



Curitiba, 21.12.2011

Prova 2

Matemática Aplicada I

Tobias Bleninger

Departamento de Engenharia Ambiental (DEA)
Centro Politécnico, Bloco V, Caixa Postal 19011, 81531-990, Curitiba - PR, Brasil

Nome: _____

Pontuação (preenchido pelo Professor):

| Questão | Pontos obtidos | Pontos totais | | |
|-------------------|----------------|---------------|-------------|------|
| 1 | | 15 | | |
| 2 | | 15 | | |
| 3 | | 30 | | |
| 4 | | 8 | | |
| 5 | | 8 | | |
| 6 | | 9 | | |
| 7 | | 10 | Porcentagem | |
| Soma | | 95 | | Nota |
| Final (corrigido) | | | | |

Questões

1. (15P) Utilizando obrigatoriamente transformada de Laplace, resolva:

$$\frac{dh}{dt} + 3h = \text{sen}(3t), \quad h(0) = 1.$$

2. (15 P) Determine todas as soluções analiticamente de: $y' = (x-y+1)/x^{1/2} + 1$.

Dica: substitui $u = x - y$

3. (30 P) Calcule analiticamente as soluções da equação: $y'''' - y'' - 4y' + 4y = 0$, condições iniciais $y(0)=1$, $y'(0)=1$, $y''(0)=0$, transformando-a, obrigatoriamente, em um sistema de equações diferenciais e resolvendo o sistema.

4. (8P) Dado o seguinte código em Matlab ou Octave

```
dt = 0.1;
t = [0.0:dt:2.0];
y = zeros(size(t));
y(1) = 1;
for i = 1:(length(t)-1)
y(i+1) = y(i) + dt * (-y(i)+(t(i))^2);
end
```

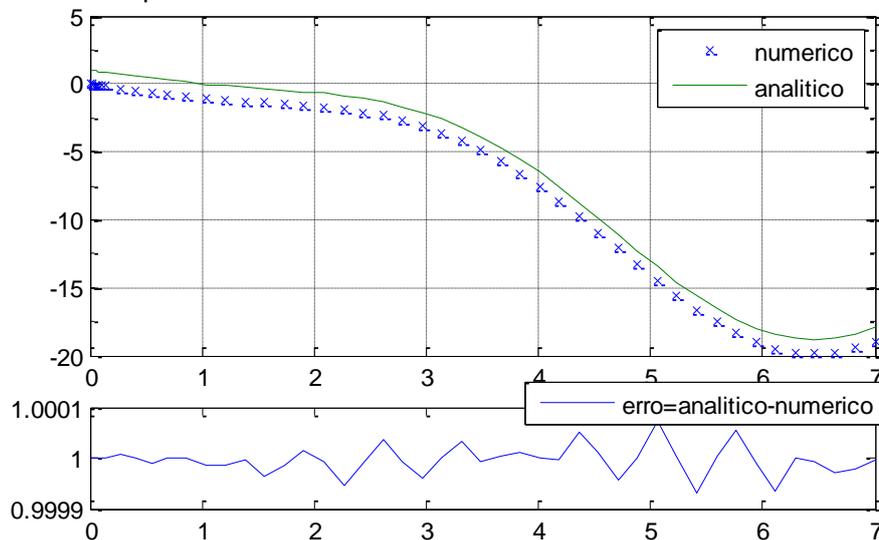
- Escreva a equação diferencial resolvida numericamente com este código.
- Escreva a condição inicial.
- Escreva a resolução temporal do método numérico e o intervalo da solução.
- Qual é o nome do método usado e a ordem de precisão?

5. (8P) Dado o seguinte código em Matlab ou Octave

```
sistema = @(x,y) [y(2); x*cos(x)];
r=[1 7];
y0=[0.1;-2*sin(1)+cos(1)];
ode45(sistema,r,y0)
```

- Escreva a equação diferencial resolvida numericamente com este código.
- Escreva a condição inicial.
- Escreva o intervalo da solução.
- Qual é a ordem de precisão deste método?

6. (9P) Faça uma avaliação crítica do gráfico seguinte que mostra a comparação de uma solução analítica e uma solução numérica da mesma equação diferencial usando um método de quarta ordem (máximo duas frases). Você aprovará ou reprovará o resultado? Justifique em uma frase.



7. (10P) Avalie as frases seguintes, escrevendo se são verdadeiras ou falsas (*resposta certa: pontuação positiva; resposta errada: pontuação negativa; sem resposta: 0, pontuação mínima nesta questão: 0*):

a. "Curvas de solução de equações diferenciais ordinarias de primeira ordem podem ser interpretadas como campos de direção onde cada ponto tem a inclinação α definida com $\tan(\alpha) = y'$ "

a afirmação é verdadeira

a afirmação é falsa

b. "O erro em cada passo do método Euler é proporcional ao passo quadrado $(\Delta t)^2$ e o número de passos é proporcional a $1/\Delta t$, dando assim um erro global sendo proporcional a Δt definindo o método sendo da primeira ordem"

a afirmação é verdadeira

a afirmação é falsa

c. "O método Runge-Kutta de segunda ordem resolve duas equações a mais para calcular os parâmetros k_1 e k_2 , e o método Runge-Kutta de quarta ordem resolve quatro equações a mais para calcular os parâmetros k_1 a k_4 "

a afirmação é verdadeira

a afirmação é falsa

d. "A desvantagem das transformadas de Laplace na resolução de problemas de equações diferenciais é que não permite entradas descontínuas"

a afirmação é verdadeira

a afirmação é falsa

e. "A integral da função delta de Dirac é igual a zero"

a afirmação é verdadeira

a afirmação é falsa

Algumas funções $f(t)$ e suas Transformadas de Laplace

| | $f(t)$ | $\mathcal{L}(f)$ | | $f(t)$ | $\mathcal{L}(f)$ |
|---|--------------------------------|---------------------------------|----|-------------------------------|---------------------------------------|
| 1 | 1 | $1/s$ | 7 | $\cos \omega t$ | $\frac{s}{s^2 + \omega^2}$ |
| 2 | t | $1/s^2$ | 8 | $\text{sen } \omega t$ | $\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$ |
| 3 | t^2 | $2!/s^3$ | 9 | $\cosh at$ | $\frac{s}{s^2 - a^2}$ |
| 4 | t^n ($n = 0, 1, \dots$) | $\frac{n!}{s^{n+1}}$ | 10 | $\text{senh } at$ | $\frac{a}{s^2 - a^2}$ |
| 5 | t^a (a positivo) | $\frac{\Gamma(a + 1)}{s^{a+1}}$ | 11 | $e^{at} \cos \omega t$ | $\frac{s - a}{(s - a)^2 + \omega^2}$ |
| 6 | e^{at} | $\frac{1}{s - a}$ | 12 | $e^{at} \text{sen } \omega t$ | $\frac{\omega}{(s - a)^2 + \omega^2}$ |

Boa sorte!