

PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DIFERENCIAL APLICADA AO PLANEJAMENTO DE RECURSOS DE MANUTENÇÃO PREVENTIVA EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Eduardo Tadeu Bacalhau

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação - UNICAMP
Cidade Universitária Zeferino Vaz, Av. Albert Einstein, 400. CEP.:13083-852, Campinas - SP
E-mail: dudubaca@gmail.com

Fábio Luiz Usberti

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação - UNICAMP
Cidade Universitária Zeferino Vaz, Av. Albert Einstein, 400. CEP.:13083-852, Campinas - SP
E-mail: fusberty@gmail.com

Celso Cavellucci

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação - UNICAMP
Cidade Universitária Zeferino Vaz, Av. Albert Einstein, 400. CEP.:13083-852, Campinas - SP
E-mail: celsocv@densis.fee.unicamp.br

Resumo

O problema de manutenção em redes de distribuição de energia descreve a relação entre a confiabilidade do sistema e a alocação de recursos de manutenção preventiva e corretiva. Este trabalho propõe uma abordagem de programação dinâmica diferencial, que busca as melhores ações de planejamento para o problema. A abordagem é aplicada a um ou mais anos de horizonte de planejamento e um estudo de casos é elaborado com o objetivo de mostrar a comparação de desempenho computacional entre a abordagem proposta e um algoritmo genético híbrido previamente desenvolvido. A análise dos resultados destaca a eficiência e as dificuldades da abordagem proposta, apontando para pesquisas futuras.

PALAVRAS-CHAVE: confiabilidade, programação dinâmica diferencial, manutenção preventiva, sistemas de potência.

Abstract

The maintenance problem on electric power distribution network describes the relation between the system reliability and the allocation of budget resources of preventive and corrective maintenance. This work proposes a differential dynamic programming approach, seeking the best scheduled maintenance actions to the problem. The approach is applied to one and more years of horizon planning and a case study is presented in order to produce a comparative performance study between the proposed approach and a hybrid genetic algorithm previously developed. The analysis of results highlights the efficiency and the difficulties of the proposed approach, pointing to future research.

KEY-WORDS: reliability, differential dynamic programming, preventive maintenance, power systems.

1 Introdução

Este trabalho descreve uma abordagem de programação dinâmica diferencial para a alocação de recursos para a manutenção preventiva em redes de distribuição de energia elétrica. Um estudo de casos é elaborado com o intuito de elaborar uma comparação de desempenho computacional entre a abordagem proposta e uma abordagem de algoritmo genético híbrido previamente desenvolvido (Reis, 2007). O problema é representado por um modelo matemático que busca reduzir os custos de manutenção considerando a confiabilidade do sistema. O objetivo da manutenção preventiva em redes de distribuição é estender a vida útil do equipamento que compõe o sistema, diminuindo a possibilidade de falha na transmissão de energia elétrica (Endrenyi et al., 2001).

Visando resolver o problema de planejamento da manutenção preventiva, encontra-se na literatura muitos métodos desenvolvidos ao longo dos anos, como mostra Wang (2002). Os métodos possuem aplicações mono-objetivo e multi-objetivo (Sittithumwat et al., 2004; Jayakumar and Asgarpoor, 2004) descrevem modelos de programação linear inteira, buscando maximizar a confiabilidade do sistema. Pode-se ainda destacar técnicas para a solução do problema, tais como: a programação dinâmica com aproximações (Yamayee et al., 1983); *branch-and-bound* (Moghaddam and Usher, 2011); e programação binária (Soudi and Tomsovic, 1998), que é utilizada para explorar os índices de confiabilidade de uma rede. Em Endrenyi et al. (1998) os autores descrevem o impacto na confiabilidade do sistema de distribuição do processo de deterioração dos elementos através do modelo AMP (*Asset Management Planner*).

Explorando as técnicas utilizadas, é importante ressaltar algumas heurísticas desenvolvidas para o problema. Algoritmos Genéticos (Kuntz et al., 2002; Reis, 2007), otimização por Enxame de Partículas (Bertling et al., 2007; Pereira et al., 2010) e otimização ordinária (Park and Yoon, 2012), são propostas como uma boa alternativa para a obtenção de bons planejamentos.

Na seção 2 são descritos os modelos matemáticos do problema, o modelo de taxa de falha e o modelo de cálculo da confiabilidade do sistema. O algoritmo genético híbrido é apresentado resumidamente na seção 3, e a proposta de programação dinâmica diferencial, em conjunto com os aspectos análogos à programação dinâmica, são apresentados na seção 4. O estudo comparativo entre as duas abordagens e a análise dos resultados são apresentados no capítulo 5. Por fim, no capítulo 6, as conclusões finais são destacadas, apontando para futuras investigações na pesquisa.

2 Formulação do Problema

Uma rede de distribuição de energia elétrica pode ser considerada como um sistema complexo e seu bom funcionamento depende do desempenho do conjunto de seus componentes. Transformadores, cabos e alimentadores (Costa et al., 2011), são alguns dos tipos de equipamentos que compõem a rede, considerando que cada um deles possui uma probabilidade de falhar (Endrenyi and Anders, 2006). As falhas devem ser evitadas por ações de manutenção preventiva aplicadas a cada um dos equipamentos, pois se uma falha acontece a confiabilidade do sistema é afetada. Sendo assim, a formulação matemática é baseada nas escolhas de ações de manutenção preventiva associada à uma restrição de confiabilidade (Usberti et al., 2012).

