle, \langle \text{ama}, (N \setminus S)/N, A \rangle \end{array} \right\} \subseteq \text{Léxico}$
 - $\langle \text{Pedro}, N, p \rangle \in \text{Léxico}$
 - $\langle \text{Maria}, N, m \rangle \in \text{Léxico}$
 - $\langle \text{corre}, N \setminus S, C \rangle \in \text{Léxico}$
 - $\{ \langle \text{ama}, (N \setminus S)/N, A \rangle \in \text{Léxico}$

$$\frac{\text{Pedro}}{N : p} \quad Lx$$

$$\frac{\text{Maria}}{N : m} \quad Lx$$

$$\frac{\text{corre}}{N \setminus S : C} \quad Lx$$

$$\frac{\text{ama}}{(N \setminus S) / N : A} \quad Lx$$

3 Regra de Aplicação Funcional (*R1*)

- Semântica: aplicação de função a argumento
- Sintaxe: cancelamento de fração — $\frac{2}{\cancel{3}} \times \cancel{3} = 2$
- Definição:

$$- X/Y : \phi \quad \oplus \quad Y : \alpha \quad \Rightarrow \quad X : (\phi \alpha)$$

$$- Y : \alpha \quad \oplus \quad Y \backslash X : \phi \quad \Rightarrow \quad X : (\phi \alpha)$$

$$\boxed{\frac{X/Y : \phi \quad Y : \alpha}{X : (\phi \alpha)} \quad R1}$$

$$\boxed{\frac{Y : \alpha \quad Y \backslash X : \phi}{X : (\phi \alpha)} \quad R1}$$

3.1 Aplicação funcional

- *Pedro corre*: verdadeira quando o indivíduo cujo nome é *Pedro* pertencer ao conjunto dos indivíduos que estiverem correndo — $p \in C$
- *Corre* denota uma função que, quando toma a denotação de *Pedro* como argumento, resulta no valor verdadeiro se Pedro estiver correndo, e no valor falso se ele não estiver correndo

$$C = \left[\begin{array}{ccc} p & \rightarrow & F \\ m & \rightarrow & F \\ j & \rightarrow & V \end{array} \right] \models (C \ p) = F$$

- *Pedro ama Maria*

- *Ama* toma a denotação do objeto direto e resulta numa outra função que, por sua vez, toma a denotação do sujeito e resulta num valor de verdade

$$A = \left[\begin{array}{cc} p & \rightarrow \left[\begin{array}{cc} p & \rightarrow V \\ m & \rightarrow V \\ j & \rightarrow F \end{array} \right] \\ m & \rightarrow \left[\begin{array}{cc} p & \rightarrow V \\ m & \rightarrow F \\ j & \rightarrow V \end{array} \right] \\ j & \rightarrow \left[\begin{array}{cc} p & \rightarrow F \\ m & \rightarrow F \\ j & \rightarrow F \end{array} \right] \end{array} \right] \models (A \ m) = \left[\begin{array}{cc} p & \rightarrow V \\ m & \rightarrow F \\ j & \rightarrow V \end{array} \right]$$

$$\models ((A \ m) \ p) = V$$

3.2 Exemplo do uso de $R1$

Pedro		ama		Maria
$\frac{\quad}{N : p}$	Lx	$\frac{\quad}{(N \setminus S)/N : A}$	Lx	$\frac{\quad}{N : m}$

• R_1

$$\begin{array}{ccccccc}
 \underbrace{(N \setminus S)} & / & N & : & A & & N & : & m \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 X & / & Y & : & \phi & \oplus & Y & : & \alpha \Rightarrow X & : & (\phi & \alpha &) \\
 & & & & & & & & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\
 & & & & & & & & \underbrace{N \setminus S} & : & (A & m &)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc}
 \text{Pedro} & & \text{ama} & & \text{Maria} \\
 \hline
 N : p & Lx & \frac{}{(N \setminus S) / N : A} & Lx & \frac{}{N : m} & Lx \\
 & & \hline
 & & N \setminus S : (A \ m) & R1
 \end{array}
 \end{array}$$

• R_1

$$\begin{array}{ccccccc}
 N & : & p & & N & \setminus & S & : & \underbrace{(A \ m)} \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 Y & : & \alpha & \oplus & Y & \setminus & X & : & \phi & \Rightarrow & X & : & (& \phi & \alpha &) \\
 & & & & & & & & & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 & & & & & & & & & & & & S & : & (& \underbrace{(A \ m)} & p &)
 \end{array}$$

Pedro		ama		Maria	
$\frac{\quad}{N : p}$	Lx	$\frac{\quad}{(N \setminus S) / N : A}$	Lx	$\frac{\quad}{N : m}$	Lx
					$R1$
		$N \setminus S : (A \ m)$			
					$R1$
		$S : ((A \ m) \ p)$			

