

PROGRAMAÇÃO DINÂMICA APLICADA AO PROBLEMA DA MOCHILA PARA A ALOCAÇÃO ÓTIMA DE RECURSOS DE MANUTENÇÃO EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

EDUARDO TADEU BACALHAU*, FÁBIO LUIZ USBERTY*, CHRISTIANO LYRA FILHO*, CELSO CAVELLUCCI*

* *Cidade Universitária Zeferino Vaz, Av. Albert Einstein, 400. CEP.:13083-852
Universidade Estadual de Campinas
Campinas, São Paulo, Brasil*

Emails: dudubaca@yahoo.com.br, fusberty@yahoo.com, christi@densis.fee.unicamp.br, celsocv@densis.fee.unicamp.br

Abstract— The definitions of optimal preventive and corrective maintenance of electric power distribution network can be seen as a general case of the knapsack problem. This paper proposes a dynamic programming approach to deal with this problem. The approach is developed for one or more years of planning horizon. Case studies compare the optimal dynamic programming approach with an heuristic method.

Keywords— reliability, maintenance, knapsack problem, dynamic programming.

Resumo— As definições ótimas de políticas de manutenção preventiva e corretiva de um sistema de distribuição de energia elétrica pode ser vista como um caso geral de uma abordagem do problema da mochila. Este trabalho propõe uma abordagem de programação dinâmica como solução para esse problema. A abordagem é desenvolvida para um ou mais anos de horizonte de planejamento. Estudos de caso comparam a abordagem de programação dinâmica ótima com um método heurístico.

Palavras-chave— confiabilidade, manutenção, problema da mochila, programação dinâmica

1 Introdução

A alocação ótima de recursos de manutenção em redes de distribuição de energia elétrica tem por objetivo obter o melhor compromisso entre o investimento e a confiabilidade do sistema. Abordagens anteriores baseadas em métodos heurísticos, buscam solucionar esse problema não-linear de otimização multicritério.

O problema pode ser explorado como um caso especial do problema da mochila multidimensional (Martello and Toth, 1990). Sendo assim, esse trabalho apresenta um procedimento exato de otimização baseado em programação dinâmica (PD).

No estudo de casos, a abordagem proposta é comparada com um método heurístico previamente desenvolvido para resolver esse problema. Além disso, uma análise dos resultados é apresentada, destacando alguns pontos relevantes para o futuro do trabalho.

2 Manutenção em Redes de Distribuição de Energia Elétrica

Os sistemas de distribuição de energia elétrica são compostos por circuitos elétricos que transportam energia das subestações para os consumidores. A confiabilidade desse sistema pode ser medida por dois índices, os quais medem a duração e a frequência média das interrupções no fornecimento de energia, Duração Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora (DEC) e Frequência Equivalente de Interrupção por

Unidade Consumidora (FEC), respectivamente. Caso um equipamento da rede de distribuição falhe, ações de manutenção são empregadas a fim de reparar, ou mesmo substituir esse equipamento. Uma vez que as falhas diminuem a confiabilidade do sistema, ações de manutenção devem ser aplicadas (Endrenyi and Anders, 2006; Bertling et al., 2007).

Cada uma das ações empregadas, sejam preventivas ou corretivas, possuem um custo. Deste modo, o objetivo do problema de otimização é minimizar o custo de manutenção restritos por valores desejados de confiabilidade do sistema.

A rede radial proposta por (Sittithumwat et al., 2004) e adaptada por (Reis, 2007) é apresentada nesse trabalho para o estudo de casos. Essa rede é dividida em seções, as quais são demarcadas pelos equipamentos de proteção tais como disjuntores, chaves-fusíveis e religadores e está ilustrada na Figura 1. Os equipamentos de proteção evitam que as falhas sejam propagadas ao longo da rede. Ainda, outros equipamentos presentes na rede de distribuição são descritos dentro do modelo de otimização proposto.