2.1 Redes Radiais

Uma rede radial pode ser dividida por seções, ou blocos, que são determinados pela alocação de equipamentos de proteção (disjuntores, chaves-fusíveis e religadores). Esses equipamentos têm como função prevenir a propagação da falha ao longo da rede elétrica de distribuição.

A principal característica de uma rede radial é a propagação de uma falha. Se algum equipamento falhar em uma determinada seção, as seções seguintes também serão afetadas por essa falha ocorrida. Isso implica que as seções mais próximas da subestação de energia podem

ser consideradas mais impactantes em relação a confiabilidade do sistema do que as outras mais distantes devido ao número de consumidores atingidos pela falha. A Figura 1 ilustra um exemplo de rede radial separada por seções.

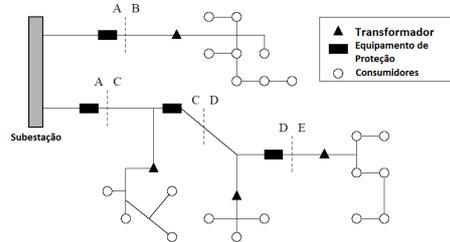


Figura 1: Rede Radial de Referência (Reis, 2007).

2.2 Modelo de Taxa de Falhas

Cada equipamento possui um conjunto de ações de manutenção associado a multiplicadores de taxa de falha. Os multiplicadores descrevem o processo de deterioração desses equipamentos a cada período de tempo dado. O tipo ação de manutenção determinará a variação do valor de multiplicador de taxa de falha associado. Sendo assim, o modelo de taxa de falha pode ser representado pelas seguintes equações:

$$\sum_{n \in N_{k_e}} x_{en}^t = 1 \quad (1)$$

$$\lambda_e^t = \lambda_e^{(t-1)} \sum_{n \in N_{k_e}} \delta_{k_e n} x_{en}^t \quad (2)$$

$$\lambda_s^t = \sum_{e \in E_s} \lambda_e^t \quad (3)$$

Sendo λ_e^t a taxa de falha para o equipamento e no período t , λ_s^t a taxa de falha da seção s no período t , N_{k_e} o conjunto de todas as ações de manutenção preventiva, $\delta_{k_e n}$ o multiplicador de taxa de falha do equipamento de tipo k_e para o nível de manutenção n e x_{en}^t a variável *booleana* que descreve se o equipamento e recebeu ($x_{en}^t = 1$) ou não ($x_{en}^t = 0$) manutenção de nível n no período t .

Para esse trabalho foi adotado um único nível de manutenção. Ou seja, o conjunto de ações de manutenção preventiva é composto por dois elementos, recebeu ou não recebeu manutenção preventiva.

2.3 Confiabilidade do Sistema

A Frequência Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora (FEC) é o índice que mede a confiabilidade do sistema (Billinton and Billinton, 1989). Esse índice é relevante quando as redes de distribuição atendem principalmente residências (Soudi and Tomsovic, 2001), medindo a energia elétrica disponível para os consumidores.

Como o índice é relevante para áreas residenciais e essas são demarcadas pelas seções definidas na rede de distribuição, o índice de confiabilidade FEC pode ser calculado da seguinte forma (Billinton and Allan, 1996):

$$FEC^t = \frac{\sum_{s \in S} \lambda_s^t N_s}{NT} \quad (4)$$

Sendo S o conjunto de seções, N_s o número de clientes que seção s atende, NT o número total de clientes que a rede de distribuição atende e FEC^t o valor de confiabilidade calculado para o período t .

2.4 Modelo Matemático

O modelo matemático consiste em minimizar os custos de manutenção preventiva e corretiva dado um conjunto de ações de manutenção, buscando um planejamento ótimo que mantenha a confiabilidade de serviço determinada.

$$\min_{x_{en}^t} \sum_{t=1}^{HP} \left\{ \sum_{e \in E} \left[\sum_{n \in N_{k_e}} (p_{k_{en}} x_{en}^t) + \lambda_e^t c_{k_e} \right] \times \alpha_t \right\} \quad (5)$$

$$s.a. \quad FEC^t \leq FEC_\varepsilon \quad \forall t = 1, \dots, HP \quad (6)$$

Sendo E o conjunto de equipamentos que podem receber manutenção preventiva, FEC_ε o valor máximo de FEC permitido, $p_{k_{en}}$ o custo para a ação de manutenção preventiva de nível n para o equipamento k_e , c_{k_e} o custo para a ação de manutenção corretiva para o equipamento k_e , HP o número de períodos de horizonte de planejamento e α_t a taxa de juros calculada a cada período.

