

# Gramática de Montague

## Apresentação Inicial

Luiz Arthur Pagani

There is in my opinion no important theoretical difference between natural languages and the artificial languages of logicians; indeed I consider it possible to comprehend the syntax and semantics of both kinds of languages with a single natural and mathematically precise theory.

[2]

(Não há, na minha opinião, nenhuma diferença teórica importante entre as línguas naturais e as línguas artificiais dos lógicos; inclusive, acho possível compreender a sintaxe e a semântica de ambos os tipos de línguas com uma única e simples teoria natural e matematicamente precisa.)

# 1 Uma sintaxe rudimentar

## 1.1 Léxico

1. nomes próprios ( $N_p$ ): Pedro, Maria, Antônio, ...
2. nomes comuns ( $N_c$ ): menino, cavalo, bola, ...
3. determinantes (Det): o, a, todo, toda, um, uma, ...
4. verbos intransitivos ( $V_i$ ): corre, fuma, dança, ...
5. verbos transitivos diretos ( $V_{td}$ ): ama, comeu, chutou, viu, ...

## 1.2 Regras sintagmáticas

1. uma sentença é composta por um sintagma nominal seguido de um sintagma verbal ( $S \rightarrow SN SV$ )
2. um sintagma nominal pode ser composto por um nome próprio ( $S \rightarrow N_p$ )
3. um sintagma nominal pode ser composto por um determinante seguido de um nome comum ( $S \rightarrow Det N_c$ )
4. um sintagma verbal pode ser composto por um verbo intransitivo ( $SV \rightarrow V_i$ )
5. um sintagma verbal pode ser composto por um verbo transitivo direto seguido de um sintagma nominal ( $SV \rightarrow V_{td} SN$ )

## 1.3 Análise sintática

- para analisar a estrutura sintática das expressões compostas, podemos empregar o mesmo procedimento para a demonstração de teoremas (aqui, no estilo de Fitch)

### 1.3.1 “Pedro corre”

|    |                                 |              |
|----|---------------------------------|--------------|
| 1. | “Pedro” é um nome próprio       | 1.1-1        |
| 2. | “Pedro” é um sintagma nominal   | 1 e 1.2-2    |
| 3. | “corre” é um verbo intransitivo | 1.1-4        |
| 4. | “corre” é um sintagma verbal    | 3 e 1.2-4    |
| 5. | “Pedro corre” é uma sentença    | 2, 4 e 1.2-1 |

### 1.3.2 “Antônio ama Maria”

|    |                             |              |
|----|-----------------------------|--------------|
| 1. | “Antônio” é um $N_p$        | 1.1-1        |
| 2. | “Antônio” é um SN           | 1 e 1.2-2    |
| 3. | “ama” é um $V_{td}$         | 1.1-5        |
| 4. | “Maria” é um $N_p$          | 1.1-1        |
| 5. | “Maria” é um SN             | 4 e 1.2-2    |
| 6. | “ama Maria” é um SV         | 3, 5 e 1.2-5 |
| 7. | “Antônio ama Maria” é uma S | 2, 6 e 1.2-1 |

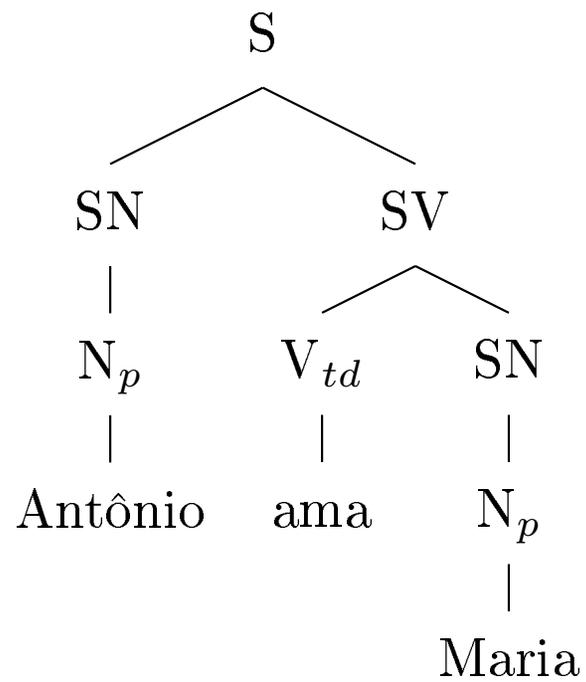
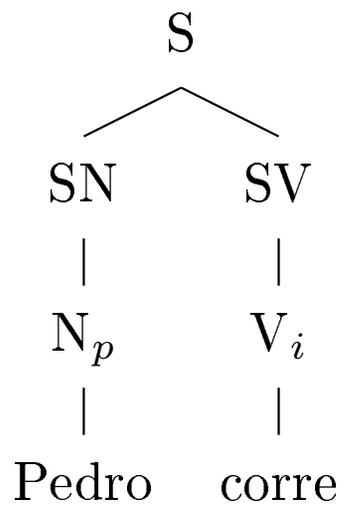
### 1.3.3 “Todo cavalo corre”