3 Modelo de Otimização

O modelo de otimização proposto (Reis, 2007) é definido por uma função objetivo que busca minimizar o custo das ações de manutenção preventiva e corretiva sujeita à restrição de confiabilidade do sistema dada pela Frequência Equivalente de Interrupção por Unidade

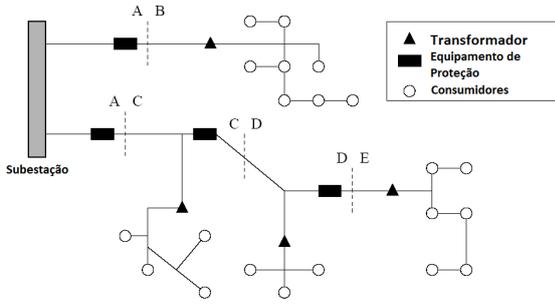


Figura 1: Rede Radial

Consumidora (FEC). Esse índice é calculado através da seguinte equação:

$$FEC^t = \frac{\sum_{s \in S} \lambda_s^t N_s}{N_T}, \quad (1)$$

sendo S o conjunto de todas as seções do sistema, λ_s^t a taxa de falha da seção s no período t , N_s o número de clientes na seção s e N_T o número total de clientes da rede.

A taxa de falha das seções λ_s^t , na Equação 1, pode ser calculada pelas equações:

$$\sum_{n \in N_{k_e}} x_{en}^t = 1, \quad (2)$$

$$\lambda_e^t = \lambda_e^{(t-1)} \sum_{n \in N_{k_e}} \delta_{k_e n} x_{en}^t \quad (3)$$

$$\lambda_s^t = \lambda_s + \sum_{e \in E_s} \lambda_e^t, \quad (4)$$

sendo λ_e^t a taxa de falha do equipamento e no período t , $\lambda_e^{(t-1)}$ a taxa de falha do equipamento e do período $t-1$ e, no caso de $(t=1)$, a taxa de falha inicial do equipamento e . N_{k_e} é o conjunto de todas as ações preventivas (incluindo a *não manutenção*) que podem ser realizadas, $\delta_{k_e n}$ é o multiplicador de taxa de falha do equipamento de tipo k_e para a ação de nível n que representa o envelhecimento do equipamento no período de planejamento (Siqueira, 2005) e x_{en}^t é a variável booleana de decisão que indica se o equipamento e sofreu ($x_{en}^t = 1$) ou não ($x_{en}^t = 0$) uma manutenção de nível n no período t .

Sendo assim, a representação do problema matemático de otimização pode ser descrita como:

$$\min_{x_{en}^t} \sum_{t=1}^{HP} \left\{ \sum_{e \in E} \left[\sum_{n \in N_{k_e}} (p_{k_e n} x_{en}^t) + \lambda_e^t c_{k_e} \right] \right\} \quad (5)$$

$$s.a. \quad FEC^t \leq FEC_{perm} \quad \forall t = 1, \dots, HP,$$

sendo E o conjunto que contém todos equipamentos sujeitos à manutenção, FEC_{perm} o valor máximo permitido para o índice de

confiabilidade do sistema, $p_{k_e n}$ o custo da ação preventiva de nível n no equipamento de tipo k_e , c_{k_e} o custo da manutenção corretiva do equipamento de tipo k_e .

4 Problema da Mochila

O modelo de otimização adaptado ao problema da mochila sugere a aplicação do problema da mochila multidimensional (PMM) (Martello and Toth, 1990), uma vez que cada mochila representará um período de horizonte de planejamento.

O PMM é definido como um conjunto $v = \{1, \dots, n\}$ de itens que podem ser selecionados dentro de um conjunto de mochilas definido $V = \{1, \dots, m\}$ com capacidades dadas por $b_{0,i}$ $i \in V$. Associado a cada valor item $j \in v$, tem-se um valor c_j e um volume v_{ij} , que representa o volume ocupado pelo item j dentro da i -ésima mochila.

O objetivo é encontrar um subconjunto de itens que garantam o máximo de benefício possível, restritos à capacidade das mochilas. Assim, a formulação para o PMM pode ser definida como:

$$F_n(b) = \max \sum_{j=1}^n c_j x_j, \quad (6)$$

$$s.a. \quad \sum_{j=1}^n v_{ij} x_j \leq b_{0,i} \quad i \in V$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad j \in v,$$

sendo v_{ij} , c_j , $b_{0,i} \geq 0$ para $i = 1, \dots, m$ e $j = 1, \dots, n$.