4 Regra de Associatividade ($R3$)

- Mudança na ordem de combinação de uma expressão biargumental, sem afetar a interpretação final
- Permutação (*swapping*)
- Definição:

$$- (X \setminus Y) / Z : \phi \quad \Rightarrow \quad X \setminus (Y / Z) : \lambda x_n. \lambda x_m. ((\phi x_m) x_n)$$

$$- X \setminus (Y / Z) : \phi \quad \Rightarrow \quad (X \setminus Y) / Z : \lambda x_n. \lambda x_m. ((\phi x_m) x_n)$$

[para variáveis x_n e x_m novas na derivação]

$$\frac{(X \setminus Y) / Z : \phi}{X \setminus (Y / Z) : \lambda x_n. \lambda x_m. ((\phi x_m) x_n)} \quad R3$$

$$\frac{X \setminus (Y / Z) : \phi}{(X \setminus Y) / Z : \lambda x_n. \lambda x_m. ((\phi x_m) x_n)} \quad R3$$

4.1 Redução-beta

- Cálculo- λ :

Convenção- α : $\lambda x_n.\tau \equiv \lambda x_m.\tau^{[x_n \mapsto x_m]}$

Convenção- β : $(\lambda x_n.\tau \ \alpha) \equiv \tau^{[x_n \mapsto \alpha]}$

Convenção- η : $\lambda x_n.(\phi \ x_n) \equiv \phi$

- Definição:

$$- (\lambda x_n.\tau \ \alpha) \quad \Rightarrow \quad \tau^{[x_n \mapsto \alpha]}$$

* $\tau^{[x_n \mapsto \alpha]}$: resultado da substituição no termo τ de todas as ocorrências livres da variável x_n por α

$$\boxed{\begin{array}{c} \hline X : \qquad \qquad \qquad \vdots \\ \qquad \dots (\lambda x_n.\tau \ \alpha) \dots \\ \qquad \qquad \qquad =_{red.\beta} \dots \tau^{[x_n \mapsto \alpha]} \dots \end{array}}$$

4.2 Exemplo do uso de $R3$ e da redução-beta

Pedro		ama		Maria
$\frac{\quad}{N : p}$	Lx	$\frac{\quad}{(N \setminus S)/N : A}$	Lx	$\frac{\quad}{N : m}$
				Lx

- R_3

$$\begin{array}{ccccccc}
 (& N & \setminus & S &) / & N & : & A \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\
 (& X & \setminus & Y &) / & Z & : & \phi
 \end{array}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 X & \setminus (& Y & / & Z &) : & \lambda & x_n & . \lambda & x_m & . ((& \phi & x_m &) & x_n &) \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\
 N & \setminus (& S & / & N &) : & \lambda & x_0 & . \lambda & x_1 & . ((& A & x_1 &) & x_0 &)
 \end{array}$$

$\frac{\text{Pedro}}{N : p}$	Lx	$\frac{\text{ama}}{(N \setminus S)/N : A}$	Lx	$\frac{\text{Maria}}{N : m}$	Lx
		$\frac{}{N \setminus (S/N) : \lambda x_0. \lambda x_1. ((A \ x_1) \ x_0)}$	$R3$		

- R_1

$$\begin{array}{ccccc}
 N & : & p & & N \setminus \underbrace{(S/N)} & : & \underbrace{\lambda x_0. \lambda x_1. ((A \ x_1) \ x_0)} \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 Y & : & \alpha & \oplus & Y \setminus X & : & \phi \\
 & & & & \Downarrow & & \\
 & & X & : & (& \phi & \alpha &) \\
 & & \downarrow & & & \downarrow & & \downarrow \\
 & & \underbrace{S/N} & : & (& \underbrace{\lambda x_0. \lambda x_1. ((A \ x_1) \ x_0)} & p &)
 \end{array}$$

$\frac{\text{Pedro}}{N : p}$	Lx	$\frac{\text{ama}}{(N \setminus S) / N : A}$	Lx	$\frac{\text{Maria}}{N : m}$	Lx
		$\frac{N \setminus (S / N) : \lambda x_0. \lambda x_1. ((A \ x_1) \ x_0)}$	$R3$		
		$\frac{S / N : (\lambda x_0. \lambda x_1. ((A \ x_1) \ x_0) \ p)}$	$R1$		