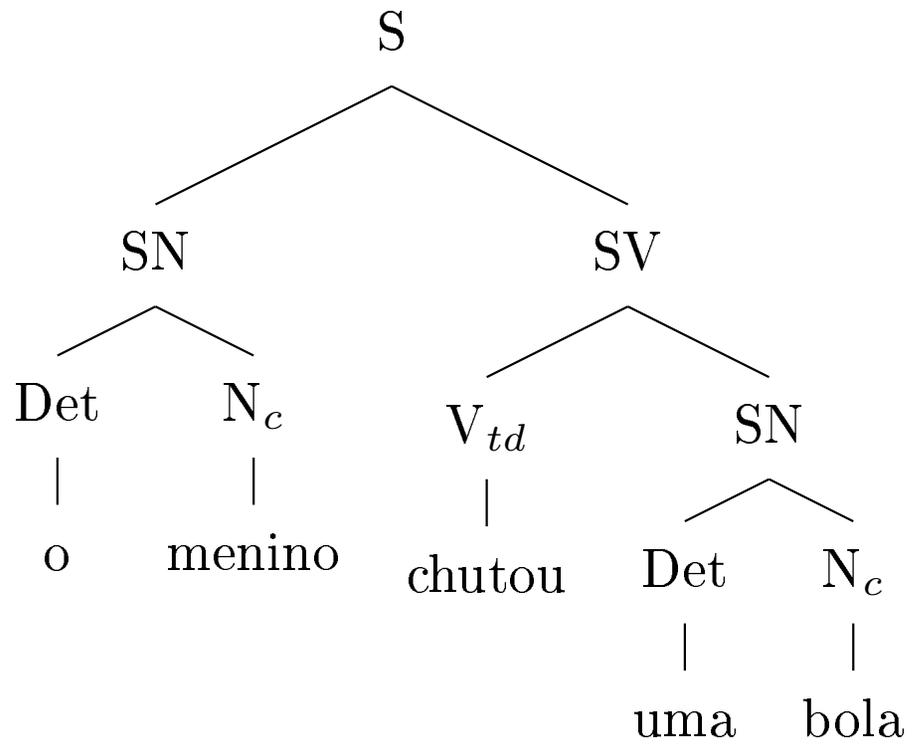
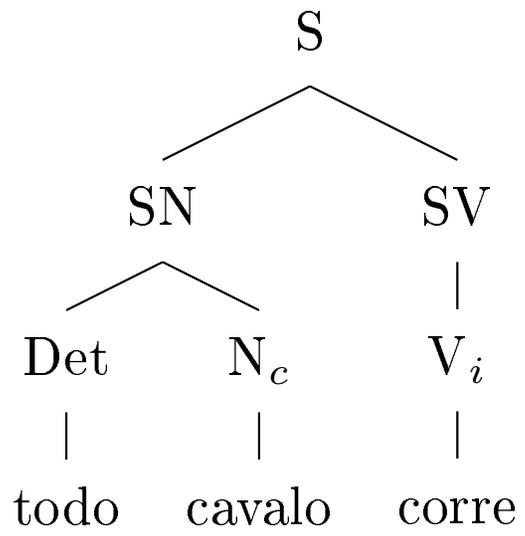
|    |                             |              |
|----|-----------------------------|--------------|
| 1. | “todo” é um Det             | 1.1-3        |
| 2. | “cavalo” é um $N_c$         | 1.1-2        |
| 3. | “todo cavalo” é um SN       | 1, 2 e 1.2-3 |
| 4. | “corre” é um $V_i$          | 1.1-4        |
| 5. | “corre” é um SV             | 1.2-4        |
| 6. | “todo cavalo corre” é uma S | 3, 5 e 1.2-1 |

