**Tobias Bleninger**
**Universidade Federal do Paraná (UFPR)**
Departamento de Engenharia Ambiental(DEA)
www.tobias.bleninger.info

**Tobias Bleninger**

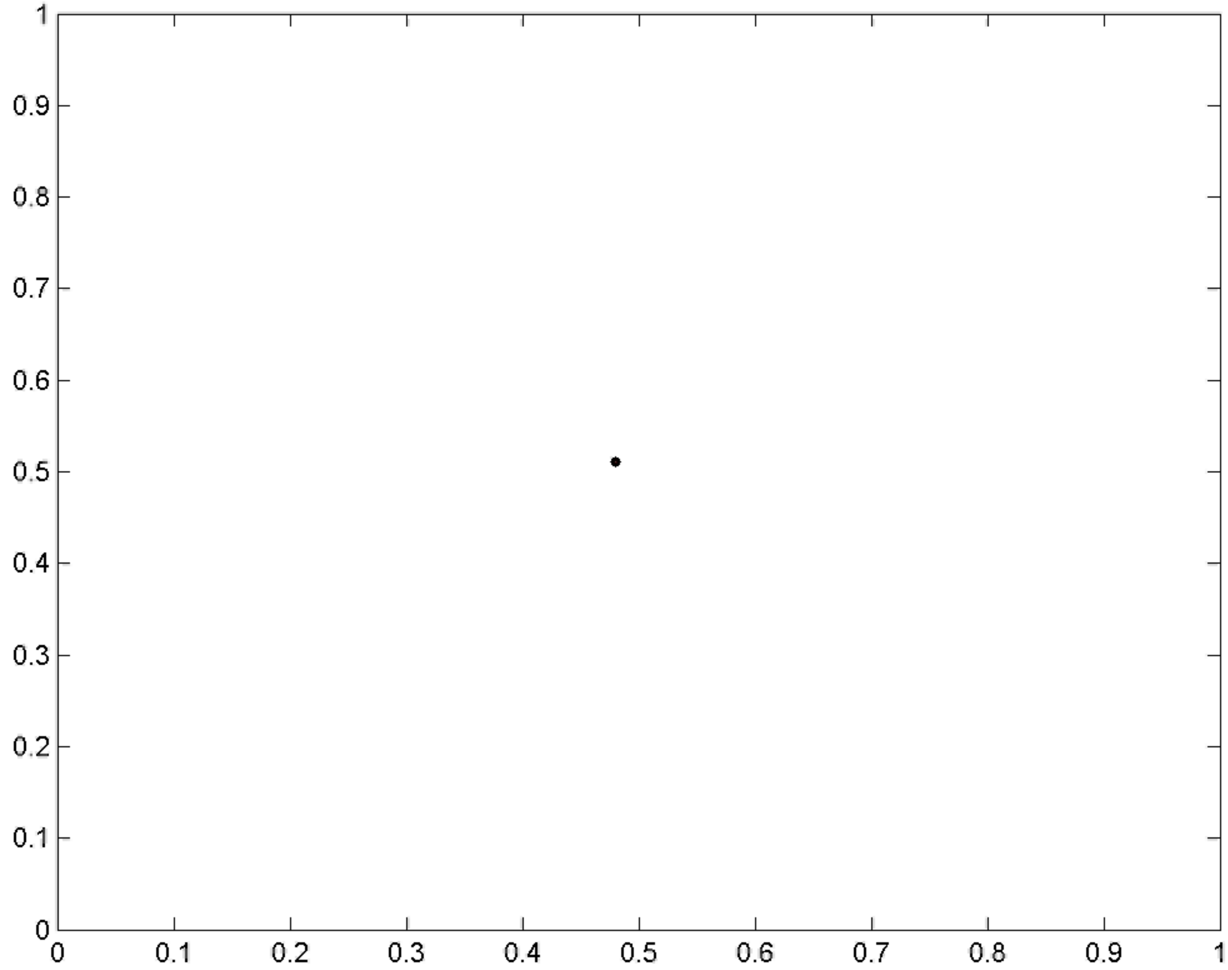
# MECÂNICA DOS FLUIDOS AMBIENTAL I

Tobias Bleninger
Universidade Federal do Paraná (UFPR)
Departamento de Engenharia Ambiental(DEA)
www.tobias.bleninger.info