4.1 Programação Dinâmica Aplicada ao Problema da Mochila

Um PMM pode ser solucionado através da programação dinâmica (PD). Seleciona-se os itens com maiores custos (benefícios) c_j e volumes v_j que não ultrapassem a capacidade V da mochila (Puchinger et al., 2010). Para o problema da mochila binário, pode-se aplicar a programação dinâmica:

$$F_n(V_0)$$

$$F_k(V) = \max \{F_{k-1}(V), F_{k-1}(V - v_k) + c_k\} \quad (7)$$

$$F_0(V) = 0 \quad \forall v$$

Sendo assim, para se determinar a solução ótima, cria-se um indicador I_k . Esse indicador é 0, se $F_k(V) = F_{k-1}(V)$, caso contrário, $I_k = 1$. Deste modo, analisa-se todos os indicadores de I_n até I_1 e se o indicador $I_k = 0$ então $x_k^* = 0$, senão $x_k^* = 1$.

5 Problema da Mochila Adaptado à Otimização

Considerando o modelo de otimização proposto, formulou-se um modelo adaptado do problema da mochila para o problema de manutenção em redes de distribuição de energia elétrica.

Neste modelo, deve-se definir o parâmetro FEC_{perm} como a capacidade V da mochila, e também, definir $\delta_{k_e}^{sm}$ e $\delta_{k_e}^{cm}$ como os multiplicadores de taxa de falha para o equipamento k_e , sem e com manutenção preventiva, respectivamente. Sendo assim, primeiramente se apresenta a programação dinâmica aplicada ao problema da mochila para um período de horizonte de planejamento:

$$\begin{aligned} F_n(V_0) \\ F_{k_e}(V) &= \min \left\{ F_{k_e-1}(V - v_{k_e}^{cm}) + p_{k_e} + \right. \\ &\quad \left. ((\lambda_{k_e-1} \delta_{k_e}^{cm}) c_{k_e}), \right. \\ &\quad \left. F_{k_e-1}(V - v_{k_e}^{sm}) + ((\lambda_{k_e-1} \delta_{k_e}^{sm}) c_{k_e}) \right\} \\ F_0(V) &= 0 \quad \forall V, \end{aligned} \quad (8)$$

sendo que p_{k_e} é o custo de manutenção preventiva para o equipamento k_e , c_{k_e} é o custo de manutenção corretiva para o equipamento k_e , $v_{k_e}^{cm}$ é o volume de confiabilidade calculado para o equipamento k_e que recebeu manutenção preventiva e $v_{k_e}^{sm}$ é o volume de confiabilidade calculado para o equipamento k_e que não recebeu manutenção preventiva.

Os volumes de confiabilidade podem ser calculados através das seguintes equações:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{k_e}^{cm} = \frac{(\lambda_{k_e-1} \delta_{k_e}^{cm}) N_s}{N_T}, \\ \text{aplica manutenção} \\ v_{k_e}^{sm} = \frac{(\lambda_{k_e-1} \delta_{k_e}^{sm}) N_s}{N_T}, \\ \text{não aplica manutenção,} \end{array} \right. \quad (9)$$

sendo N_s o número de consumidores que a seção s atende.

A função recursiva 8 dividiu o problema em dois subproblemas, descrevendo as possíveis ações de manutenção a serem escolhidas. Para um problema com mais de um período de horizonte de planejamento, o número de subproblemas dado pela função recursiva 8 é dado por 2^{HP} , onde HP é o número de períodos do horizonte de planejamento. O número de mochilas também é dado pelo número de períodos do horizonte de planejamento. Cada período é representado por uma mochila diferente, pois a taxa de falha de um equipamento é dependente das ações efetuadas nos anos anteriores. Portanto, deve-se adaptar o modelo para o problema da mochila multidimensional:

$$\begin{aligned} F_n(V_0^1, V_0^2) \\ F_{k_e}(V^1, V^2) &= \\ \min \{ & F_{k_e-1}(V^1 - v_{1,k_e}^{cm}, V^2 - v_{2,k_e}^{cm}) \\ & + (2p_{k_e} + (((\lambda_{k_e-1} \delta_{k_e}^{cm}) + (\lambda_{k_e-1} (\delta_{k_e}^{cm})^2)) c_{k_e}), \\ & F_{k_e-1}(V^1 - v_{1,k_e}^{cm}, V^2 - v_{2,k_e}^{sm}) \\ & + (p_{k_e} + (((\lambda_{k_e-1} \delta_{k_e}^{cm}) + (\lambda_{k_e-1} \delta_{k_e}^{sm} \delta_{k_e}^{sm})) c_{k_e}), \quad (10) \\ & F_{k_e-1}(V^1 - v_{1,k_e}^{sm}, V^2 - v_{2,k_e}^{cm}) \\ & + (p_{k_e} + (((\lambda_{k_e-1} \delta_{k_e}^{sm}) + (\lambda_{k_e-1} \delta_{k_e}^{sm} \delta_{k_e}^{cm})) c_{k_e}), \\ & F_{k_e-1}(V^1 - v_{1,k_e}^{sm}, V^2 - v_{2,k_e}^{sm}) \\ & + (((\lambda_{k_e-1} \delta_{k_e}^{sm}) + (\lambda_{k_e-1} (\delta_{k_e}^{sm})^2)) c_{k_e}) \}, \\ F_0(V^1, V^2) &= 0 \quad \forall V^1, V^2, \end{aligned}$$

sendo que v_{1,k_e}^{cm} é o volume de confiabilidade calculado para o equipamento k_e o qual recebeu manutenção preventiva no primeiro ano, v_{2,k_e}^{cm} é o volume de confiabilidade calculado para o equipamento k_e o qual recebeu manutenção preventiva no segundo ano, v_{1,k_e}^{sm} é o volume de confiabilidade calculado para o equipamento k_e o qual não recebeu manutenção preventiva no primeiro ano e v_{2,k_e}^{sm} é o volume de confiabilidade calculado para o equipamento k_e o qual não recebeu manutenção preventiva no segundo ano. Ainda, V^1 é a mochila para o primeiro ano e V^2 a mochila para o segundo ano.

O volume de confiabilidade calculado para o segundo ano depende da escolha feita no ano anterior. Deste modo, o volume de confiabilidade pode ser calculado através das seguintes equações:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{2,k_e}^{cm} = v_{1,k_e}^{sm} \delta_{k_e}^{cm} = \left(\frac{(\lambda_{k_e-1} (\delta_{k_e}^{sm} \delta_{k_e}^{cm})) N_s}{N_T} \right), \\ \text{não aplica manutenção no primeiro ano} \\ v_{2,k_e}^{cm} = v_{1,k_e}^{cm} \delta_{k_e}^{cm} = \left(\frac{(\lambda_{k_e-1} (\delta_{k_e}^{cm})^2) N_s}{N_T} \right), \\ \text{aplica manutenção no primeiro ano} \\ v_{2,k_e}^{sm} = v_{1,k_e}^{sm} \delta_{k_e}^{sm} = \left(\frac{(\lambda_{k_e-1} (\delta_{k_e}^{sm})^2) N_s}{N_T} \right), \\ \text{não aplica manutenção no primeiro ano} \\ v_{2,k_e}^{sm} = v_{1,k_e}^{cm} \delta_{k_e}^{sm} = \left(\frac{(\lambda_{k_e-1} (\delta_{k_e}^{cm} \delta_{k_e}^{sm})) N_s}{N_T} \right), \\ \text{aplica manutenção no primeiro ano.} \end{array} \right. \quad (11)$$

A ideia segue para mais períodos de horizonte de planejamento. Para cada ano de horizonte de planejamento acrescentado ao problema, aumenta-se uma mochila e se constrói o modelo com 2^{HP} subproblemas.