### 1.3.4 “O menino chutou uma bola”

|    |                                    |               |
|----|------------------------------------|---------------|
| 1. | “o” é um Det                       | 1.1-3         |
| 2. | “menino” é um $N_c$                | 1.1-2         |
| 3. | “o menino” é um SN                 | 1, 2, e 1.1-3 |
| 4. | “chutou” é um $V_{td}$             | 1.15          |
| 5. | “uma” é um Det                     | 1.1-3         |
| 6. | “bola” é um $N_c$                  | 1.1-2         |
| 7. | “uma bola” é um SN                 | 5, 6 e 1.2-3  |
| 8. | “chutou uma bola” é um SV          | 4, 7 e 1.2-5  |
| 9. | “o menino chutou uma bola” é uma S | 3, 8 e 1.2-1  |

### 1.3.5 Representação em formato de árvore





## 2 Ontologia inicial para as interpretações

- A fim de interpretarmos as expressões linguísticas, uma das primeiras tarefas é identificar a ontologia necessária para que se possa dizer quais são as entidades básicas mencionadas nas expressões linguísticas e como estas mesmas expressões manifestam relações entre essas entidades básicas
- Vamos partir da suposição inicial que a língua serve, num nível bem básico, para falar sobre o mundo (*aboutness*)
- basicamente vamos começar a contruir uma “metafísica” para a interpretação das expressões do português

## 2.1 Indivíduos

- A entidade mais simples necessária para se interpretar as línguas naturais é o **indivíduo**
- Vamos considerar como indivíduo alguma entidade que apresenta unidade (ou seja, pessoas, cadeiras e cavalos, por exemplo, são indivíduos; mas água, ouro e arroz, por exemplo, não farão parte de nossa ontologia nesse momento inicial)
- Critério do Quine: valor de variável (o que permite inclusive indivíduos abstratos)

## 2.2 Funções

- Além de indivíduos, vamos precisar também recorrer à noção de **função**
- Uma função, basicamente, é um mapeamento com uma entrada e uma saída; assim, por exemplo, ‘par’ pode ser concebido como uma função que diz, de cada número inteiro, se ele é par ou não (propriedade); ‘maior que’ pode ser concebido como um função que diz de cada par de números (por comodidade, vamos continuar apenas com os inteiros) se é verdadeiro ou não que o primeiro é maior que o segundo (relação)

$$\llbracket \text{par} \rrbracket = \left[ \begin{array}{l} 0 \rightarrow \mathbf{V} \\ 1 \rightarrow \mathbf{F} \\ 2 \rightarrow \mathbf{V} \\ \vdots \end{array} \right] \quad \llbracket \text{maior que} \rrbracket = \left[ \begin{array}{l} \langle 0, 0 \rangle \rightarrow \mathbf{F} \\ \langle 0, 1 \rangle \rightarrow \mathbf{F} \\ \vdots \\ \langle 1, 0 \rangle \rightarrow \mathbf{V} \\ \vdots \end{array} \right]$$

- Para facilitar a nossa interpretação, vamos usar uma notação equivalente para as relações, só que ao invés de recebermos uma sequência ordenada de indivíduos, os indivíduos serão consultados uma a um (isso vai facilitar as operações devidas à ordem que as expressões se combinam entre si); assim, a mesma função ‘maior que’ pode ser igualmente representada como:

$$[[\text{maior que}]] = \left[ \begin{array}{c} 0 \rightarrow \left[ \begin{array}{c} 0 \rightarrow \mathbf{F} \\ 1 \rightarrow \mathbf{V} \\ \vdots \end{array} \right] \\ \\ 1 \rightarrow \left[ \begin{array}{c} 0 \rightarrow \mathbf{F} \\ 1 \rightarrow \mathbf{F} \\ 2 \rightarrow \mathbf{V} \\ \vdots \end{array} \right] \\ \\ \vdots \end{array} \right]$$

## 2.3 Cálculo de predicados de primeira ordem

- Para representar as interpretações semânticas, vamos recorrer a expressões do cálculo de predicados de primeira ordem (como em [4]):
  - constantes individuais:  $a, b, c, \dots$
  - variáveis individuais:  $x, y, z, \dots$
  - constantes de predicados:  $A, B, C, \dots$
  - constantes lógicas:  $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$  e  $\leftrightarrow$
  - símbolos de quantificação:  $\exists$  e  $\forall$
  - delimitadores:  $($  e  $)$