# Difusão

**Tobias Bleninger**
**Universidade Federal do Paraná (UFPR)**
Departamento de Engenharia Ambiental(DEA)
www.tobias.bleninger.info

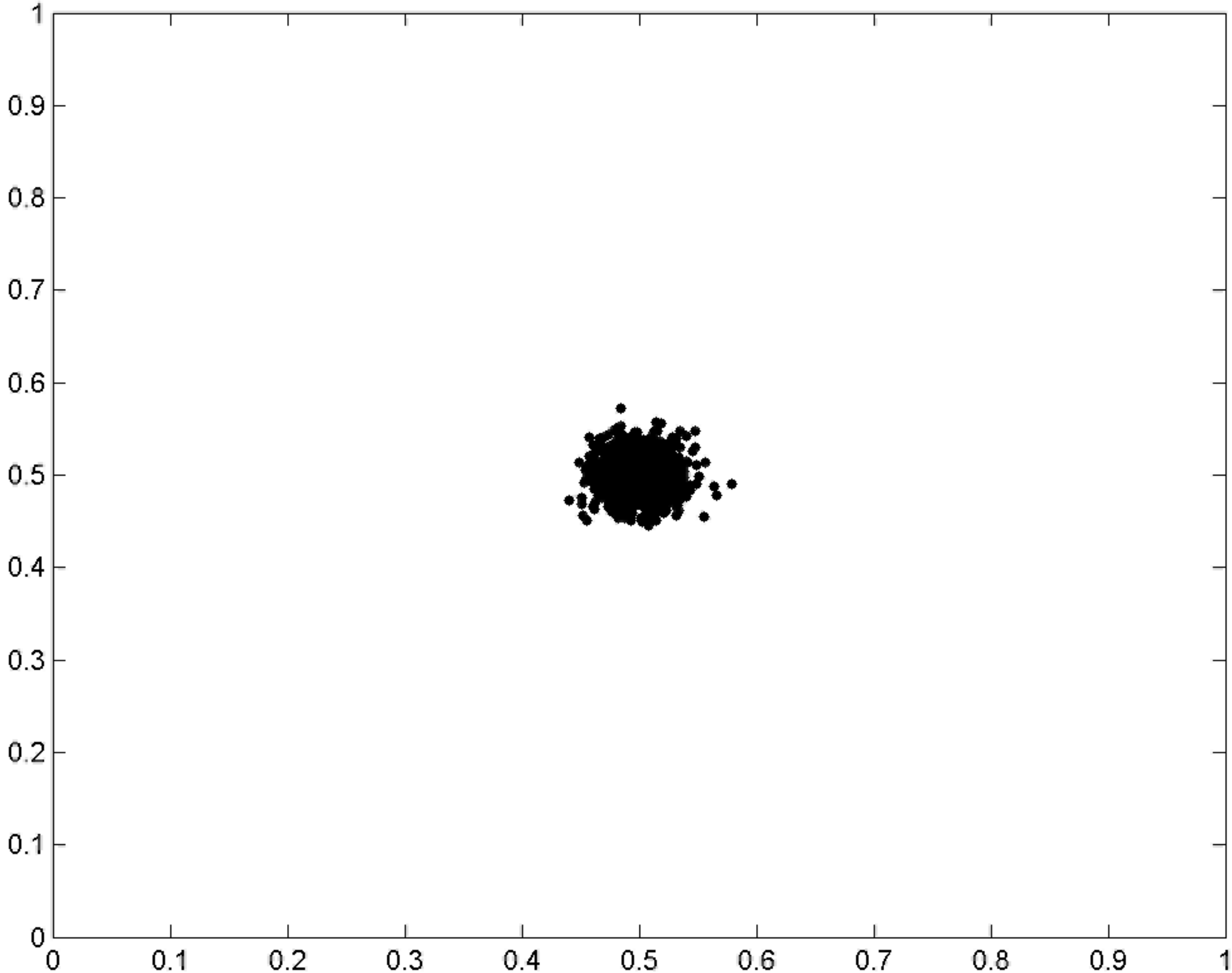
# Difusão




Fonte: Socolofsky and Jirka, 2005

**Tobias Bleninger**
**Universidade Federal do Paraná (UFPR)**
Departamento de Engenharia Ambiental(DEA)
www.tobias.bleninger.info