6 Estudos de Casos

Os estudos de casos apresentam uma comparação entre a abordagem programação dinâmica (DPA) proposta e um método heurístico previamente desenvolvido por (Bacalhau, 2009). Esse método heurístico baseia-se em uma busca em espaços de estados, consistindo em uma heurística construtiva, combinada com uma busca em profundidade e *simulated annealing* (BPS).

Criou-se cinco instâncias a partir da rede radial desenvolvida por (Reis, 2007), e executou-se os algoritmos para um período de um ano horizonte de planejamento.

As três primeiras instâncias, compostas de 50, 100 e 150 equipamentos respectivamente, foram exploradas com o objetivo de produzir uma análise sobre a robustez dos algoritmos a partir da elaboração de curvas de *trade-off*. Sendo assim, define-se os valores de restrição do sistema entre os valores mínimos e máximos de confiabilidade calculados.

As duas últimas instâncias, compostas de 300 e 400 equipamentos respectivamente, tiveram como propósito elaborar uma discussão sobre os resultados obtidos quanto aos ganhos de investimento e tempos computacionais. Os valores definidos de restrições de confiabilidade foram calculados através da seguinte equação:

$$FEC_{\alpha} = FEC_{min} + (FEC_{max} - FEC_{min}) \times \alpha, \quad (12)$$

sendo que, FEC_{min} é o valor de confiabilidade calculado quando se aplica manutenção preventiva em todos equipamentos, FEC_{max} é o valor de confiabilidade calculado quando não se aplica manutenção preventiva em todos equipamentos e α é definido 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 e 1.0.

6.1 Primeiro Experimento

Nesse primeiro experimento, são obtidas as curvas de *trade-off* para as três primeiras instâncias mencionadas. As curvas descrevem os valores de custo de manutenção obtidos pelos algoritmos para os valores de FEC_{perm} definidos e são ilustradas pelas Figuras 2, 3 e 4.

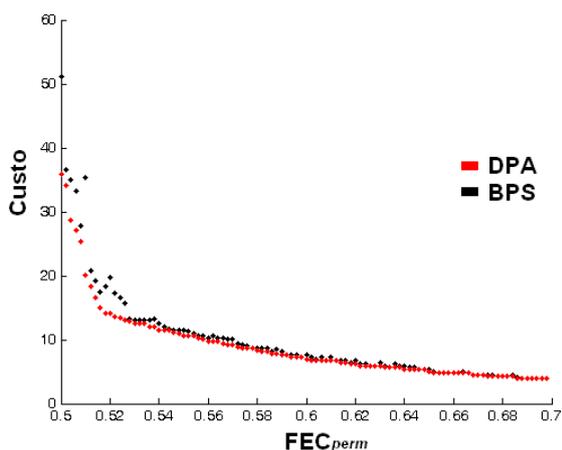


Figura 2: Curva *trade-off* - 50 equipamentos

Pode-se observar que o algoritmo BPS, apesar de conseguir bons resultados em todas as instâncias, apresenta uma piora quando a restrição de qualidade é mais rigorosa e quando o número de equipamentos cresce.