## 2.4 Cálculo- $\lambda$

- ferramenta para a determinação de funções recursivas [1]
- na semântica, permite a manutenção do princípio da composicionalidade (que diz que o significado de uma expressão complexa é função do significado das partes que a compõem e da maneira como essas partes são organizadas), principalmente quando a estrutura da interpretação semântica não coincide com a estrutura da análise sintática

- axiomas [1, p. 50]:
  - redução- $\alpha$ :  $\vdash \lambda\nu.\alpha \Rightarrow \lambda\nu.\alpha^{[\nu \mapsto v]}$   
 ( $v$  não é uma das variáveis livre de  $\alpha$ )  
 ( $v$  continua livre depois de substituir  $\nu$  em  $\alpha$ )
  - redução- $\beta$ :  $\vdash (\lambda\nu.\alpha \beta) \Rightarrow \alpha^{[\nu \mapsto \beta]}$   
 (as variáveis livres de  $\beta$  continuam livres depois de  $\beta$  substituir  $\nu$  em  $\alpha$ )
  - redução- $\eta$ :  $\vdash \lambda\nu.(\alpha \nu) \Rightarrow \alpha$   
 ( $\nu$  não é uma das variáveis livres de  $\alpha$ )
- restrições para evitarem casamento indevido de variáveis
- $\alpha^{[\nu \mapsto \beta]}$ : resultado de substituir em  $\alpha$  todas as ocorrências livres da variável  $\nu$  por  $\beta$

## 3 Uma semântica também rudimentar

### 3.1 Interpretação dos itens lexicais

1. nomes próprios (para variável  $X$  nova na derivação):

- $\llbracket \ulcorner \text{Pedro} \urcorner^{N_p} \rrbracket = \lambda X.(X p)$
- $\llbracket \ulcorner \text{Maria} \urcorner^{N_p} \rrbracket = \lambda X.(X m)$
- $\llbracket \ulcorner \text{Antônio} \urcorner^{N_p} \rrbracket = \lambda X.(X a)$
- ...

2. nomes comuns:

- $\llbracket \ulcorner \text{menino} \urcorner^{N_c} \rrbracket = M$
- $\llbracket \ulcorner \text{cavalo} \urcorner^{N_c} \rrbracket = C$
- $\llbracket \ulcorner \text{bola} \urcorner^{N_c} \rrbracket = B$
- ...

3. determinantes (para variáveis  $X$  e  $Y$  novas na derivação):

- $\llbracket \ulcorner \text{um} \urcorner^{Det} \rrbracket = \llbracket \ulcorner \text{uma} \urcorner^{Det} \rrbracket = \lambda X. \lambda Y. \exists x. ((X\ x) \wedge (Y\ x))$
- $\llbracket \ulcorner \text{todo} \urcorner^{Det} \rrbracket = \llbracket \text{toda} \rrbracket = \lambda X. \lambda Y. \forall x. ((X\ x) \rightarrow (Y\ x))$
- $\llbracket \ulcorner \text{o} \urcorner^{Det} \rrbracket = \llbracket \text{a} \rrbracket = \lambda X. \lambda Y. \exists x. ((X\ x) \wedge \forall y. ((X\ y) \rightarrow (x = y \wedge (Y\ x))))$
- ...

4. verbos intransitivos:

- “corre” denota  $C_0$  ( $\llbracket \text{corre} \rrbracket = C_0$ )
- “fuma” denota  $F$  ( $\llbracket \text{fuma} \rrbracket = F$ )
- “dança” denota  $D$  ( $\llbracket \text{dança} \rrbracket = D$ )
- ...

5. verbos transitivos diretos:

- “ama” denota  $A$  ( $\llbracket \text{ama} \rrbracket = A$ )
- “comeu” denota  $C_1$  ( $\llbracket \text{comeu} \rrbracket = C_1$ )
- “chutou” denota  $C_2$  ( $\llbracket \text{chutou} \rrbracket = C_2$ )
- “viu” denota  $V$  ( $\llbracket \text{viu} \rrbracket = V$ )
- ...