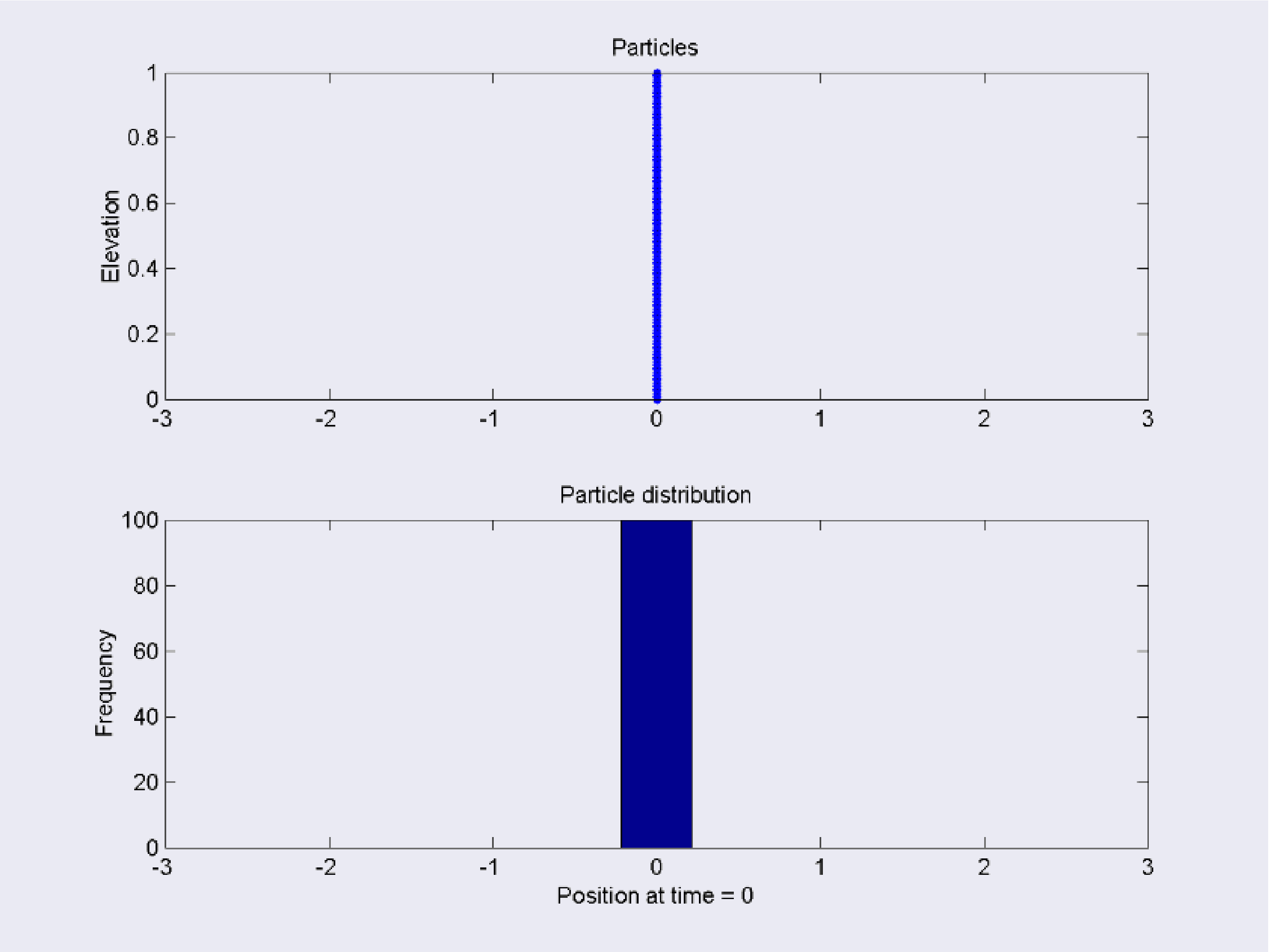
# Difusao




Fonte: Socolofsky and Jirka, 2005

**Tobias Bleninger**
**Universidade Federal do Paraná (UFPR)**
Departamento de Engenharia Ambiental(DEA)
www.tobias.bleninger.info

# Difusão




Fonte: Socolofsky and Jirka, 2005

**Tobias Bleninger**
**Universidade Federal do Paraná (UFPR)**
Departamento de Engenharia Ambiental(DEA)
www.tobias.bleninger.info

# Difusão, descrição teórica e dedução

**Tobias Bleninger**
**Universidade Federal do Paraná (UFPR)**
Departamento de Engenharia Ambiental(DEA)
www.tobias.bleninger.info

# Difusão

**Table 1.1.** Molecular diffusion coefficients for typical solutes in water at standard pressure and at two temperatures (20°C and 10°C).[a]

| Solute name | Chemical symbol | Diffusion coefficient[b] ($10^{-4}$ $cm^2/s$) | Diffusion coefficient[c] ($10^{-4}$ $cm^2/s$) |
|---|---|---|---|
| hydrogen ion | $H^+$ | 0.85 | 0.70 |
| hydroxide ion | $OH^-$ | 0.48 | 0.37 |
| oxygen | $O_2$ | 0.20 | 0.15 |