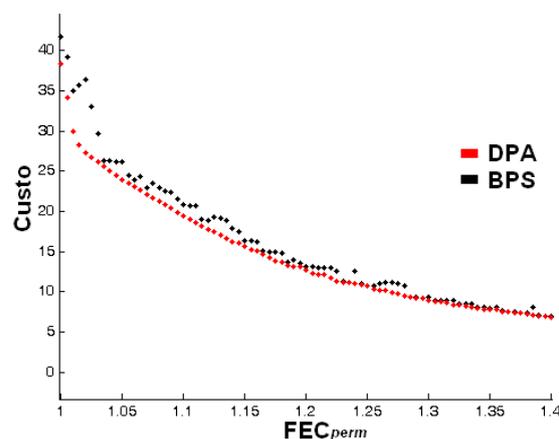


Figura 3: Curva *trade-off* - 100 equipamentos

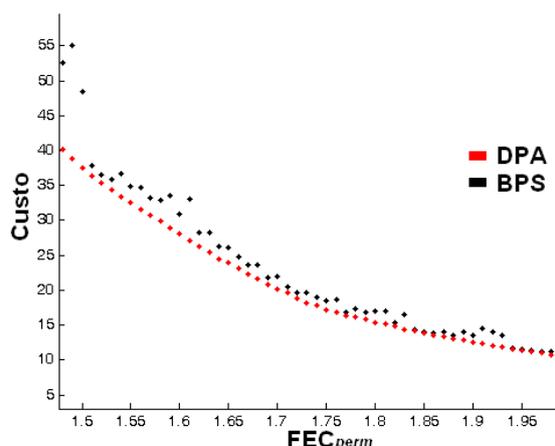


Figura 4: Curva *trade-off* - 150 equipamentos

Outro ponto importante, é a observação de algumas soluções presentes nas curvas. Na instância menor, notam-se em alguns valores de FEC_{perm} que o algoritmo DPA não melhora o valor da solução mesmo com valores de restrição permitidos mais brandos. O fato da solução ser composta por 50 equipamentos, leva o algoritmo a ter poucas opções de otimização, ou seja, esse aumento no valor do FEC_{perm} não é suficiente para que o algoritmo encontre alguma mudança benéfica na solução. Nesses mesmos pontos em questão, nota-se um diferente comportamento do método heurístico, melhorando a solução atual em alguns casos e piorando em outros.

Observa-se também que conforme o número de equipamentos cresce, a curva *trade-off* obtida pelo algoritmo DPA fica mais suave e as soluções encontradas são mais diversificadas. Isso acontece pois a solução possui mais opções de otimização.

6.2 Segundo Experimento

O segundo experimento tem como foco a análise dos valores de custo e tempos computacionais obtidos pelos algoritmos para instâncias maiores.

A Tabela 1 mostra os resultados obtidos para a instância com 300 equipamentos, destacando em negrito os melhores valores para custo, tempo computacional e ganho percentual referente aos valores de custo.

FEC	DPA		BPS		Ganho %
	Custo x1000	Tempo (s)	Custo x1000	Tempo (s)	
2.97	80.498	11.52	107.627	290.82	25.20
3.25	53.466	52.24	54.908	250.84	2.61
3.53	33.562	124.73	35.879	1295.74	6.45
3.81	24.962	242.03	26.664	1681.95	6.38
4.40	19.169	398.08	22.214	231.55	13.70

Tabela 1: Resultados - Instância com 300 equipamentos

O algoritmo DPA obteve os melhores resultados de custo para todos valores de restrição de FEC_{perm} testados. O tempo computacional também foi melhor que o obtido pelo algoritmo BPS, exceto no último caso. É importante ressaltar os ganhos percentuais calculados com base na redução dos valores de custos de investimentos obtidos pelas soluções encontradas, chegando a 25% no melhor caso.

Visando explorar o crescimento do tempo computacional, criou-se uma instância com 400 equipamentos.

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos pelos algoritmos para essa instância.

FEC	DPA		BPS		Ganho %
	Custo x1000	Tempo (s)	Custo x1000	Tempo (s)	
3.96	106.270	25.75	142.048	7258.34	25.18
4.33	70.830	111.82	72.987	705.41	2.95
4.70	44.351	255.74	47.611	2240.45	6.84
5.07	33.111	446.88	38.455	1290.74	13.89
5.44	24.437	712.90	28.601	5070.50	14.55

Tabela 2: Resultados - Instância com 400 equipamentos

Os resultados de valores de custo encontrados mostram que a performance dos algoritmos foram semelhantes à performance na instância anterior, destacando apenas o caso do valor de confiabilidade (FEC) permitido, $\alpha = 0.8$, onde o ganho percentual calculado em relação aos valores de custos de investimentos foi o dobro do valor percentual encontrado na instância anterior para o mesmo caso. Isso mostra que as soluções obtidas pelo método heurístico BPS possuem uma boa aproximação quanto as soluções ótimas encontradas pelo método exato DPA.

Quanto aos tempos computacionais, o algoritmo DPA apresentou crescimento linear em relação ao aumento no número de equipamentos. Porém, o mesmo não aconteceu com o algoritmo BPS, o qual teve um aumento significativo.