## 3.2 Interpretação das expressões complexas

1. se  $\ulcorner \alpha \beta \urcorner$  é uma sentença formada pelo sintagma nominal  $\ulcorner \alpha \urcorner$  seguido pelo sintagma verbal  $\beta$ , então a denotação da sentença  $\ulcorner \alpha \beta \urcorner$  é a denotação do sintagma nominal  $\ulcorner \alpha \urcorner$  (que é uma função) aplicada à denotação do sintagma verbal  $\ulcorner \beta \urcorner$  —  
$$\llbracket \ulcorner \alpha^{SN} \beta^{SV} \urcorner \rrbracket = (\llbracket \ulcorner \alpha \urcorner \rrbracket \llbracket \ulcorner \beta \urcorner \rrbracket)$$
2. se  $\ulcorner \alpha \urcorner$  é um sintagma nominal formado apenas pelo nome próprio  $\ulcorner \alpha \urcorner$ , então a denotação do sintagma nominal  $\ulcorner \alpha \urcorner$  é a mesma que a denotação do nome próprio  $\ulcorner \alpha \urcorner$  —  $\llbracket \ulcorner \alpha^{N_p} \urcorner \rrbracket = \llbracket \ulcorner \alpha^{N_p} \urcorner \rrbracket$

3. se  $\ulcorner \alpha \beta \urcorner$  é um sintagma nominal formado pelo determinante  $\ulcorner \alpha \urcorner$  e pelo nome comum  $\ulcorner \beta \urcorner$ , então a denotação do sintagma nominal  $\ulcorner \alpha \beta \urcorner$  é a denotação do determinante  $\ulcorner \alpha \urcorner$  (que é uma função) aplicada à denotação do nome comum  $\ulcorner \beta \urcorner$  —  

$$\llbracket \ulcorner \alpha^{Det} \beta^{N_c} \urcorner^{SN} \rrbracket = (\llbracket \ulcorner \alpha \urcorner \rrbracket \llbracket \ulcorner \beta \urcorner \rrbracket)$$
4. se  $\ulcorner \alpha \urcorner$  é um sintagma verbal formado apenas pelo verbo intransitivo  $\ulcorner \alpha \urcorner$ , então a denotação do sintagma verbal  $\ulcorner \alpha \urcorner$  é a mesma que a denotação do verbo intransitivo  $\ulcorner \alpha \urcorner$  —  

$$\llbracket \ulcorner \alpha^{V_i} \urcorner^{SV} \rrbracket = \llbracket \ulcorner \alpha \urcorner \rrbracket$$
5. se  $\ulcorner \beta \alpha \urcorner$  é um sintagma verbal formado pelo verbo transitivo direto  $\ulcorner \beta \urcorner$  e pelo sintagma nominal  $\ulcorner \alpha \urcorner$ , então a denotação de  $\ulcorner \beta \alpha \urcorner$  é a denotação de  $\ulcorner \alpha \urcorner$  (que é uma função) aplicada à denotação de  $\ulcorner \beta \urcorner$  —  
— 
$$\llbracket \ulcorner \beta^{V_{td}} \alpha^{SN} \urcorner^{SV} \rrbracket = \lambda y. (\llbracket \ulcorner \alpha \urcorner \rrbracket \lambda x. ((\llbracket \ulcorner \beta \urcorner \rrbracket x) y))$$
  
(para as variáveis  $x$  e  $y$  novas na derivação)