- Redução- β

$$\begin{array}{ccc}
 (\lambda \ x_0 \ . \ \underbrace{\lambda x_1. ((A \ x_1) \ x_0)}_{\tau} \ p \) & & \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 (\lambda \ x_n \ . \ \tau \ \alpha \) & \Rightarrow & \tau^{[x_n \mapsto \alpha]} \\
 & & \downarrow \\
 & & \underbrace{\lambda x_1. ((A \ x_1) \ p)}_{\lambda x_1. ((A \ x_1) \ p)}
 \end{array}$$

$\frac{\text{Pedro}}{N : p}$	Lx	$\frac{\text{ama}}{(N \setminus S)/N : A}$	Lx	$\frac{\text{Maria}}{N : m}$	Lx
		$\frac{N \setminus (S/N) : \lambda x_0. \lambda x_1. ((A x_1) x_0)}{S/N : (\lambda x_0. \lambda x_1. ((A x_1) x_0) p)}$	$R3$		
		$\frac{=_{red.\beta} \lambda x_1. ((A x_1) p)}{=_{red.\beta} \lambda x_1. ((A x_1) p)}$	$R1$		

- R_1

$$\begin{array}{ccc}
 S & / & N : \underbrace{\lambda x_1. ((A x_1) p)} \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 X & / & Y : \phi
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{ccc}
 N & : & m \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 \oplus & Y & : \alpha
 \end{array}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{array}{ccc}
 X & : & (\quad \phi \quad \alpha \quad) \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 S & : & (\underbrace{\lambda x_1. ((A x_1) p)} \quad m \quad)
 \end{array}$$

$\frac{\text{Pedro}}{N : p}$	Lx	$\frac{\text{ama}}{(N \setminus S) / N : A}$	Lx	$\frac{\text{Maria}}{N : m}$	Lx
		$\frac{N \setminus (S / N) : \lambda x_0. \lambda x_1. ((A \ x_1) \ x_0)}$	$R3$		
		$\frac{S / N : (\lambda x_0. \lambda x_1. ((A \ x_1) \ x_0) \ p)}{=_{red.\beta} \lambda x_1. ((A \ x_1) \ p)}$	$R1$		
		$\frac{S : (\lambda x_1. ((A \ x_1) \ p) \ m)}$	$R1$		

- Redução- β

$$\begin{array}{ccc}
 (\lambda \ x_1 \ . \ \underbrace{((A \ x_1) \ p)} & m &) \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 (\lambda \ x_n \ . \ \tau & \alpha &) \Rightarrow \tau^{[x_n \mapsto \alpha]} \\
 & & \downarrow \\
 & & \underbrace{((A \ m) \ p)}
 \end{array}$$

Pedro		ama		Maria
$\frac{}{N : p}$	Lx	$\frac{}{(N \setminus S)/N : A}$	Lx	$\frac{}{N : m}$
		$\frac{}{N \setminus (S/N) : \lambda x_0. \lambda x_1. ((A x_1) x_0)}$	$R3$	
		$\frac{}{S/N : (\lambda x_0. \lambda x_1. ((A x_1) x_0) p)}$	$R1$	
		$\frac{}{=_{red.\beta} \lambda x_1. ((A x_1) p)}$		
		$\frac{}{S : (\lambda x_1. ((A x_1) p) m)}$		$R1$
		$\frac{}{=_{red.\beta} ((A m) p)}$		

5 Regra de Composição ($R2$)

- Semântica: composição de funções
- Sintaxe: ainda cancelamento de fração: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$
- Definição:

$$- X/Y : \phi \quad \oplus \quad Y/Z : \psi \quad \Rightarrow \quad X/Z : \lambda x_n.(\phi (\psi x_n))$$

$$- Z \backslash Y : \psi \quad \oplus \quad Y \backslash X : \phi \quad \Rightarrow \quad Z \backslash X : \lambda x_n.(\phi (\psi x_n))$$

[para uma variável x_n nova na derivação]

$$\frac{X/Y : \phi \quad Y/Z : \psi}{X/Z : \lambda x_n.(\phi (\psi x_n))} \quad R2$$

$$\frac{Z \backslash Y : \psi \quad Y \backslash X : \phi}{Z \backslash X : \lambda x_n.(\phi (\psi x_n))} \quad R2$$

5.1 Exemplo de uso de $R2$

- $\langle \text{não}, (N \setminus S) / (N \setminus S), \lambda x_n. \lambda x_m. (\neg (x_n \ x_m)) \rangle \in \text{Léxico}$

Pedro		não		ama		Maria
$\frac{}{N : p}$	Lx	$\frac{}{(N \setminus S) / (N \setminus S) : \lambda x_0. \lambda x_1. (\neg (x_0 \ x_1))}$	Lx	$\frac{}{(N \setminus S) / N : A}$	Lx	$\frac{}{N : m}$