| carbon dioxide | $CO_2$ | 0.17 | 0.12 |
| bicarbonate | $HCO_3^-$ | 0.11 | 0.08 |
| carbonate | $CO_3^{2-}$ | 0.08 | 0.06 |
| methane | $CH_4$ | 0.16 | 0.12 |
| ammonium | $NH_4^+$ | 0.18 | 0.14 |
| ammonia | $NH_3$ | 0.20 | 0.15 |
| nitrate | $NO_3^-$ | 0.17 | 0.13 |
| phosphoric acid | $H_3PO_4$ | 0.08 | 0.06 |
| dihydrogen phosphate | $H_2PO_4^-$ | 0.08 | 0.06 |
| hydrogen phosphate | $HPO_4^{2-}$ | 0.07 | 0.05 |
| phosphate | $PO_4^{3-}$ | 0.05 | 0.04 |
| hydrogen sulfide | $H_2S$ | 0.17 | 0.13 |
| hydrogen sulfide ion | $HS^-$ | 0.16 | 0.13 |
| sulfate | $SO_4^{2-}$ | 0.10 | 0.07 |
| silica | $H_4SiO_4$ | 0.10 | 0.07 |
| calcium ion | $Ca^{2+}$ | 0.07 | 0.05 |
| magnesium ion | $Mg^{2+}$ | 0.06 | 0.05 |
| iron ion | $Fe^{2+}$ | 0.06 | 0.05 |
| manganese ion | $Mn^{2+}$ | 0.06 | 0.05 |

[a] Taken from `http://www.talknet.de/~alke.spreckelsen/roger/thermo/difcoef.html`
[b] for water at 20°C with salinity of 0.5 ppt.
[c] for water at 10°C with salinity of 0.5 ppt.