Cabe ressaltar que uma solução determina o planejamento de manutenção preventiva para o longo prazo, o que torna o tempo computacional uma questão menos relevante quanto aos valores

de investimento encontrados. Contudo, as instâncias analisadas são de pequeno porte, o que implica que em uma instância real o algoritmo BPS não seja eficiente computacionalmente para o problema.

6.3 Discussão

Os estudos de casos apresentaram uma comparação entre a abordagem de programação dinâmica e um método heurístico. Criou-se cinco instâncias de tamanhos distintos a partir da rede radial adaptada por (Reis, 2007). Três dessas instâncias foram criadas para o primeiro experimento, que visava a análise das curvas de *trade-off*. As outras duas instâncias foram utilizadas no segundo experimento, e buscavam uma análise quanto ao ganho percentual obtido pelas soluções encontradas.

Os experimentos mostraram um ganho significativo no custo e tempo computacional para a abordagem de programação dinâmica. Contudo, quando a abordagem é executada para mais de um ano de horizonte de planejamento, tem-se a explosão combinatorial dada pelo *princípio de Bellman* (Bellman, 2003). Uma vez que se aumenta uma dimensão da mochila a cada período acrescentado, os recursos computacionais aumentam exponencialmente.

Para contornar essa explosão combinatorial, estão sendo estudadas técnicas alternativas como a programação dinâmica estocástica e programação dinâmica diferencial.

Com essas técnicas, a programação dinâmica perderá a garantia de otimalidade mas ainda proverá boas soluções.

7 Conclusões

Foi proposta uma abordagem do problema da mochila usando programação dinâmica para o problema de alocação de recursos de manutenção em redes de distribuição de energia elétrica.

Aplicou-se a abordagem ao estudo de um ou mais períodos de horizonte de planejamento, desenvolvendo um modelo para o problema da mochila adaptado.

Um estudo de casos foi realizado, com a finalidade de analisar a robustez e a qualidade das soluções obtidas pelos algoritmos, aplicando-os a cinco instâncias criadas. Os resultados obtidos pela abordagem de programação dinâmica foram promissores em relação ao método heurístico, tanto valores de custo de manutenção quanto aos tempos computacionais.

Finalmente, produziu-se uma discussão com base na análise dos resultados, destacando a aplicação da abordagem de programação dinâmica para mais de um período de horizonte de planejamento, e explorando alternativas de

aproximações para o algoritmo com o objetivo de evitar a explosão combinatorial.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho tem o apoio da CAPES e CNPq.

Referências

- Bacalhau, E. T. (2009). *Heuristic methods for optimal allocation of maintenance resources on electric power distribution networks*, Master's thesis, Campinas State University. In Portuguese.
- Bellman, R. E. (2003). *Dynamic Programming*, Dover Publications, Incorporated.
- Bertling, L., Miranda, V., Matos, M. A. and Hilber, P. (2007). Multiobjective optimization applied to maintenance policy for electrical networks, *IEEE Transactions on Power Systems* .
- Endrenyi, J. and Anders, G. (2006). Aging, maintenance and reliability, *IEEE power & energy magazine* pp. 59–67.
- Martello, S. and Toth, P. (1990). *Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations*, Wiley, New York.
- Puchinger, J., Raidl, G. R. and Pferschy, U. (2010). The multidimensional knapsack problem: Structure and algorithms, *INFORMS J. on Computing* **22**: 250–265.
- Reis, P. A. (2007). *Otimização baseada em confiabilidade de planos de manutenção de sistemas de distribuição de energia elétrica*, Mestrado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação - Universidade Estadual de Campinas, Campinas - SP - Brazil.
- Siqueira, I. P. (2005). *Manutenção Centrada na Confiabilidade: Manual de Implementação*, Qualitymark Editora LTDA., Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Sittithumwat, A., Soudi, F. and Tomsovic, K. (2004). Optimal allocation of distribution maintenance resources with limited information, *Electric Power Systems Research* **68**: 208 – 220.