### 3.3 Derivação da interpretação semântica

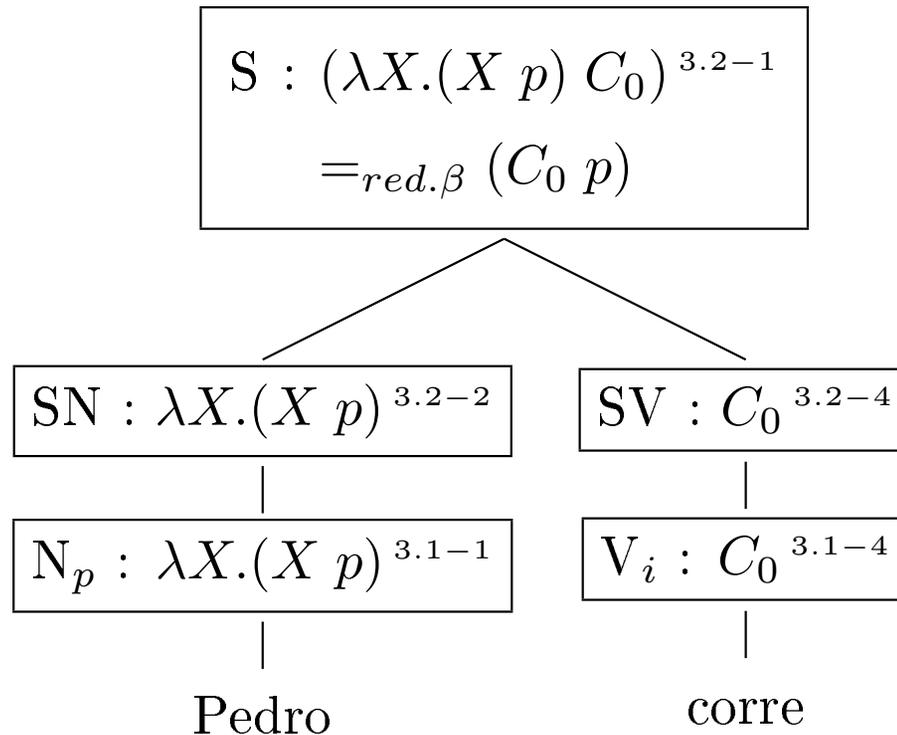
|     |  |                       |
|-----|--|-----------------------|
| 1.  | $\ulcorner \text{Pedro} \urcorner^{N_p}$   | 1.1-1                 |
| 2.  | $\llbracket \ulcorner \text{Pedro} \urcorner^{N_p} \rrbracket = \lambda X.(X p)$         | 1 e 3.1-1             |
| 3.  | $\ulcorner \text{Pedro} \urcorner^{SN}$  | 1 e 1.2-2             |
| 4.  | $\llbracket \ulcorner \text{Pedro} \urcorner^{SN} \rrbracket = \lambda X.(X p)$          | 2, 3 e 3.2-2          |
| 5.  | $\ulcorner \text{corre} \urcorner^{V_{td}}$  | 1.1-4                 |
| 6.  | $\llbracket \ulcorner \text{corre} \urcorner^{V_{td}} \rrbracket = C_0$                  | 5 e 3.1-5             |
| 7.  | $\ulcorner \text{corre} \urcorner^{SV}$  | 5 e 1.2-4             |
| 8.  | $\llbracket \ulcorner \text{corre} \urcorner^{SV} \rrbracket = C_0$                      | 6, 7 e 3.2-4          |
| 9.  | $\ulcorner \text{Pedro corre} \urcorner^S$   | 3, 7 e 1.2-1          |
| 10. | $\llbracket \ulcorner \text{Pedro corre} \urcorner^S \rrbracket = (\lambda X.(X p) C_0)$ | 4, 8, 9 e 3.2-1       |
| 11. | $\llbracket \ulcorner \text{Pedro corre} \urcorner^S \rrbracket = (C_0 p)$               | 10 e redução- $\beta$ |

- redução- $\beta$  de  $(\lambda X.(X p) C_0)$ :

$$\begin{array}{cccccc}
 (\lambda & X & . & \underbrace{(X p)} & C_0 & ) \\
 | & \downarrow & | & \downarrow & \downarrow & | \\
 (\lambda & \nu & . & \alpha & \beta & ) \Rightarrow \alpha^{[\nu \mapsto \beta]} \\
 & & & & & \downarrow \\
 & & & & & \underbrace{(C_0 p)}
 \end{array}$$

## 3.4 Interpretações semânticas nas árvores

### 3.4.1 “Pedro corre”



### 3.4.2 “Antônio ama Maria”

- como precisamos de dois itens lexicais que introduzem variáveis novas (“Antônio” e “Maria”), vamos empregar a redução  $-\alpha$  para renomear variáveis
- vamos manter  $\llbracket \ulcorner \text{Antônio} \urcorner^{N_p} \rrbracket = \lambda X.(X a)$
- assim, vamos precisar renomear a variável da interpretação de “Maria” para  $Y$  (que ainda não foi usada na derivação):

$$\begin{array}{ccccccc}
 \lambda & X & . & \underbrace{(X m)} & & & \\
 | & \downarrow & | & \downarrow & & & \\
 \lambda & \nu & . & \alpha & \Rightarrow & \lambda & \nu & . & \alpha[\nu \mapsto v] \\
 & & & & & | & \uparrow & | & \downarrow \\
 & & & & & \lambda & Y & . & \underbrace{(Y m)}
 \end{array}$$

