Exercícios do livro "Introdução à Inferência Estatística" de Bolfarine e Sandoval.
(Capítulo 1)

1.4 Exercícios

- 1.1. Verifique a validade da expressão (1.3.2).
- 1.2. Verifique a validade da expressão (1.3.3).
- 1.3. Verifique a validade da expressão (1.3.6).
- 1.4. Verifique a validade das expressões (1.3.10) e (1.3.11).
- 1.5. Encontre c_1 e c_2 na Figura 1.1. que são os pontos de intersecção dos erros quadráticos médios de $\hat{\theta}_1$ e $\hat{\theta}_2$.
- 1.6. Sejam $X_1, \dots, X_n$ uma amostra aleatória da variável aleatória $X \sim U(0, \theta)$. Mostre que a função de densidade de probabilidade de $X_{(n)}$ é como dada em (1.3.14), com esperança e variância como dadas em (1.3.15).

1.7. Mostre que o $\hat{N}_5$ no Exemplo 1.3.9 é um estimador não viciado para N .

1.8. Sejam $X_1, \dots, X_n$ uma amostra aleatória de tamanho n da distribuição da variável aleatória X , em que $X \sim N(\mu, 1)$. Considere os estimadores $\hat{\mu}_1 = \bar{X}$ e $\hat{\mu}_2 = 10$. Encontre o *EQM* de $\hat{\mu}_1$ e de $\hat{\mu}_2$ como função de μ . Faça um gráfico do *EQM* para $n = 10$.

1.9. Seja X uma única variável aleatória com distribuição de Bernoulli com parâmetro θ . Sejam $\hat{\theta}_1 = X$ e $\hat{\theta}_2 = 1/2$ dois estimadores de θ .

- (i) Verifique se $\hat{\theta}_1$ e $\hat{\theta}_2$ são não viciados para θ .
- (ii) Compare os *EQMs*. Faça um gráfico dos *EQMs* como função de θ .

1.10. Sejam $X_1, \dots, X_n$ uma amostra aleatória de tamanho n da distribuição da variável aleatória X com f.d.p. dada por

$$f(x|\theta) = e^{-(x-\theta)}, \quad x > \theta, \quad \theta > 0.$$

- (i) Especifique o espaço paramétrico e o suporte associado à distribuição de X .
- (ii) Verifique se $\hat{\theta}_1 = \bar{X}$ e $\hat{\theta}_2 = X_{(1)}$ são estimadores não viciados para θ .
- (iii) Encontre e compare os *EQMs* dos dois estimadores. Faça um gráfico como função de θ .

1.11. Sejam $X_1, \dots, X_n$ uma amostra aleatória de tamanho n da distribuição da variável aleatória X com f.d.p. dada por

$$f(x|\theta) = \frac{2x}{\theta^2}, \quad 0 < x < \theta, \quad \theta > 0.$$

- (i) Especifique o espaço paramétrico e o suporte associado à distribuição de X .
- (ii) Verifique se $\hat{\theta}_1 = \bar{X}$ e $\hat{\theta}_2 = X_{(n)}$ são não viciados para θ .
- (iii) Encontre e compare os *EQMs* dos dois estimadores. Faça um gráfico dos *EQMs* como função de θ .

1.12. Sejam $X_1, \dots, X_n$ uma amostra aleatória de tamanho n da distribuição de uma variável aleatória $X \sim U(0, \theta)$. Considere os estimadores $\hat{\theta}_1 = c_1 \bar{X}$ e $\hat{\theta}_2 = c_2 X_{(n)}$.

- (i) Encontre c_1 e c_2 que tornam os estimadores não viciados.
- (ii) Encontre e compare os *EQMs* dos dois estimadores.

1.13. Sejam $X_1, \dots, X_n$ uma amostra aleatória de tamanho n da distribuição da variável aleatória $X \sim N(0, \sigma^2)$. Seja $S^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2$. Considere os estimadores

$$\hat{\sigma}_c^2 = cS^2.$$

- (i) Encontre o *EQM* do estimador acima.
- (ii) Encontre o valor de c que minimiza o *EQM* em (i).