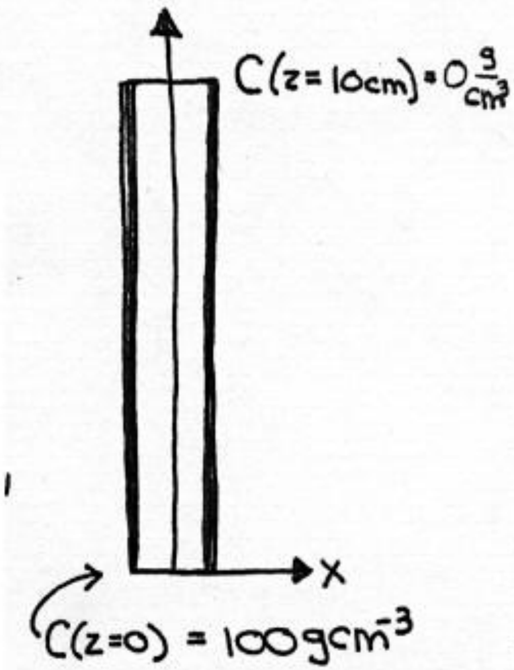
Fonte: Socolofsky and Jirka, 2005

**Tobias Bleninger**
**Universidade Federal do Paraná (UFPR)**
Departamento de Engenharia Ambiental(DEA)
www.tobias.bleninger.info

# Difusão

## Problema 1.1

UM TUBO CIRCULAR É PREENCHIDO COM ÁGUA MINERAL . A CONCENTRAÇÃO EM CADA EXTREMIDADE DO TUBO É MANTIDA EM UM VALOR CONSTANTE. CALCULE A MAGNITUDE E DIREÇÃO DO FLUXO DE MASSA ATRAVÉS DO TUBO. A SECÇÃO TRANSVERSAL DO TUBO É A = 1cm$^2$, E A DIFUSÃO É MOLECULAR, D = $10^{-5}$ cm$^2$s$^{-1}$V




Fonte: MIT, 2010,
http://www.universia.com.br/mit/curso.jsp?codcurso=15

**Tobias Bleninger**
**Universidade Federal do Paraná (UFPR)**
Departamento de Engenharia Ambiental(DEA)
www.tobias.bleninger.info