$$S : (\lambda X.(X a) (A m))^{3.2-1}$$

$$=_{red.\beta} ((A m) p)$$

$$SN : \lambda X.(X a)^{3.2-2}$$

$$N_p : \lambda X.(X a)^{3.1-1}$$

Antônio

$$SV : (\lambda Y.(Y m) A)^{3.2-5}$$

$$=_{red.\beta} (A m)$$

$$V_{td} : A^{3.1-5}$$

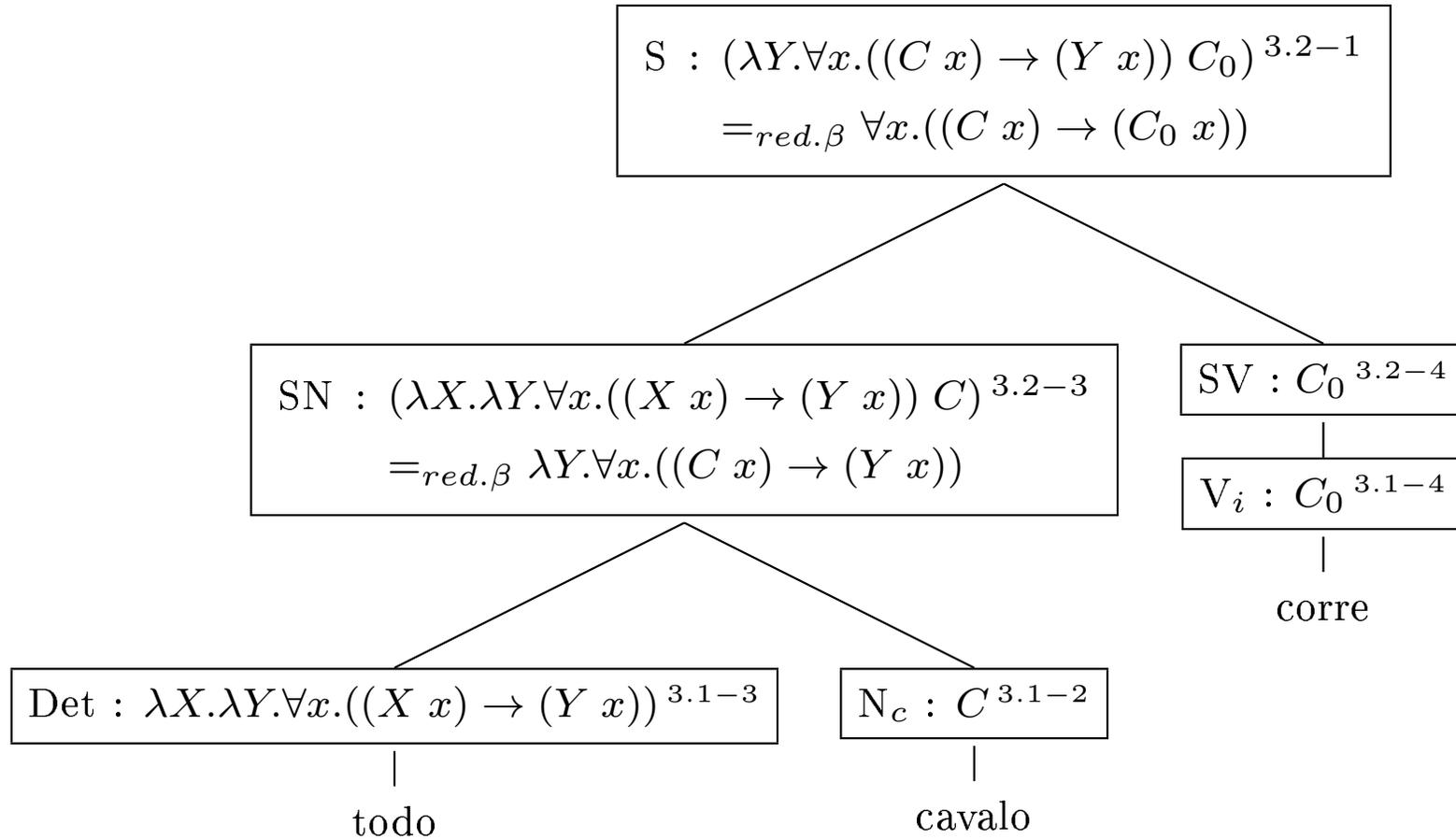
ama

$$SN : \lambda Y.(Y m)^{3.2-2}$$

$$N_p : \lambda Y.(Y m)^{3.1-1}$$

Maria

### 3.4.3 “Todo cavalo corre”



### 3.4.4 “O menino chutou uma bola”

$$\begin{aligned} \text{SN} &: (\lambda X. \lambda Y. \exists x. ((X \ x) \wedge (Y \ x)) \ B)^{3.2-3} \\ &=_{red.\beta} \lambda Y. \exists x. ((B \ x) \wedge (Y \ x)) \end{aligned}$$