3 Algoritmo Genético Híbrido

A abordagem de Algoritmo Genético Híbrido (AGH) foi desenvolvida por Reis (2007), com o objetivo de solucionar o problema multi-objetivo de alocação de recursos para manutenção preventiva de redes de distribuição e pode ser resumida como descrevem os itens a seguir:

Representação dos Indivíduos: Os indivíduos são representados como um vetor de números reais, onde cada elemento da rede de distribuição possui uma posição neste vetor. Os valores são normalizados e definidos no intervalo entre 0 e 1. Esse vetor define o quanto de recurso pode ser destinado para cada equipamento. A partir disso, seleciona-se a cada iteração as ações de manutenção para os investimentos alocados;

População Inicial: Uma heurística construtiva é desenvolvida, associando uma função de avaliação que determina a relação custo/benefício. Ela seleciona um elemento na população e escolhe seu nível de manutenção de acordo com a equação do cálculo do custo-benefício. Esse processo se repete até que a população atinja a factibilidade;

Avaliação e Seleção dos Indivíduos: Os indivíduos da população são avaliados por meio da função de aptidão associada à formulação proposta. Essa função é chamada de função *fitness* e será determinante no processo de seleção. A seleção é determinada por torneio, onde um conjunto de indivíduos é escolhido aleatoriamente na população;

Recombinações e Mutações: A busca no espaço de soluções é realizada através de dois operadores: reprodução e mutação. O operador de reprodução é do tipo aritmético. Esse operador gera um novo indivíduo como uma combinação linear dos indivíduos *pais*, buscando características hereditárias. O operador de mutação gera um novo indivíduo através de uma perturbação em cada posição do vetor real, visando aumentar a diversidade na população;

Atualização das Populações: A abordagem utiliza a estratégia *steady-state*, onde um ou dois indivíduos são gerados a cada iteração, concorrendo com seus *pais* para serem incluídos na população. Porém, indivíduos duplicados não são inseridos na população, evitando a perda de diversidade;

Critério de Parada: O critério de parada foi determinado pelo número máximo de iterações e por uma condição que verifica a convergência da população. A convergência foi medida pelo nível de diversidade da população;

Parâmetros: O tamanho da população, a taxa de mutação, o número máximo de iterações, o progresso mínimo do AG e o tamanho da população inicial na heurística construtiva são parâmetros presentes na abordagem e são determinados empiricamente para cada conjunto de casos estudados;

Hibridização do Algoritmo Genético: Buscas locais foram incorporadas à abordagem, baseando-se em conhecimento prévio do problema. Explora localmente o espaço de soluções, procurando realocar investimentos entre pares de elementos em ações mais efetivas e aumentando a confiabilidade de serviço.

4 Programação Dinâmica

4.1 Introdução

Desenvolvida por Bellman (2003), a programação dinâmica é uma técnica de programação matemática que consiste em resolver um problema de otimização dado da seguinte forma:

$$\text{Min}_{u_0, u_1, \dots, u_{T-1}} \left\{ \sum_{j=0}^{T-1} \varphi_j(x_j, u_j) + \Psi(x_T) \right\} \quad (7)$$

s.a:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= f_k(x_k, u_k) \\ \underline{x} &\leq x_j \leq \bar{x} \\ \underline{u} &\leq u_j \leq \bar{u} \end{aligned} \quad (8)$$

Sendo $\varphi_j(x_j, u_j)$ a função recursiva, x_j o estado x no estágio j , u_j a variável de controle aplicada a x_j e $\Psi(x_T)$ a função associada ao valor final de estado x_T .

A cada estágio, os valores de estados são calculados baseados nas variáveis de controle escolhidas e, associada a cada estado x_k , é calculada a função de custo acumulativa. Essa função se refere aos valores de custo das ações de manutenção preventiva e corretiva calculados para cada variável de controle escolhida:

$$F_k(x_k) = \text{Min}_{u_0, u_1, \dots, u_{T-1}} \left\{ \sum_{j=k}^{T-1} \varphi_j(x_j, u_j) + \Psi(x_T) \right\} \quad (9)$$

Dada as Equações 7, 8 e 9, uma equação recursiva pode ser definida:

$$F_k(x_k) = \min_{u_k} \{ \varphi_k(x_k, u_k) + F_{k+1}(x_{k+1}) \} \quad (10)$$

A função de custo ótima e o controle ótimo são guardados a cada estado $(F_k(x_k), u_k^*(x_k))$. Deste modo, trajetória ótima e os controles ótimos são calculados após todos os estágios e estados terem sido explorados. A Equação 11 descreve o cálculo da trajetória e controle ótimo.

$$x_{k+1}^* = f_k(x_k^*, u_k^*) \quad (11)$$

4.2 Adaptação ao Problema de Manutenção

O problema de manutenção preventiva em redes de distribuição pode ser estudado como um caso do problema da mochila (Bacalhau et al., 2012). O tamanho da mochila é o valor de restrição de confiabilidade definida para o problema, enquanto as ações de manutenção são tratadas como o volume dos objetos inseridos na mochila.

Na programação dinâmica, o conjunto de ações de manutenção pode ser definido como as variáveis de controle. Considerando nesse estudo apenas dois níveis de manutenção (realizar ou não manutenção preventiva), as variáveis de controle u são definidas como:

$$\begin{cases} u = \{0, 1\} & \text{para um período de planejamento} \\ u = \{00, 01, 10, 11\} & \text{para dois períodos de planejamento} \\ \vdots & \vdots \\ u = \{2^n \text{ options}\} & \text{para } n \text{ períodos de planejamento} \end{cases}$$

Os estágios são definidos como os equipamentos da rede. Deste modo, os estados representam o cálculo da restrição de confiabilidade para cada variável de controle escolhida. As equações seguintes ilustram esse cálculo:

$$x_{k+1} = x_k + \frac{\lambda_k(u_k)N_s}{NT}, \quad (12)$$

com,

$$\lambda_k(u_k) = \lambda_k^i \sum_{n \in N_{k_e}} \delta_{k_e n} X_{kn}(u_k) \quad (13)$$

Sendo λ_k^i a taxa de falha inicial para o equipamento k e x_k a taxa de falha acumulado ao longo dos estágios. Os outros parâmetros são definidos nas seções 2.2 e 2.3 já apresentadas, onde k representa o equipamento e .