- R_2

$$\begin{array}{ccccccc}
 \underbrace{(N \setminus S)} & / & \underbrace{(N \setminus S)} & : & \underbrace{\lambda x_0. \lambda x_1. (\neg (x_0 \ x_1))} & & \underbrace{(N \setminus S)} / N : A \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 X & / & Y & : & \phi & \oplus & Y / Z : \psi \\
 & & & & \Downarrow & & \\
 & & & & & & \\
 X & / & Z & : & \lambda x_n. (& \phi & (\psi \ x_n)) \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \quad \downarrow \\
 \underbrace{(N \setminus S)} & / & N & : & \lambda x_2. (& \underbrace{\lambda x_0. \lambda x_1. (\neg (x_0 \ x_1))} & (A \ x_2))
 \end{array}$$

- Redução- β

$$\begin{array}{c}
 \lambda x_2. \quad (\lambda \quad x_0 \quad . \quad \underbrace{\lambda x_1. (\neg (x_0 \ x_1))}_{\downarrow} \quad \underbrace{(A \ x_2)}_{\downarrow} \quad) \\
 \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\
 (\lambda \quad x_n \quad . \quad \tau \qquad \qquad \qquad \alpha \quad) \quad \Rightarrow \quad \tau^{[x_n \mapsto \alpha]} \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \downarrow \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \underbrace{\lambda x_1. (\neg ((A \ x_2) \ x_1))}_{\downarrow}
 \end{array}$$

Pedro		não		ama		Maria
$\frac{}{N : p} \quad Lx$		$\frac{}{(N \setminus S) / (N \setminus S) : \lambda x_0. \lambda x_1. (\neg (x_0 \ x_1))} \quad Lx$		$\frac{}{(N \setminus S) / N : A} \quad Lx$		$\frac{}{N : m} \quad Lx$
						$R2$
						$ \begin{aligned} &(N \setminus S) / N : \lambda x_2. (\lambda x_0. \lambda x_1. (\neg (x_0 \ x_1)) (A \ x_2)) \\ &=_{red.\beta} \lambda x_2. \lambda x_1. (\neg ((A \ x_2) \ x_1)) \end{aligned} $

- R_1

$$\begin{array}{ccccc}
 \underbrace{(N \setminus S)} & / & N & : & \underbrace{\lambda x_2. \lambda x_1. (\neg ((A \ x_2) \ x_1))} & N & : & m \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\
 X & / & Y & : & \phi & \oplus & Y & : & \alpha \\
 & & & & \Downarrow & & & & \\
 & & X & : & (& \phi & & \alpha &) \\
 & & \downarrow & & & \downarrow & & \downarrow & \\
 \underbrace{N \setminus S} & : & (& \underbrace{\lambda x_2. \lambda x_1. (\neg ((A \ x_2) \ x_1))} & m &) & & &
 \end{array}$$

- Redução- β

$$\begin{array}{ccc}
 (\lambda x_2 . \underbrace{\lambda x_1 . (\neg ((A x_2) x_1))}_{\tau} m) & & \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 (\lambda x_n . \tau \alpha) & \Rightarrow & \tau[x_n \mapsto \alpha] \\
 & & \downarrow \\
 & & \underbrace{\lambda x_1 . (\neg ((A m) x_1))}_{\tau}
 \end{array}$$

Pedro	não	ama	Maria
$\frac{}{N : p} Lx$	$\frac{}{(N \setminus S)/(N \setminus S) : \lambda x_0 . \lambda x_1 . (\neg (x_0 x_1))} Lx$	$\frac{}{(N \setminus S)/N : A} Lx$	$\frac{}{N : m} Lx$
$\frac{}{(N \setminus S)/N : \lambda x_2 . (\lambda x_0 . \lambda x_1 . (\neg (x_0 x_1)) (A x_2))} R2$			
$\frac{}{=_{red.\beta} \lambda x_2 . \lambda x_1 . (\neg ((A x_2) x_1))}$			
$\frac{}{N \setminus S : (\lambda x_2 . \lambda x_1 . (\neg ((A x_2) x_1)) m)} R1$			
$\frac{}{=_{red.\beta} \lambda x_1 . (\neg ((A m) x_1))}$			

- R_1

$$\begin{array}{ccccc}
 N & : & p & N \setminus S & : \underbrace{\lambda x_1.(\neg ((A \ m) \ x_1))} \\
 \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 Y & : & \alpha \oplus Y \setminus X & : & \phi \\
 & & \Downarrow & & \\
 X & : & (& \phi & \alpha) \\
 \downarrow & & & \downarrow & \downarrow \\
 S & : & (\underbrace{\lambda x_1.(\neg ((A \ m) \ x_1))} & p &)
 \end{array}$$

