

Gramática Categorical: Cálculo- λ

Luiz Arthur Pagani (UFPR)

1 Operador- λ

1.1 Tipos

- definição de tipos básicos (*TipoBas*):
 - $TipoBas = \{e, t\}$ [2, p. 89]
 - $TipoBas = \{\mathbf{Ind}, \mathbf{Bol}\}$ [1, p. 40]
- definição de tipo (*Tipo*):
 - $TipoBas \subseteq Tipo$
 - se $\sigma \in Tipo$ e $\tau \in Tipo$, $\langle \sigma, \tau \rangle \in Tipo$
 - se $\sigma \in Tipo$ e $\tau \in Tipo$, $(\sigma \rightarrow \tau) \in Tipo$ [1, p. 40]

1.2 Termos- λ

- termos atômicos:
 - variáveis: $x_n^\tau \in Var_\tau$ (para todo $\tau \in Tipo$ e todo $n \in \mathbb{N}$)
 - constantes: $c_n^\tau \in Con_\tau$ (para todo $\tau \in Tipo$ e todo $n \in \mathbb{N}$)
- abreviações:
 - x, y, z : variáveis de tipo e
 - P, Q : variáveis de tipo $\langle e, t \rangle$ ou $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$
 - a, b, c : constantes de tipo e
 - A, B, C : constantes de tipo $\langle e, t \rangle$ ou $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$

• termos:

- $Var_\tau \subseteq Termo_\tau$
- $Con_\tau \subseteq Termo_\tau$
- se $\phi \in Termo_{\langle\sigma,\tau\rangle}$ e $\alpha \in Termo_\sigma$, $(\phi \alpha) \in Termo_\tau$
- se $v \in Var_\sigma$ e $\varphi \in Termo_\tau$, $\lambda v.\varphi \in Termo_{\langle\sigma,\tau\rangle}$

[Baseado em [1, p. 42]]

• exemplos:

- $x \in Termo_e$
- $p \in Termo_e$
- $C \in Termo_{\langle e,t\rangle}$
- $(C x) \in Termo_t$
- $\lambda x.(C x) \in Termo_{\langle e,t\rangle}$
- $(\lambda x.(C x) p) \in Termo_t$

- justificações:
 - $x \in Var_e \ \& \ Var_e \subseteq Term_o_e$
 $\vdash x \in Term_o_e$
 - $p \in Con_e \ \& \ Con_e \subseteq Term_o_e$
 $\vdash p \in Term_o_e$
 - $C \in Con_{\langle e,t \rangle} \ \& \ Con_{\langle e,t \rangle} \subseteq Term_o_{\langle e,t \rangle}$
 $\vdash C \in Term_o_{\langle e,t \rangle}$
 - $C \in Term_o_{\langle e,t \rangle} \ \& \ x \in Term_o_e$
 $\vdash (C \ x) \in Term_o_t$
 - $x \in Term_o_e \ \& \ (C \ x) \in Term_o_t$
 $\vdash \lambda x.(C \ x) \in Term_o_{\langle e,t \rangle}$
 - $x \in Var_e \ \& \ \lambda x.(C \ x) \in Term_o_{\langle e,t \rangle}$
 $\vdash (\lambda x.(C \ x) \ p) \in Term_o_t$

1.3 Relação entre classe sintática e tipo

- definição:

- $T_N = e$

- $T_S = t$

- $T_{X/Y} = \langle T_Y, T_X \rangle$

- $T_{Y \setminus X} = \langle T_Y, T_X \rangle$

- exemplos:

- $T_{S/N} = \langle T_N, T_S \rangle = \langle e, t \rangle$

- $T_{N \setminus S} = \langle T_N, T_S \rangle = \langle e, t \rangle$

- $T_{(N \setminus S)/N} = \langle T_N, T_{N \setminus S} \rangle = \langle e, \langle e, t \rangle \rangle$

1.4 Redução- β

- três axiomas
- regra:
 - $(\lambda v. \varphi \alpha) \Rightarrow \varphi[v \mapsto \alpha]$
 $(\varphi[v \mapsto \alpha])$: termo semelhante a φ , onde todas as ocorrências livres de v foram trocadas por α
- dica para redução: sempre que tiver “... $(\lambda \dots)$...”
- exemplo — $(\lambda x. (C x) p)$:

$$\begin{array}{ccccccc}
 (& \lambda & x & . & \underbrace{(C \ x)} & p &) \\
 | & | & \downarrow & | & \downarrow & \downarrow & | \\
 \boxed{ (& \lambda & v & . & \varphi & \alpha &) \Rightarrow \varphi[v \mapsto \alpha] } \\
 & & & & & & \downarrow \\
 & & & & & & \underbrace{(C \ p)}
 \end{array}$$

Referências

- [1] Bob Carpenter. *Type-Logical Semantics*. The MIT Press, Cambridge, MA, 1997.
- [2] David R. Dowty, Robert E. Wall, and Stanley Peters. *Introduction to Montague Semantics*. Reidel, Dordrecht, 1981.