Se x_{k+1} é factível considerando o horizonte de planejamento estudado ($x_{k+1} \leq FEC_e$), então pode-se expressar as equações recursivas:

$$F_k(x_k) = \min_{u_k} \left\{ \left[\sum_{n \in N_{k_e}} (p_{k_e n} X_{kn}(u_k)) + \lambda_k(u_k) c_{k_e} \right] + F_{k+1}(x_{k+1}) \right\} \quad (14)$$

Sendo $F_{k+1}(x_{k+1})$ o custo de manutenção acumulado para x_{k+1} até o último passo do procedimento.

A Figura 2 ilustra o diagrama de construção dos estados ao longo dos estágios. Cabe ressaltar que, nesse problema específico, a escolha do procedimento utilizado (*backward* ou *forward*) para a obtenção da trajetória ótima do método é indiferente, ou seja, o problema é independente em relação ao tempo.

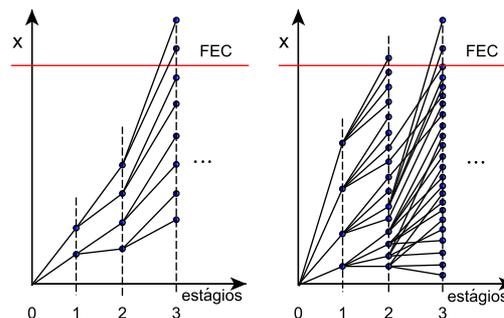


Figura 2: Diagrama de estados para um e dois períodos de horizonte de planejamento

4.3 Programação Dinâmica Diferencial

4.3.1 Introdução

As desvantagens do método de programação dinâmica são a memória computacional e o tempo computacional requeridos. Algumas aproximações para o método foram estudadas mas são inexpressivas quando aplicadas a problemas reais.

Para o problema proposto, o método de programação dinâmica apresenta o problema de explosão combinatorial, usualmente mencionado como a ‘maldição da dimensionalidade’ (*‘curse*

of dimensionality') (Larson, 1968; Kirk and Kreider, 1970). O número de estados a cada estágio e , calculado para cada período de horizonte de planejamento HP , é dado por $2^{(e^{HP})}$.

Para diminuir a complexidade do problema, é desenvolvido um método iterativo, chamado programação dinâmica diferencial (Lyra and Ferreira, 1995), que a partir de uma solução inicial, ou trajetória inicial, satisfazendo as condições de factibilidade do problema, busca encontrar melhores soluções dentro de uma vizinhança determinada para essa solução inicial. A cada iteração uma melhor trajetória é encontrada e utilizada como a nova solução inicial para a próxima iteração (Heidari et al., 1971).

4.3.2 Trajetória Inicial

Na abordagem desenvolvida, a trajetória inicial é determinada por uma heurística construtiva que, através de funções custo-benefício (CB), determinam uma medida de investimento para cada equipamento da rede de distribuição. Duas funções são utilizadas para a construção da medida e são ativadas de acordo com a restrição de confiabilidade.

$$CB1(t, e) = \frac{(\delta'_{k_e} - \delta''_{k_e})N_s}{p_{k_e n} \exp(t)} \quad (15)$$

$$CB2(t, e) = \frac{(FEC_{perm} - FEC_{min})(\delta'_{k_e} - \delta''_{k_e})N_s}{p_{k_e n}}, \quad (16)$$

Sendo $\delta'_{k_e n}$ o multiplicador da taxa de falha para o equipamento k_e que não recebeu manutenção preventiva, $\delta''_{k_e n}$ o multiplicador da taxa de falha para o equipamento k_e que recebeu manutenção preventiva, N_s o número de clientes da seção que abrange o equipamento k_e , $p_{k_e n}$ o custo de manutenção preventiva para o equipamento k_e , FEC_{min} o valor de FEC calculado quando a confiabilidade de serviço é máxima e FEC_{perm} o FEC máximo permitido para o problema.

A partir do cálculo desse investimento, cada uma das medidas é comparada com aquela de maior valor, e constrói-se a solução inicial através do teste de factibilidade da solução (Bacalhau et al., 2009).

4.3.3 Construção do Túnel

Após a construção da trajetória inicial, constrói-se um corredor, uma espécie de túnel em volta dessa solução, determinando os intervalos com os limitantes superiores e inferiores onde o método de programação dinâmica será aplicado. Dentro desses limitantes, o método busca uma nova trajetória com valor menor de custo de manutenção, que será denominada trajetória inicial para a próxima iteração do algoritmo.

O processo iterativo é repetido até que nenhuma outra nova trajetória seja encontrada. A Figura 3 ilustra um processo iterativo do algoritmo.