- Redução- β

$$\begin{array}{ccc}
 (\lambda x_1 . \underbrace{(\neg ((A m) x_1))}_{\tau} p) & & \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 (\lambda x_n . \tau \alpha) & \Rightarrow & \tau[x_n \mapsto \alpha] \\
 & & \downarrow \\
 & & \underbrace{(\neg ((A m) p))}
 \end{array}$$

Pedro	não	ama	Maria
$\frac{}{N : p} Lx$	$\frac{}{(N \setminus S)/(N \setminus S) : \lambda x_0. \lambda x_1. (\neg (x_0 x_1))} Lx$	$\frac{}{(N \setminus S)/N : A} Lx$	$\frac{}{N : m} Lx$
	$\frac{}{(N \setminus S)/N : \lambda x_2. (\lambda x_0. \lambda x_1. (\neg (x_0 x_1)) (A x_2))} R2$		
	$\frac{}{=_{red.\beta} \lambda x_2. \lambda x_1. (\neg ((A x_2) x_1))}$		
	$\frac{}{N \setminus S : (\lambda x_2. \lambda x_1. (\neg ((A x_2) x_1)) m)} R1$		
	$\frac{}{=_{red.\beta} \lambda x_1. (\neg ((A m) x_1))}$		
	$\frac{}{S : (\lambda x_1. (\neg ((A m) x_1)) p)} R1$		
	$\frac{}{=_{red.\beta} (\neg ((A m) p))}$		

6 Regra de promoção (R_4)

- Deslocamento de tipo (*type shifting*) ou alçamento de tipo (*type raising*)
- Transformação de um argumento numa função que toma como argumento uma função da qual ela seria argumento

- Definição:

$$- X : \alpha \quad \Rightarrow \quad Y/(X \setminus Y) : \lambda x_n. (x_n \alpha)$$

$$- X : \alpha \quad \Rightarrow \quad (Y/X) \setminus Y : \lambda x_n. (x_n \alpha)$$

[para uma variável x_n nova na derivação]

$$\frac{X : \alpha}{Y/(X \setminus Y) : \lambda x_n. (x_n \alpha)} \quad R_4$$

$$\frac{X : \alpha}{(Y/X) \setminus Y : \lambda x_n. (x_n \alpha)} \quad R_4$$

6.1 Exemplos de uso de R_4

6.1.1 *Pedro corre*

Pedro		corre
$\frac{\quad}{N : p}$	Lx	$\frac{\quad}{N \setminus S : C}$
		Lx

- R_4

$$N : p$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$X : \alpha \Rightarrow Y / (X \setminus Y) : \lambda x_n . (x_n \alpha)$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$S / (N \setminus S) : \lambda x_0 . (x_0 p)$$

$$\boxed{
\begin{array}{c}
\frac{\text{Pedro}}{N : p} \quad Lx \quad \frac{\text{corre}}{N \setminus S : C} \quad Lx \\
\hline
S / (N \setminus S) : \lambda x_0. (x_0 p) \quad R4
\end{array}
}$$

• R_1

$$\begin{array}{ccccc}
S & / & \underbrace{(N \setminus S)} & : & \underbrace{\lambda x_0. (x_0 p)} & & \underbrace{N \setminus S} & : & C \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
X & / & Y & : & \phi & \oplus & Y & : & \alpha \\
& & & & \Downarrow & & & & \\
& & X & : & (& \phi & \alpha &) & \\
& & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\
& & S & : & (& \underbrace{\lambda x_0. (x_0 p)} & C &) &
\end{array}$$

- Redução- β

$$\begin{array}{ccc}
 (\lambda \ x_0 \ . \ \underbrace{(x_0 \ p)}_{\downarrow} \ C) & & \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 (\lambda \ x_n \ . \ \tau \ \alpha) & \Rightarrow & (\tau^{[x_n \mapsto \alpha]} \) \\
 & & \downarrow \\
 & & (C \ p)
 \end{array}$$

$\frac{\text{Pedro}}{N : p}$	Lx	$\frac{\text{corre}}{N \setminus S : C}$	Lx
$\frac{S / (N \setminus S) : \lambda x_0 . (x_0 \ p)}{S : (\lambda x_0 . (x_0 \ p) \ C)}$	$R4$		
$\frac{S : (\lambda x_0 . (x_0 \ p) \ C)}{=_{red.\beta} (C \ p)}$		$R1$	

6.1.2 *Pedro ama Maria*

Pedro		ama		Maria
$\frac{\quad}{N : p}$	Lx	$\frac{\quad}{(N \setminus S)/N : A}$	Lx	$\frac{\quad}{N : m}$
				Lx

