1.6 EXERCÍCIOS

1. Calcule as seguintes integrais iteradas:

   (a) $\int_0^{\pi} \int_0^{sen(x)} (1+y)dydx$

   (b) $\int_2^4 \int_0^{\sqrt{x}} (x+y)dydx$

   (c) $\int_{-1}^1 \int_x^{3x} e^{x+y}dydx$

   (d) $\int_0^{\pi} \int_0^{sen(x)} (1+y)dydx$

   (e) $\int_2^4 \int_0^{\sqrt{x}} (x+y)dydx$

   (f) $\int_{-1}^1 \int_x^{3x} e^{x+y}dydx$

2. Em cada um dos itens abaixo, faça um esboço da região plana R descrita pelas desigualdades:

   (a) $1 \leq x \leq 2$, $1-x \leq y \leq 1+x$

   (b) $1-y^2 \leq x \leq 1+y$

   (c) $0 \leq y \leq 1$, $y^2 - x^2 \geq 0$

3. Em cada um dos exercícios abaixo é possível calcular a integral como uma região do tipo I ou como uma região do tipo II. Calcule-as das duas maneiras e verifique, em cada caso, que o resultado encontrado é o mesmo. Esboce sempre a região triangular correspondente e calcule as equações das retas, lados dos triângulos, pois caso contrário, é praticamente impossível resolver o problema.

   (a)
   $$\int\int_D (x+y)dxdy$$
   onde D é a região do plano xy dada pelo interior do triângulo de vértices $A=(0,0)$, $B=(-1,1)$ e $C=(-1,-1)$.

   (b)
   $$\int\int_D (x+y)dxdy$$
   onde D é a região do plano xy dada pelo interior do triângulo de vértices $A=(0,0)$, $B=(1,1)$ e $C=(1,-1)$.

   (c) $\int\int_D (x+y)dxdy$ onde D é o triângulo do plano xy de vértices $A=(-2,0)$, $B=(0,2)$, $C=(2,0)$.

4. Em cada um dos itens abaixo, primeiramente tente calcular a integral repetida. Em seguida, faça um esboço da região de integração e escreva a integral iterada na ordem inversa. Observe que as integrais obtidas são fáceis de calcular.

   (a) $\int_0^1 \int_{3y}^3 e^{x^2} dxdy$

   (b) $\int_0^1 \int_{x^2}^1 (x^3 + sen(y^3))]dydx$

5. Para testar a sua intuição, calcule $\int\int_R f(x,y)dA$ para o caso em que $f(x,y) = g(x)$ só depende de x e o caso em que $f(x,y) = h(y)$ só depende de y.

   Verifique que:

   a) $\int\int_R g(x)dA = [\int_a^b g(x)dx](d-c)$.

   b) $\int\int_R h(y)dA = [\int_c^d h(y)dy](b-a)$.

6. Procedendo como no Exemplo 1.11, utilizando a definição de integral dupla, verifique que

$$\int\int_{[a,b]\times[c,d]} [g(x)+h(y)]dA = [\int_a^b g(x)dx][d-c] + [\int_c^d h(y)dy][b-a].$$

   Aplique esse resultado para verificar que:

$$\int\int_{[0,\frac{\pi}{3}]\times[0,1]} [sen(x)+y]dA = \frac{1}{2} + \frac{\pi}{6}$$

7. Em cada um dos itens abaixo, calcule a integral dupla $\int\int_R f(x,y)dA$ para a função e região especificadas:

   (a) $f(x,y) = xsen(xy)$ e $R =: \{0 \leq x \leq \pi; 0 \leq y \leq 1\}$.

   (b) $f(x,y) = x^2$ e $R =: \{0 \leq x \leq cos(y); 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}\}$.

   (c) $f(x,y) = \frac{1}{x+y}$, R a região limitada pelas retas $y = x$,$x = 1$, $x = 2$ e $y = 0$.

   (d) $f(x,y) = e^{x^2}$ para R a região descrita pelas seguintes desigualdades: $0 \leq y \leq 1$ e $3y \leq x \leq 3$.

   (e) $f(x,y) = x^3 + sen(y^3)$ para R a região descrita pelas seguintes desigualdades: $\sqrt{x} \leq y \leq 1$ e $0 \leq x \leq 1$.