Os tamanhos da largura podem ser determinadas de várias formas. Nesse trabalho, a largura é calculada de forma variante para cada estágio (equipamento), sendo determinada pelos valores dos multiplicadores de taxa de falha. A cada estágio da trajetória inicial está associada uma ação de manutenção preventiva, seja para um ou mais períodos de horizonte de planejamento. O algoritmo encontra as possíveis mudanças nas ações de manutenção preventiva e calcula, através dos multiplicadores de taxa de falha, o valor de largura superior A^S e inferior A^I , como ilustram as seguintes equações:

$$A^S_{k+1} = \begin{cases} x_{k+1} & \text{se não é possível a mudança de ação} \\ x_k + \left(\frac{\lambda_k^i \sum_{n \in N_{k_e}} \delta'_{k_e n} x_{kn} (u_k) N_s}{N_T} \right) \times \beta & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (17)$$

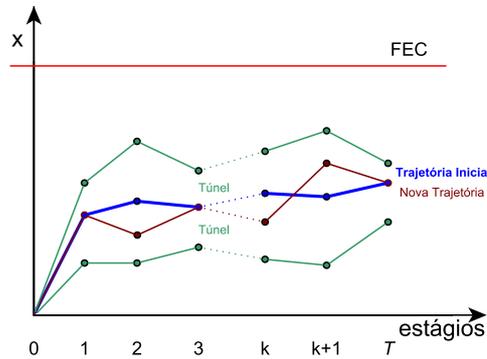


Figura 3: Diagrama de estados para a Programação Dinâmica Diferencial

$$A_{k+1}^I = \begin{cases} x_{k+1} & \text{se não é possível a mudança de ação} \\ x_k + \left(\frac{\lambda_k^i \sum_{n \in N_{ke}} \delta_{ken}'' x_{kn} (u_k) N_s}{N_T} \right) \times \beta & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (18)$$

Sendo β um parâmetro definido no intervalo $[0, 1]$ com o intuito de controlar o valor de largura e reduzir o esforço computacional. Considerando que o número de trajetórias promissoras (com menores valores de custo de manutenção) vai diminuindo ao longo das iterações, a largura pode se tornar excessiva. Desse modo, o parâmetro $\tau \in [0, 1]$ é aplicado ao algoritmo. Sua função é diminuir o valor de β linearmente a cada iteração, e conseqüentemente, diminuir a largura do túnel, como descreve a Equação 19.

$$\beta = \beta \times \tau \quad (19)$$

4.3.4 Considerações

Muitos aspectos podem ser discutidos em relação ao processo de construção da largura do túnel e ao método de programação dinâmica.

O método apresenta várias vantagens quanto à aplicação do problema de manutenção de redes. O fato da composição dos estágios ser atemporal é importante em relação a análise da construção dos estados, e conseqüentemente, ao cálculo da largura do túnel variante.

Outro fator é como a forma da trajetória pode descrever o comportamento das ações de manutenção preventiva. Quanto mais próxima a trajetória é do limite de confiabilidade (quanto mais alta), menor será o custo de manutenção preventiva. Ou ainda, picos ou declives acentuados na trajetória, indicam uma maior ou menor importância da manutenção para aquele equipamento específico.

O procedimento de cálculo da largura do túnel conduz a perguntas relevantes sobre o problema. Larguras maiores, ou mesmo túneis estreitos em estágios específicos, são pontos que ressaltam a importância da relação custo-benefício dos equipamentos na rede. Essa relação aponta para futuras pesquisas, buscando novas estratégias de construção do túnel.

5 Estudo de Casos

O objetivo do estudo de casos é produzir uma comparação de desempenho computacional entre as abordagens de Algoritmo Genético Híbrido (AGH) e Programação Dinâmica Diferencial (PDD).

O objeto de estudos é a rede radial utilizada por Sittithumwat et al. (2004) e adaptada por Reis (2007), mencionada na seção 2.1 e ilustrada na Figura 1. A rede é composta por sete seções, que

atendem a um total de 5000 consumidores. A Figura 4 apresenta o tipo de rede e o número de consumidores de cada uma das seções.

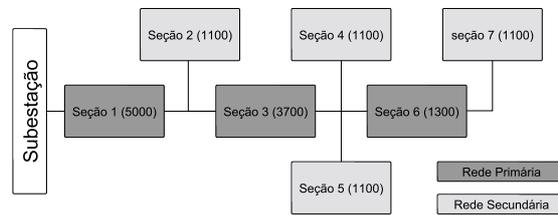


Figura 4: Rede Referência

Baseadas nessa topologia, três instâncias foram criadas para o experimento, sendo compostas por 50, 100 e 200 equipamentos. Os equipamentos podem ser descritos por dez tipos, os quais são apresentados pela Tabela 1. A Tabela mostra os valores de custo de manutenção preventiva e corretiva, os valores dos multiplicadores de taxa de falha para quando a manutenção preventiva é realizada e para quando não é realizada, e a taxa de falha inicial de cada equipamento.

Tipo de Equipamento	c_{k_e}	$p_{k_{en}}$	δ'_{k_e}	δ''_{k_e}	λ_e^{i*}
Cabo	0.06	0.03	0.92	1.08	0.02
Infra-estrutura 1	0.94	0.47	0.79	1.26	0.05
Infra-estrutura 2	0.94	0.47	0.79	1.26	0.05
Poste 1	14.5	7.25	0.69	1.2	0.001
Poste 2	14.5	7.25	0.69	1.2	0.001
Regulador	16	8	0.89	1.12	0.029
Religador	1.2	0.6	0.91	1.28	0.015
Poda Primária	2.05	1.025	0.95	1.51	0.05
Poda Secundária	1.05	0.525	0.95	1.51	0.05
Transformador	1.692	0.846	0.95	1.51	0.01