$$\text{Det} : \lambda X. \lambda Y. \exists x. ((X \ x) \wedge (Y \ x))^{3.1-3}$$

uma

$$\text{N}_c : B^{3.1-2}$$

bola

$$\begin{aligned}
SV &: \lambda y.(\lambda Y.\exists x.((B x) \wedge (Y x)) \lambda z.((C_2 z) y))^{3.2-5} \\
&=_{red.\beta} \lambda y.\exists x.((B x) \wedge (\lambda z.((C_2 z) y) x)) \\
&=_{red.\beta} \lambda y.\exists x.((B x) \wedge ((C_2 x) y))
\end{aligned}$$

$$V_{td} : C_2^{3.1-5}$$

chutou

$$SN : \lambda Y.\exists x.((B x) \wedge (Y x))$$

uma bola

$$\text{SN} : (\lambda Z. \lambda W. \exists w. ((Z w) \wedge \forall v. ((Z v) \rightarrow (w = v \wedge (W w)))) M)^{3.2-3}$$

$$=_{red.\beta} \lambda W. \exists w. ((M w) \wedge \forall v. ((M v) \rightarrow (w = v \wedge (W w))))$$

$$\text{Det} : \lambda Z. \lambda W. \exists w. ((Z w) \wedge \forall v. ((Z v) \rightarrow (w = v \wedge (W w))))^{3.1-3}$$

|  
o

$$N_c : M^{3.1-2}$$

|  
menino

$$\begin{aligned}
S &: (\lambda W. \exists w. ((M w) \wedge \forall v. ((M v) \rightarrow (w = v \wedge (W w)))) \lambda y. \exists x. ((B x) \wedge ((C_2 x) y)))^{3.2-1} \\
&=_{red.\beta} \exists w. ((M w) \wedge \forall v. ((M v) \rightarrow (w = v \wedge (\lambda y. \exists x. ((B x) \wedge ((C_2 x) y)) w)))) \\
&=_{red.\beta} \exists w. ((M w) \wedge \forall v. ((M v) \rightarrow (w = v \wedge \exists x. ((B x) \wedge ((C_2 x) w)))))
\end{aligned}$$

$$SN : \lambda W. \exists w. ((M w) \wedge \forall v. ((M v) \rightarrow (w = v \wedge (W w))))$$

o menino

$$SV : \lambda y. \exists x. ((B x) \wedge ((C_2 x) y))$$

chutou a bola

## 4 Encerramento

- apresentação apenas da parte extensional (denotação); sem a parte intensional (mundos possíveis), que é o mais interessante
- notação diferente da usada nos textos de Montague
- integração da interpretação do nome próprio com a dos sintagmas quantificados
- como a gramática está, ela não dá conta da ambiguidade das sentenças com dois sintagmas quantificados [5]
- ontologia pobre; faltam, por exemplo, entidades massivas e tipos de eventos (estado, ação, *accomplishment*, *achievement*)
- tradução para língua formal × semântica formal direta (opções equivalentes)
- análise gramatical como dedução (*parsing as deduction*) [6]

## Referências

- [1] Bob Carpenter. *Type-Logical Semantics*. The MIT Press, Cambridge, MA, 1997.
- [2] Richard Montague. Universal grammar. *Theoria*, 36:373–398, 1970.
- [3] Cezar A. Mortari. *Introdução à Lógica*. Editora UNESP & Imprensa Oficial do Estado, São Paulo, 2001.
- [4] Cezar A. Mortari. *Introdução à Lógica*. Editora UNESP, São Paulo, 2a. edition, 2016. (de [3], revista e ampliada).
- [5] Luiz Arthur Pagani. Escopo *in situ*. *Linguamática*, 4(2):75–84, 2012.
- [6] Fernando C. N. Pereira. Parsing as deduction. In *Proceedings of the 21st Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics*, pages 137–144, 1983.