- R_4

$$N : p$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$X : \alpha \Rightarrow Y / (X \setminus Y) : \lambda x_n . (x_n \alpha)$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$S / (N \setminus S) : \lambda x_0 . (x_0 p)$$

Pedro		ama		Maria
$\frac{\quad}{N : p}$	Lx	$\frac{\quad}{(N \setminus S)/N : A}$	Lx	$\frac{\quad}{N : m}$
				Lx
$\frac{\quad}{S/(N \setminus S) : \lambda x_0 . (x_0 p)}$	R_4			

- R_2

$$\begin{array}{ccccccc}
 S & / & \underbrace{(N \setminus S)} & : & \underbrace{\lambda x_0.(x_0 \ p)} & & \underbrace{(N \setminus S)} & / & N & : & A \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 X & / & Y & : & \phi & \oplus & Y & / & Z & : & \psi
 \end{array}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 X & / & Z & : & \lambda \ x_n & .(& \phi & (& \psi & x_n &)) \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 S & / & N & : & \lambda \ x_1 & .(& \underbrace{\lambda x_0.(x_0 \ p)} & (& A & x_1 &))
 \end{array}$$

Pedro		ama		Maria
$\frac{}{N : p}$	Lx	$\frac{}{(N \setminus S)/N : A}$	Lx	$\frac{}{N : m}$
$\frac{}{S/(N \setminus S) : \lambda x_0.(x_0 p)}$	$R4$			Lx
$\frac{}{S/N : \lambda x_1.(\lambda x_0.(x_0 p) (A x_1))}$				
$R2$				

- Redução- β

$$\begin{array}{c}
 \lambda x_1. \quad (\lambda \quad x_0 \quad . \quad \underbrace{(x_0 p)} \quad \underbrace{(A x_1)} \quad) \\
 \downarrow \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \downarrow \\
 (\lambda \quad x_n \quad . \quad \tau \qquad \qquad \alpha \quad) \quad \Rightarrow \quad \tau^{[x_n \mapsto \alpha]} \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \downarrow \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \lambda x_1. \quad \overbrace{((A x_1) p)}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\text{Pedro}}{N : p} \quad Lx \quad \frac{\text{ama}}{(N \setminus S)/N : A} \quad Lx \quad \frac{\text{Maria}}{N : m} \quad Lx \\
\frac{\quad}{S/(N \setminus S) : \lambda x_0.(x_0 p)} \quad R4 \\
\frac{\quad}{S/N : \lambda x_1.(\lambda x_0.(x_0 p) (A x_1))} \quad R2 \\
\quad =_{red.\beta} \lambda x_1.((A x_1) p)
\end{array}$$

• R_1

$$\begin{array}{ccc}
S & / & N : \underbrace{\lambda x_1.((A x_1) p)} \\
\downarrow & & \downarrow \\
X & / & Y : \phi \\
& & \Downarrow \\
& & \phi \quad \alpha \\
& & \downarrow \quad \downarrow \\
& & \underbrace{\lambda x_1.((A x_1) p)} \quad m
\end{array}$$

Pedro		ama		Maria
$\frac{}{N : p}$	Lx	$\frac{}{(N \setminus S)/N : A}$	Lx	$\frac{}{N : m}$
$\frac{}{S/(N \setminus S) : \lambda x_0.(x_0 p)}$	$R4$			
$\frac{}{S/N : \lambda x_1.(\lambda x_0.(x_0 p) (A x_1))}$	$R2$			
$\frac{}{=_{red.\beta} \lambda x_1.((A x_1) p)}$				
$\frac{}{S : (\lambda x_1.((A x_1) p) m)}$	$R1$			

- Redução- β

$$\begin{array}{ccc}
 (\lambda \ x_1 \ . \ \underbrace{((A \ x_1) \ p)}) \ m & & \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 (\lambda \ x_n \ . \ \tau \ \alpha) & \Rightarrow & \tau^{[x_n \mapsto \alpha]} \\
 & & \downarrow \\
 & & ((A \ m) \ p)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\text{Pedro}}{N : p} \quad Lx \quad \frac{\text{ama}}{(N \setminus S)/N : A} \quad Lx \quad \frac{\text{Maria}}{N : m} \quad Lx \\
\frac{}{S/(N \setminus S) : \lambda x_0.(x_0 p)} \quad R4 \\
\frac{}{S/N : \lambda x_1.(\lambda x_0.(x_0 p) (A x_1))} \quad R2 \\
\frac{}{=_{red.\beta} \lambda x_1.((A x_1) p)} \\
\frac{}{S : (\lambda x_1.((A x_1) p) m)} \quad R1 \\
\frac{}{=_{red.\beta} ((A m) p)}
\end{array}$$

7 Dedução de informações lexicais

Categoria de *não*?