*taxa de falha inicial para o equipamento e

Tabela 1: Equipamentos

Os limites de confiabilidade de serviço utilizados no experimento são definidos com base nos valores mínimos (FEC_{min}) e máximos (FEC_{max}) de cada um dos casos. Esses valores extremos podem ser calculados assumindo os casos onde todos os equipamentos da rede não recebem manutenção e onde todos os equipamentos recebem manutenção preventiva, respectivamente. Dados esses valores, varia-se o valor de restrição de confiabilidade entre esse intervalo de factibilidade com o intuito de explorar a eficiência do algoritmo desenvolvido. A equação a seguir mostra como são calculados as restrições (FEC_ε) para cada um dos casos estudados.

$$FEC_\varepsilon = FEC_{min} + (FEC_{max} - FEC_{min}) \times \varepsilon \quad (20)$$

Onde $\varepsilon = [0.1, 0.2, \dots, 0.9]$ são valores escolhidos de forma que o intervalo de factibilidade seja dividido em subintervalos.

As abordagens são executadas para um, dois e três anos de horizonte de planejamento para cada uma das instâncias criadas. São observados os valores de custo de manutenção e tempo computacional requerido. Os parâmetros definidos para a abordagem de programação dinâmica diferencial são ajustados conforme as instâncias aplicadas, buscando sempre obter os melhores resultados de custo de manutenção possíveis em detrimento aos valores de tempo computacional.

As Tabelas 2, 3 e 4 apresentam os melhores resultados obtidos pelas abordagens.

ε	FEC _e	Horizonte de Planejamento 1				FEC _e	Horizonte de Planejamento 2				FEC _e	Horizonte de Planejamento 3			
		AGH		PDD			AGH		PDD			AGH		PDD	
		Custo	Tempo	Custo	Tempo		Custo	Tempo	Custo	Tempo		Custo	Tempo	Custo	Tempo
0.1	0.5228	14.0922	1.5100	14.0922	7.8600	0.5461	22.0686	2.1070	21.9418	3.0000	0.5783	32.4009	2.4300	31.3922	9.3800
0.2	0.5475	11.4423	1.5500	11.4423	3.0900	0.5941	18.5038	2.4400	18.2324	3.2900	0.6586	27.6923	2.3130	26.8830	8.1600
0.3	0.5722	9.5075	1.7710	9.2147	2.5400	0.6421	16.2506	1.9800	15.5550	2.0800	0.7388	23.8834	2.5170	23.4601	3.5700
0.4	0.5969	7.6563	1.6690	7.2978	1.5200	0.6901	14.0272	1.6600	13.2675	3.2700	0.8191	20.8454	2.5150	20.5341	9.3400
0.5	0.6217	6.7009	1.2480	6.2706	0.8400	0.7380	12.0596	1.8880	11.8746	1.7100	0.8993	18.6465	2.2380	18.5700	6.6200
0.6	0.6464	5.7332	1.3730	5.3328	0.7300	0.7860	10.7019	1.7620	10.6244	0.9600	0.9795	16.6132	1.9620	16.5797	9.9000
0.7	0.6711	4.7657	1.2330	4.4370	0.7100	0.8340	9.3906	1.5460	9.2370	1.2200	1.0598	14.9183	2.8120	14.7850	6.2200
0.8	0.6958	3.8997	1.2170	3.8997	0.5200	0.8820	8.5096	1.2800	8.2157	1.1800	1.1400	13.7833	1.5600	13.6939	7.9000
0.9	0.7205	3.8698	1.5910	3.4518	0.6100	0.9300	7.6695	1.4590	7.4349	1.1800	1.2203	12.6575	1.4890	12.6571	2.8600

* × R\$1000,00
** em segundos

Tabela 2: Instância com 50 equipamentos.

ε	FEC _e	Horizonte de Planejamento 1				FEC _e	Horizonte de Planejamento 2				FEC _e	Horizonte de Planejamento 3			
		AGH		PDD			AGH		PDD			AGH		PDD	
		Custo	Tempo	Custo	Tempo		Custo	Tempo	Custo	Tempo		Custo	Tempo	Custo	Tempo
0.1	0.9701	27.1028	7.7380	27.1028	12.0400	1.0083	40.3672	6.9110	40.1359	13.2200	1.0594	57.4389	13.6030	57.1865	63.1200
0.2	1.0151	21.7470	5.2730	21.7470	4.8700	1.0914	33.8143	7.6750	33.2717	9.5000	1.1938	48.6810	10.4360	48.1228	19.9600
0.3	1.0651	17.7754	5.6160	17.7575	6.5800	1.1746	28.3522	8.9850	28.1102	9.8100	1.3281	41.8718	13.3380	41.7232	27.0700
0.4	1.1051	14.0193	5.3500	14.0193	2.4900	1.2578	24.2285	6.7080	23.6857	6.4200	1.4625	36.6895	9.6990	36.4523	45.6400
0.5	1.1501	11.1828	5.3940	11.1828	3.2100	1.3409	21.0061	7.3010	20.7861	7.2000	1.5968	32.8264	8.8290	32.6412	59.2600
0.6	1.1951	9.3072	5.1170	9.3072	0.9400	1.4241	18.6491	6.1780	18.5475	5.3500	1.7311	29.1222	10.3120	28.9845	28.7400
0.7	1.2401	8.2921	4.5550	8.0827	1.8300	1.5073	16.7800	5.7010	16.3446	9.1200	1.8655	26.4701	6.7700	26.4612	43.9800
0.8	1.2851	7.3367	3.1670	7.0974	0.7500	1.5905	15.0885	6.3710	14.7827	5.9000	1.9998	24.4608	6.9880	24.2228	22.5700
0.9	1.3301	6.4409	3.3230	6.2314	1.6300	1.6736	13.7909	4.3210	13.5856	9.7300	2.1342	22.9409	4.4930	22.7315	31.7400

Tabela 3: Instância com 100 equipamentos.