# Equação de difusão

**Concentração:**

$$C = \frac{M_{substncia}}{V_{total}}$$

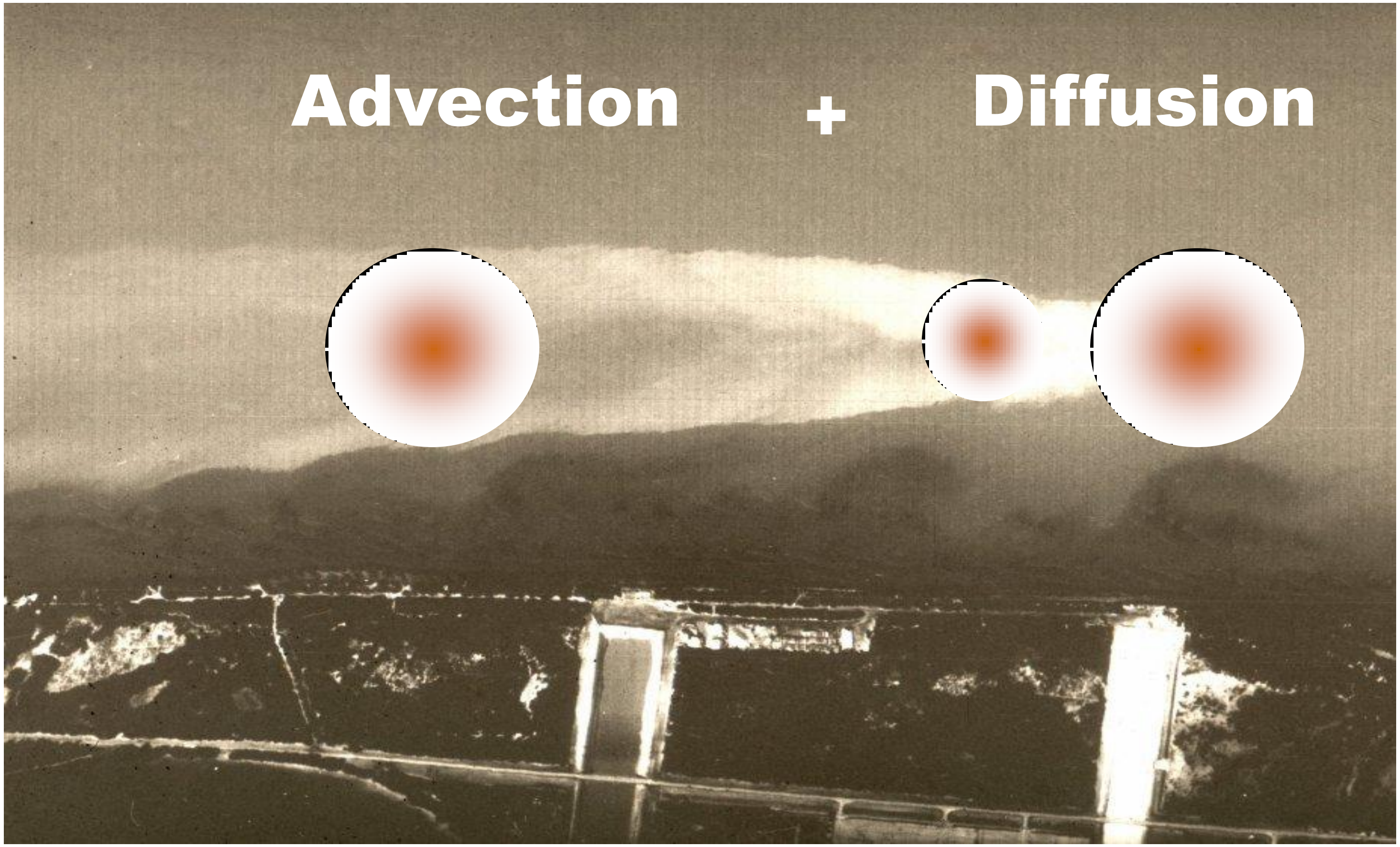
**Fluxo de massa:**

$$j_x = -D \frac{\partial C}{\partial x}$$