Pedro	$\frac{}{N : p}$	Lx	não	$\frac{}{?_0}$	Lx	ama	$\frac{}{(N \setminus S)/N : A}$	Lx	Maria	$\frac{}{N : m}$	Lx
-------	------------------	------	-----	----------------	------	-----	----------------------------------	------	-------	------------------	------

R_1 de *ama* e *Maria*

Pedro	$\frac{}{N : p}$	Lx	não	$\frac{}{?_0}$	Lx	ama	$\frac{}{(N \setminus S)/N : A}$	Lx	Maria	$\frac{}{N : m}$	Lx
										$\frac{}{N \setminus S : (A \ m)}$	$R1$

Por suposição, mais dois R_1

Pedro	não	ama	Maria
$\frac{}{N : p} \quad Lx$	$\frac{}{?_0} \quad Lx$	$\frac{}{(N \setminus S)/N : A} \quad Lx$	$\frac{}{N : m} \quad Lx$
		$\frac{}{N \setminus S : (A \ m)} \quad R1$	
		$\frac{}{?_1} \quad R1$	
		$\frac{}{?_2} \quad R1$	

***Pedro não ama Maria* — $S : (\neg ((A \ m) \ p))$**

Pedro	não	ama	Maria
$\frac{}{N : p} \quad Lx$	$\frac{}{?_0} \quad Lx$	$\frac{}{(N \setminus S)/N : A} \quad Lx$	$\frac{}{N : m} \quad Lx$
		$\frac{}{N \setminus S : (A \ m)} \quad R1$	
		$\frac{}{?_1} \quad R1$	
		$\frac{}{S : (\neg ((A \ m) \ p))} \quad R1$	

Desfazendo o último R_1

$$\begin{array}{c}
 N : p \\
 \downarrow \\
 Y : \alpha \oplus
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \overbrace{}{?_1} \\
 \\
 Y \setminus X : \phi \\
 \downarrow \\
 N \setminus S : ?'_1
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{c}
 S : (?'_1 p) \\
 \downarrow \\
 X : (\phi \alpha)
 \end{array}$$

Pedro $\frac{}{N : p}$	Lx	não $\frac{}{?_0}$	Lx	ama $\frac{}{(N \setminus S)/N : A}$	Lx	Maria $\frac{}{N : m}$	Lx
				$N \setminus S : (A \ m)$			$R1$
							$R1$
				$N \setminus S : ?'_1$			$R1$
							$R1$
				$S : (?'_1 p)$			
				$\equiv_{red.\beta} (\neg ((A \ m) p))$			

Expansão- β no último R_1 (desfazendo a redução- β)

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{(\lambda x_n . \quad \tau \quad p)}^{?_1'} \quad \downarrow \quad \alpha \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 \lambda x_1 . \quad \overbrace{(\neg ((A \ m) x_1))}^{\tau}
 \end{array}
 \Leftarrow
 \underbrace{(\neg ((A \ m) p))}_{\tau[x_n \mapsto \alpha]}$$

Pedro	não	ama	Maria
$\frac{}{N : p} \quad Lx$	$\frac{}{?_0} \quad Lx$	$\frac{}{(N \setminus S)/N : A} \quad Lx$	$\frac{}{N : m} \quad Lx$
		$\frac{}{N \setminus S : (A \ m)} \quad R1$	
	$\frac{}{N \setminus S : \lambda x_1 . (\neg ((A \ m) x_1))} \quad R1$		
	$\frac{}{S : (\lambda x_1 . (\neg ((A \ m) x_1)) p)} \quad R1$		
	$\quad \quad \quad =_{red.\beta} (\neg ((A \ m) p))$		

Desfazendo o penúltimo R_1

$$\begin{array}{c}
 \underbrace{\quad \quad \quad}_{?_0} \quad \quad \quad \underbrace{N \setminus S}_{\downarrow} : \underbrace{(A \ m)}_{\downarrow} \quad \quad \quad \underbrace{N \setminus S}_{\downarrow} : (\underbrace{?_0}_{\downarrow} \underbrace{(A \ m)}_{\downarrow}) \\
 X \quad / \quad Y \quad : \quad \phi \quad \oplus \quad Y \quad : \quad \alpha \quad \Rightarrow \quad X \quad : \quad (\quad \phi \quad \alpha \quad) \\
 \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\
 \underbrace{(N \setminus S)}_{\downarrow} \quad / \quad \underbrace{(N \setminus S)}_{\downarrow} \quad : \quad ?'_0
 \end{array}$$