ε	FEC _e	Horizonte de Planejamento 1				FEC _e	Horizonte de Planejamento 2				FEC _e	Horizonte de Planejamento 3			
		AGH		PDD			AGH		PDD			AGH		PDD	
		Custo	Tempo	Custo	Tempo		Custo	Tempo	Custo	Tempo		Custo	Tempo	Custo	Tempo
0.1	1.8470	59.5421	15.3220	59.5421	12.2900	1.9130	74.0062	13.1670	73.4132	89.6700	1.9997	106.0700	27.8750	105.3089	300.1500
0.2	1.9300	40.4484	5.2220	40.1615	17.7000	2.0621	61.6521	9.1900	61.6521	69.1900	2.2353	89.1858	23.7350	88.1263	12.2100
0.3	2.0130	33.2342	13.4190	33.2104	28.1600	2.2111	52.6790	14.6020	52.2803	27.1200	2.4710	78.2768	28.6810	77.1054	66.5650
0.4	2.0960	26.3427	9.4280	25.8904	18.1000	2.3602	44.4563	9.1290	44.4563	20.2700	2.7067	68.4550	17.1160	67.9645	56.8780
0.5	2.1791	20.6568	5.3400	20.6568	16.2800	2.5092	39.4548	16.1350	38.5850	10.3700	2.9424	61.1470	10.1810	60.8616	71.6980
0.6	2.2621	18.1375	5.2000	17.5390	6.6800	2.6582	35.5678	8.4260	34.3039	25.9010	3.1780	54.9290	12.4210	53.8012	104.7800
0.7	2.3451	15.9278	5.9790	15.4195	10.5400	2.8073	31.9939	9.9790	30.9299	12.5500	3.4137	50.1752	10.5120	49.8729	19.9000
0.8	2.4281	14.0765	5.8520	13.6875	7.7500	2.9563	29.0126	8.6550	28.5060	34.0460	3.6494	46.5842	7.1430	46.4490	73.8200
0.9	2.5111	12.3745	5.5530	12.3745	12.0000	3.1054	26.4998	8.6030	26.3166	61.9500	3.8850	43.8690	6.2300	43.8127	123.2300

Tabela 4: Instância com 200 equipamentos.

5.1 Análise dos Resultados

Mesmo com o propósito de buscar os melhores resultados para o custo de manutenção, a abordagem PDD apresentou um bom desempenho também em relação ao tempo computacional requerido, sendo superior a abordagem AGH em alguns casos nas instâncias menores. Porém, quando o horizonte de planejamento é para três anos, pode-se notar que o desempenho computacional do PDD cai em relação ao AGH. Isso é devido a largura do túnel que está abrangendo muitas trajetórias sub-ótimas, dificultando o processo iterativo da programação dinâmica.

Em alguns casos na instância de grande porte, a abordagem PDD obteve bons resultados quanto ao custo de manutenção e tempo computacional. Os parâmetros definidos para esses casos permitiram que a largura do túnel fosse menor, sem que o método perdesse boas soluções. Isso implica que a trajetória inicial escolhida era bem próxima da trajetória considerada boa. Esses casos permitem uma análise mais específica do problema, destacando possíveis estudos do cálculo de largura do túnel que exploram o conhecimento prévio do problema.

Quanto a abordagem AGH, o bom desempenho é dado pelo tempo computacional obtido. Os valores de tempo foram menores e os valores de custo de manutenção não foram significativamente maiores em relação ao PDD. Destacam-se alguns casos na instância maior, onde o método AGH obteve valores de custo de manutenção iguais e tempo computacional muito menor.

Os resultados mostram bons valores de custo de manutenção obtidos pela abordagem PDD e a eficiência da abordagem AGH para instâncias maiores, apontando para possíveis pesquisas futuras onde a abordagem PDD pode ser explorada como a busca local da abordagem AGH, ou mesmo a

abordagem AGH podendo ser utilizada como o procedimento que obtêm a trajetória inicial para a abordagem PDD proposta.

6 Conclusões

O trabalho apresentou uma abordagem de programação dinâmica diferencial para alocação de recursos de manutenção preventiva em redes de distribuição de energia elétrica.

Um modelo matemático para o problema foi apresentado, mostrando o cálculo da confiabilidade e o modelo de taxa de falha para os equipamentos que compõem a rede. O modelo de otimização busca minimizar os custos de manutenção com respeito à uma restrição de confiabilidade.

Uma abordagem de algoritmo genético híbrido previamente desenvolvida foi mencionada, apresentando-se os aspectos gerais. Em seguida, foi apresentada a proposta de abordagem de programação dinâmica diferencial, detalhando-se as definições do método e as adaptações realizadas para o problema.

Por fim, estudos de casos foram realizados para comparar o desempenho computacional entre as abordagens de programação dinâmica diferencial e o algoritmo genético híbrido.

A análise destacou o bom desempenho da abordagem de programação dinâmica diferencial quanto aos valores de custo de manutenção e ressaltou a eficiência da abordagem de algoritmo genético híbrido quanto ao tempo computacional obtido. A análise ainda apontou para pesquisas futuras que envolvem a aplicação das abordagens em conjunto para a solução do problema.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio da CAPES e CNPq.