D: difusividade molecular de A em B

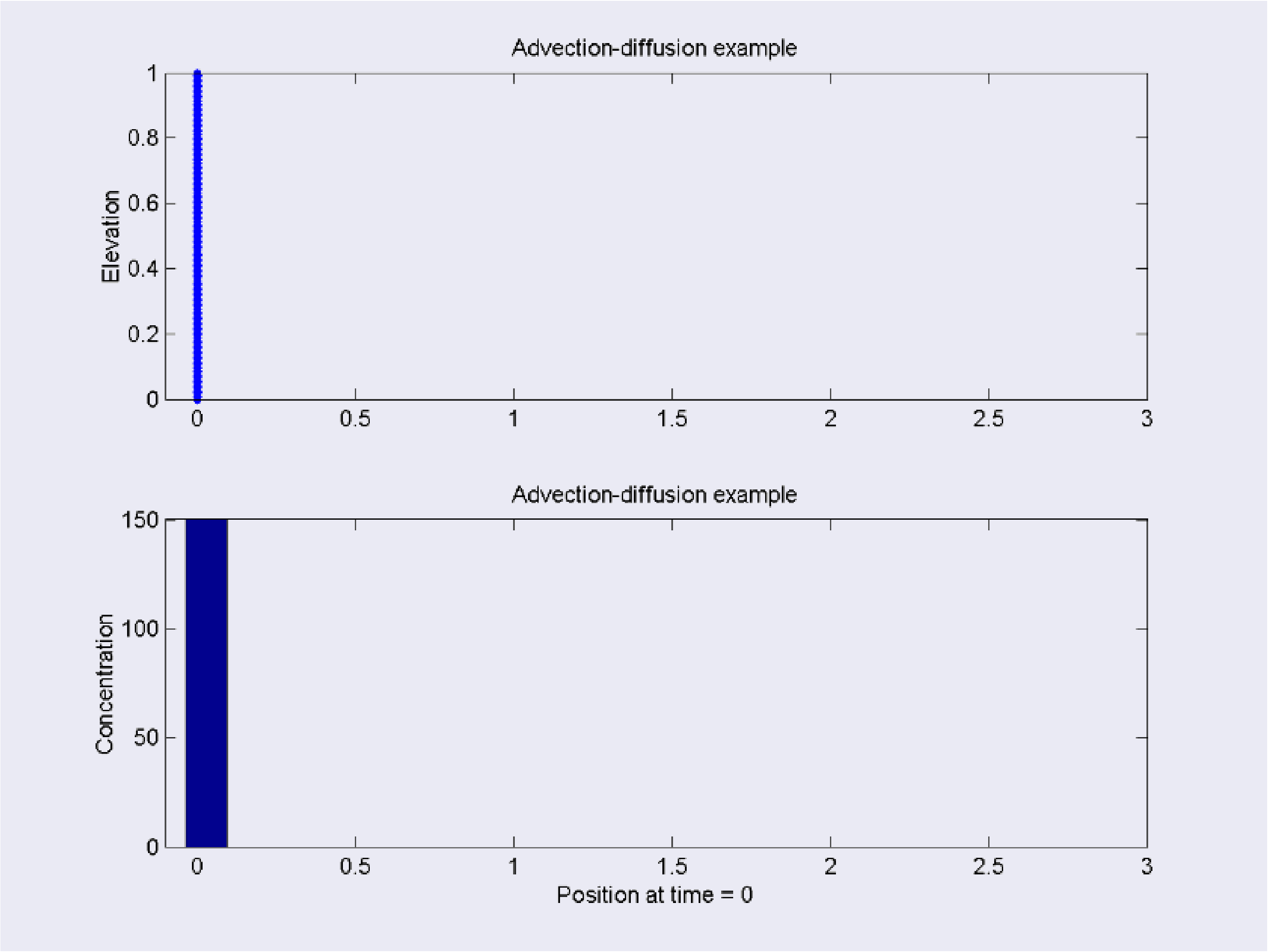
**Tobias Bleninger**
**Universidade Federal do Paraná (UFPR)**
Departamento de Engenharia Ambiental(DEA)
www.tobias.bleninger.info