Pedro $\frac{}{N : p} \quad Lx$	não $\frac{}{(N \setminus S)/(N \setminus S) : ?'_0} \quad Lx$	ama $\frac{}{(N \setminus S)/N : A} \quad Lx$	Maria $\frac{}{N : m} \quad Lx$
		$\frac{}{N \setminus S : (A \ m)} \quad R1$	
		$\frac{}{N \setminus S : (?'_0 (A \ m))} \quad R1$	
		$\frac{}{=_{red.\beta} \lambda x_1.(\neg ((A \ m) x_1))}$	
		$\frac{}{S : (\lambda x_1.(\neg ((A \ m) x_1)) p)} \quad R1$	
		$\frac{}{=_{red.\beta} (\neg ((A \ m) p))}$	

Expansão- β no penúltimo R_1

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} \text{?}'_0 \\ \hline \lambda x_n . \end{array} \quad \begin{array}{c} \tau \\ \downarrow \\ \lambda x_0 . \end{array} \quad \begin{array}{c} \lambda x_1 . (\neg (x_0 x_1)) \end{array} \\
 \hline
 \lambda x_0 . \lambda x_1 . (\neg (x_0 x_1))
 \end{array}
 \quad \begin{array}{c} (A \ m) \\ \downarrow \\ \alpha \end{array}
 \quad \Leftarrow \quad
 \begin{array}{c} \lambda x_1 . (\neg ((A \ m) x_1)) \\ \downarrow \tau[x_n \mapsto \alpha] \end{array}$$

Pedro	não	ama	Maria
$\frac{}{N : p} \quad Lx$	$\frac{}{(N \setminus S) / (N \setminus S) : \lambda x_0 . \lambda x_1 . (\neg (x_0 x_1))} \quad Lx$	$\frac{}{(N \setminus S) / N : A} \quad Lx$	$\frac{}{N : m} \quad Lx$
		$\frac{}{N \setminus S : (A \ m)} \quad R1$	
	$\frac{}{N \setminus S : (\lambda x_0 . \lambda x_1 . (\neg (x_0 x_1)) (A \ m))} \quad R1$		
	$\quad =_{red.\beta} \lambda x_1 . (\neg ((A \ m) x_1))$		
	$\frac{}{S : (\lambda x_1 . (\neg ((A \ m) x_1)) p)} \quad R1$		
	$\quad =_{red.\beta} (\neg ((A \ m) p))$		

- Portanto: $\langle (N \setminus S) / (N \setminus S), \lambda x_n . \lambda x_m . (\neg (x_n x_m)) \rangle \in \text{Léxico}$

8 Conclusão

- Apenas apresentação inicial
- Outras GCs:
 - Gramática Categoral Clássica (GCI mais R_5 e R_6)
 - Cálculo de Lambek
 - * conectivo categorial para produto: ‘•’
 - * um par de regras para cada conectivo categorial: uma de introdução e outra de eliminação (Dedução Natural)
 - Gramática de Lógica de Tipo (*Type Logical Grammar*)
- Conjunção
- Abragência empírica

A Variantes notacionais

A.1 Ajdukiewicz

$$\frac{\alpha}{\beta} \oplus \beta \rightarrow \alpha$$

A.2 Bar-Hillel

$\beta \oplus \frac{\alpha}{(\beta)} \rightarrow \alpha$	$\frac{\alpha}{[\beta]} \oplus \beta \rightarrow \alpha$	$\beta \times \frac{\alpha}{(\beta)[\gamma]} \oplus \gamma \rightarrow \alpha$
--	--	--

A.3 Lambek

$\alpha/\beta \oplus \beta = \alpha$	$\beta \oplus \beta \backslash \alpha = \alpha$
--------------------------------------	---

A.4 Geach

$: \alpha\beta \oplus \beta \rightarrow \alpha$

A.5 Steedman

$\alpha/\beta \oplus \beta = \alpha$	$\beta \oplus \alpha \backslash \beta = \alpha$
--------------------------------------	---

A.6 Jacobson

$\alpha /_D \beta \oplus \beta \rightarrow \alpha$	$\beta \oplus \alpha /_E \beta \rightarrow \alpha$
--	--

A.7 Estrutura de Características

$\left[\begin{array}{cc} res & \alpha \\ dep & \beta \end{array} \right] \oplus \beta \rightarrow \alpha$	$\beta \oplus \left[\begin{array}{cc} res & \alpha \\ ant & \beta \end{array} \right] \rightarrow \alpha$
--	--

ou

$\left[\begin{array}{cc} res & \alpha \\ arg & \beta \\ pos & depois \end{array} \right] \oplus \beta \rightarrow \alpha$	$\beta \oplus \left[\begin{array}{cc} res & \alpha \\ arg & \beta \\ pos & antes \end{array} \right] \rightarrow \alpha$
--	---