Referências

- Bacalhau, E. T., Filho, C. L. and Cavellucci, C. (2009). Buscas em espaços de estados para alocação Ótima de recursos de manutenção em redes de distribuição de energia elétrica, *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO), Porto Seguro, BA 1*: 1917–1928.
- Bacalhau, E. T., Usberti, F. L., Filho, C. L. and Cavellucci, C. (2012). A knapsack problem approach for optimal allocation of maintenance resources on electric power distribution networks., in C. J. Luz and F. Valente (eds), *ICORES*, SciTePress, pp. 462–466.
- Bellman, R. E. (2003). *Dynamic Programming*, Dover Publications, Incorporated.
- Bertling, L., Miranda, V., Matos, M. A. and Hilber, P. (2007). Multiobjective optimization applied to maintenance policy for electrical networks, *IEEE Transactions on Power Systems* .
- Billinton, R. and Allan, R. N. (1996). *Reliability evaluation of power systems*, Plenum Press, New York.
- Billinton, R. and Billinton, J. (1989). Selective maintenance schedule of distribution networks based on risk management approach, *IEEE Transactions on Power Delivery* **4**(1): 561–568.
- Costa, A. M., França, P. M. and Filho, C. L. (2011). Two-level network design with intermediate facilities: An application to electrical distribution systems, *Omega* **39**(1): 3 – 13.
- Endrenyi, J., Aboresheid, S., Allan, R., Anders, G., Asgarpoor, S., Billinton, R., Chowdhury, N., Dialynas, E., Fipper, M., Fletcher, R., Grigg, C., McCalley, J., Meliopoulos, S., Mielnik, T., Nitu, P., Rau, N., Reppen, N., Salvaderi, L., Schneider, A. and Singh, C. (2001). The present status of maintenance strategies and the impact of maintenance on reliability, *IEEE Transactions on Power Systems* **16**(4): 638–646.
- Endrenyi, J. and Anders, G. (2006). Aging, maintenance and reliability, *IEEE power & energy magazine* pp. 59–67.

- Endrenyi, J., Anders, G. and Leite da Silva, A. (1998). Probabilistic evaluation of the effect of maintenance on reliability. an application, *IEEE Transactions on Power Systems* **13**(2): 576–583.
- Heidari, M., Chow, V. T., Kokotovic, P. V. and Meredith, D. D. (1971). Discrete differential dynamic programming approach to water resources systems optimization, *Water Resources Research* **7**(2): 273–282.
- Jayakumar, A. and Asgarpoor, S. (2004). Maintenance optimization of equipment by linear programming, *Probabilistic Methods Applied to Power Systems, 2004 International Conference on*, pp. 145 –149.
- Kirk, D. and Kreider, D. (1970). *Optimal Control Theory: An Introduction*, Prentice-Hall electrical engineering series, Prentice-Hall.
- Kuntz, P., Christie, R. and Venkata, S. (2002). Optimal vegetation maintenance scheduling of overhead electric power distribution systems, *IEEE Transactions on Power Delivery* **17**(4): 1164–1169.
- Larson, R. E. (1968). *State increment dynamic programming / by Robert E Larson*, American Elsevier Pub. Co, New York .:
- Lyra, C. and Ferreira, L. (1995). A multiobjective approach to the short-term scheduling of a hydroelectric power system, *Power Systems, IEEE Transactions on* **10**(4): 1750 –1755.
- Moghaddam, K. S. and Usher, J. S. (2011). Preventive maintenance and replacement scheduling for repairable and maintainable systems using dynamic programming, *Computers & Industrial Engineering* **60**(4): 654–665.
- Park, G.-P. and Yoon, Y. T. (2012). Application of ordinal optimization on reliability centered maintenance of distribution system, *European Transactions on Electrical Power* **22**(3): 391–401.
- Pereira, C. M., Lapa, C. M., Mol, A. C. and da Luz, A. F. (2010). A particle swarm optimization (pso) approach for non-periodic preventive maintenance scheduling programming, *Progress in Nuclear Energy* **52**(8): 710 – 714.
- Reis, P. A. (2007). *Reliability based optimization of maintenance plans for power distribution systems*, Master's thesis, Campinas State University. In Portuguese.
- Sittithumwat, A., Soudi, F. and Tomsovic, K. (2004). Optimal allocation of distribution maintenance resources with limited information, *Electric Power Systems Research* **68**: 208 – 220.
- Soudi, F. and Tomsovic, K. (1998). Optimized distribution protection using binary programming, *IEEE Transactions on Power Delivery* **13**(1): 218–224.
- Soudi, F. and Tomsovic, K. (2001). Optimal trade-offs in distribution protection design, *IEEE Transactions on Power Delivery* **16**(2): 292–296.
- Usberti, F. L., Lyra, C., Cavellucci, C. and González, J. F. V. (2012). Hierarchical multiple criteria optimization of maintenance activities on power distribution networks, *Annals of Operations Research* pp. 1–22.
- Wang, H. (2002). A survey of maintenance policies of deteriorating systems, *European Journal of Operational Research* **139**(3): 469 – 489.
- Yamayee, Z., Sidenblad, K. and Yoshimura, M. (1983). A computationally efficient optimal maintenance scheduling method, *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on* **PAS-102**(2): 330 –338.