# Diffusion and Advection



**Tobias Bleninger**
**Universidade Federal do Paraná (UFPR)**
Departamento de Engenharia Ambiental(DEA)
www.tobias.bleninger.info

# Solução ilustrativa




Fonte: Socolofsky and Jirka, 2005

**Tobias Bleninger**
**Universidade Federal do Paraná (UFPR)**
Departamento de Engenharia Ambiental(DEA)
www.tobias.bleninger.info

# Equação de difusão

## Concentração:

$$C = \frac{M_{substncia}}{V_{total}}$$

## Fluxo de massa:

$$j_x = -D\frac{\partial C}{\partial x}$$

D: difusividade molecular de A em B

## Compare:

- Fluxo de calor:

$$q_x = -\lambda\frac{\partial T}{\partial x}$$

$\lambda$: condutividade térmica

**Impulso**

- Fluxo de quantidade de movimento (impulso):

$$\tau = \mu\frac{dV}{dy} = \rho\nu\frac{dV}{dy} = \nu\frac{d\rho V}{dy}$$

**Tobias Bleninger**
**Universidade Federal do Paraná (UFPR)**
Departamento de Engenharia Ambiental(DEA)
www.tobias.bleninger.info

# Propriedades de Fluidos

| omen | a) Agua sem substancias dissolvidas | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| temperatura [°C] | 0 | 4 | 10 | 20 | 30 | 50 | 100 |
| Massa especifica/densidade | 999,8 | 1000 | 999,7 | 998,3 | 995,7 | 988 | 958,1 |
| Viscosidade cinematica $\nu$ [$10^{-6}$m$^2$/s] | 1,780 | 1,584 | 1,300 | 1,006 | 0,805 | 0,556 | 0,294 |
| Calor especifico $c_p$ [J/kgK] | 4217 | 4205 | 4192 | 4182 | 4178 | 4180 | 4216 |
| Condutividade de calor $a_t$ [$10^{-6}$m$^2$/s] | 0,135 | – | – | 0,143 | – | – | 0,168 |
| Modulo de elasticidade $E$ [$10^9$Pa] | 1,964 | – | 2,092 | 2,197 | 2,233 | 2,264 | 2,041 |
| Pressão de vapor k $p_d$ [hPa] | 6,11 | 8,13 | 12,27 | 23,37 | 42,41 | 123,35 | 1013,3 |
| tensão superficial $\sigma$ [N/m] | 0,0756 | 0,0749 | 0,0742 | 0,0728 | 0,0712 | 0,0679 | 0,0589 |
| b) Ar com pressao atmosferica 1013 hPa<br>Elastizitätsmodul $E = 1{,}42 \cdot 10^5$ Pa bei adiabatischen Verhältnissen | | | | | | | |
| temperatura [°C] | 0 | 4 | 10 | 20 | 30 | 50 | 100 |
| Massa especifica /m$^3$] | 1,293 | 1,274 | 1,247 | 1,205 | 1,165 | 1,092 | 0,946 |
| Viscosidade cinematica $\nu$ [$10^{-6}$m$^2$/s] | 13,28 | 13,64 | 14,18 | 15,10 | 16,03 | 17,86 | 23,15 |
| Calor especifico $c_p$ [J/kgK] | 1006 | – | – | 1005 | – | – | – |
| Condutividade de calor $a_t$ [$10^{-6}$m$^2$/s] | 18,49 | – | – | 21,19 | – | – | – |

Fonte: Jirka, 2007, http://digbib.ubka.uni-karlsruhe.de/volltexte/1000007165

**Tobias Bleninger**
**Universidade Federal do Paraná (UFPR)**
Departamento de Engenharia Ambiental(DEA)
www.tobias.bleninger.info

# Balanço de massa

$$0 = \frac{\partial}{\partial t}\int_{V_c} \rho dV + \int_{S_c} \rho\left(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n}\right) dS.$$

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{v} = 0,$$

# Balanço de massa de um soluto

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{V_c} C_A\rho dV + \int_{S_c} C_A\rho\left(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n}\right) dS = -\int_{S_c}\left(\mathbf{j}\cdot\mathbf{n}\right) dS.$$

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + \left(\mathbf{v}\cdot\boldsymbol{\nabla}\right) C_A = D_{AB}\nabla^2 C_A.$$

# Balanço de quantidade de movimento

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{V_c} \mathbf{v}\rho dV + \int_{S_c} \mathbf{v}\rho\left(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n}\right) dS = \int_{V_c} \rho\mathbf{g} dV + \int_{S_c}\left(\mathbf{T}\cdot\mathbf{n}\right) dS.$$

$$\rho\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\boldsymbol{\nabla}\left(p + \rho g h\right) + \mu\nabla^2\mathbf{v}$$

# Balanço de energia

$$\rho\frac{\partial e}{\partial t} + \rho\left(\mathbf{v}\cdot\boldsymbol{\nabla}\right) e = \boldsymbol{\nabla}\cdot\left(\mathbf{T}\cdot\mathbf{v}\right) + \boldsymbol{\nabla}\cdot\left(\rho c_p\alpha\boldsymbol{\nabla}T\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{V_c} e\rho dV + \int_{S_c} e\rho\left(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n}\right) dS = -\int_{S_c}\left(\mathbf{q}\cdot\mathbf{n}\right) dS + \int_{S_c}\left[\left(\mathbf{T}\cdot\mathbf{v}\right)\cdot\mathbf{n}\right] dS$$

# Forma geral

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \left(\mathbf{v}\cdot\boldsymbol{\nabla}\right) T = \alpha\nabla^2 T.$$

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} + \left(\mathbf{v}\cdot\boldsymbol{\nabla}\right)\eta - K\nabla^2\eta = f\left(x, y, z, t\right)$$

# Referencias

- Materiais adicionais do MIT open course ware (*ingles*) da disciplina Transport Processes in the Environment
- Materiais adicionais do MIT open course ware (*portugues*) da disciplina Processos de Transporte no meio ambiente
- Referencias recommendadas do MIT
- Texas A&M course notes. Veja especialmente o "course script" que tambem contem excercisios.
- Materiais multimídias na hidráulica