

1. INTRODUÇÃO

O uso da tecnologia do mapeamento a laser conhecida pela sigla LiDAR (Light Detection and Ranging) é bastante recente no Brasil, e diversas aplicações encontram-se, no momento, em estudo. A presente pesquisa pretende investigar a possibilidade da aplicação dos dados adquiridos via essa tecnologia nos problemas de escoamento em canais, particularmente na estimativa dos parâmetros de rugosidade das planícies de inundação. Quando se dispõe de registros de níveis de água para grandes cheias a estimativa da rugosidade de planícies de inundação pode ser realizada através da calibragem de parâmetros de rugosidade (coeficiente de Manning), em função de níveis de água observados. Quando não se dispõe daqueles registros, o que é bastante comum na prática, uma maneira de estimar os parâmetros de rugosidade da planície de inundação é modelá-los em função de características físicas e geométricas da superfície.

O uso de tabelas publicadas na literatura assim como de analogias com registros fotográficos feitos por CHOW em 1959 tem sido a regra neste particular, mas tem levado a erros consideráveis.

O objetivo geral desta pesquisa é desenvolver uma metodologia que permita estimar o coeficiente de rugosidade em planícies de inundação a partir de informações do Perfilador a Laser relativas a altura dos elementos de rugosidade constituídos pela vegetação e edificações na planície. Em função da limitação de tempo, a influência da natureza (capim, arbustos, cercas, etc...) dos elementos de rugosidade não foi investigada nesta dissertação, mas poderá futuramente ser analisada.

O perfilamento a laser é uma tecnologia recente desenvolvida para a obtenção de um Modelo Digital de Terreno (MDT) de maneira direta, aliado a técnicas de discretização, substituindo o uso de restituições fotogramétricas ou levantamentos topográficos tradicionais.

A sua aplicação inicialmente prevista para obtenção de MDT, hoje está bem diversificada uma vez que novos usos dos resultados do Perfilador a Laser foram encontrados para telecomunicações, engenharia florestal e outras áreas.

O Perfilador a Laser constitui-se em um aparelho instalado em um avião ou helicóptero, sendo os dados obtidos pelos ecos de um feixe de laser emitido em intervalos regulares armazenados inicialmente em um computador local e depois repassados para o computador do escritório, onde serão analisados e processados. Como o equipamento permite obter o primeiro e o último pulso do laser refletido (eco), pode-se determinar facilmente a altura da camada vegetal. O objetivo desta pesquisa é relacionar valores representativos dessa altura bem como o tipo da vegetação com o coeficiente de rugosidade de Manning, amplamente utilizado no cálculo do escoamento em canais, seja em regime permanente ou não permanente.

Escolheu-se para a demonstração do método proposto o trecho do rio Iguaçu entre a localidade de Porto Vitória e a cidade de União da Vitória, onde já se dispunha de dados detalhados do Perfilador a Laser e que puderam ser utilizados diretamente nesta pesquisa. Esse trecho do rio Iguaçu já foi extensamente estudado por um período de mais de 20 anos, procurando definir curvas de remanso e buscando estabelecer uma regra de operação do reservatório de Foz de Areia durante as cheias do rio Iguaçu (SUGAI, 1980; GROSZEWICS, 1996). Essas regras visam impedir que o remanso do reservatório de Foz de Areia afete os níveis de enchentes na cidade de União da Vitória de modo a evitar possíveis reclamações indenizatórias da população afetada pelas cheias.

Os estudos realizados ao longo deste tempo foram bastante detalhados e contavam com extenso apoio de dados de campo, de modo que os valores reais do coeficiente de rugosidade deste trecho do rio Iguaçu são bem conhecidos.

Além disso, o trecho analisado apresenta extensas planícies de inundação e, portanto, se presta a avaliação da metodologia a ser pesquisada.

Este trabalho é organizado em 6 capítulos, sendo o primeiro esta introdução. O capítulo 2 revê os principais aspectos do escoamento em canais, focando na estimativa da rugosidade. O capítulo 3 apresenta a tecnologia LiDAR (Light Detection and Ranging), proposta para

determinação das características geométricas dos elementos de rugosidade (vegetação) das planícies de inundação. O capítulo 4 apresenta a teoria subjacente a análise de regressão que será usada no capítulo 5 para estabelecer uma relação entre a altura da vegetação e o coeficiente de rugosidade de Manning. Finalmente, o capítulo 6 apresenta as principais conclusões e recomendações da presente pesquisa.

2. ESCOAMENTO EM CANAIS

Neste capítulo aborda-se inicialmente a questão da resistência do escoamento em canais, especialmente canais naturais dotados de planícies de inundação, analisando principalmente a questão da estimativa do coeficiente de Manning.

2.1. Conceitos básicos

Em Mecânica dos Fluidos define-se escoamento em canal como escoamento em uma direção predominante onde um líquido escoar com uma parte do seu perímetro em um contato com um gás, geralmente a atmosfera e sob a ação da gravidade. A interface separando os dois fluidos é denominada de superfície livre e o efeito do contato do gás sobre a resistência é normalmente negligenciado. De modo geral, o líquido é a água e o gás o ar à pressão atmosférica.

O escoamento em canais é, na maioria dos casos, tratado pelo chamado método unidimensional de análise que consiste em considerar apenas a velocidade média em cada seção, corrigindo os efeitos não lineares da distribuição não uniforme da velocidade sobre a energia cinética e a quantidade de movimento através de coeficientes corretivos. Neste caso o escoamento é considerado uniforme se a velocidade média e esses coeficientes permanecem constantes entre seções. Mesmo assim, a ocorrência de escoamento uniforme nos canais, comparativamente ao movimento em condutos, exige não só o completo desenvolvimento da camada limite, como, ainda, profundidade e seção constantes além de traçado retilíneo e declividade constante. Como nos condutos, o movimento uniforme exige aceleração total nula em qualquer instante, o que implica em se ter vazão constante e linhas de corrente retilíneas e paralelas.

Em canais naturais é certamente impossível encontrar essas características e o conceito de uniformidade do escoamento só pode ser considerado em termos médios e em trechos limitados de um curso de água

natural. Mesmo nos canais artificiais, quando a forma da seção e declividade do fundo são constantes (canais prismáticos), a análise também é mais complexa que nos condutos, já que a variabilidade da profundidade pode ser grande, o que implica que as linhas de corrente não são retilíneas e paralelas, condição essencial do escoamento uniforme. Entretanto a adoção da hipótese unidimensional, que conduz a uma linha de energia única, é comum na maioria dos problemas práticos, mesmo no caso de canais naturais não prismáticos.

Deve-se ter em conta que os escoamentos em canais, como nos condutos, são essencialmente tridimensionais e esse fato deve ser considerado sempre que a variação das velocidades na seção transversal e das tensões tangenciais ao longo do contorno sejam importantes. Nesse caso as equações unidimensionais do escoamento (equação da energia e da quantidade de movimento) devem ser modificadas através de coeficientes corretores apropriados (coeficientes de Coriolis e de Boussinesq) e os coeficientes de rugosidade podem sofrer a influência da variação da velocidade na seção transversal..

As grandezas características que descrevem o movimento do fluido podem apresentar variações no tempo e no espaço.

Quando um escoamento não sofre variações ao longo do tempo diz-se que é permanente. Neste caso as linhas de corrente não se alteram no tempo, coincidindo com as trajetórias das partículas, e a vazão permanece constante. Quando as características do movimento variam ao longo do tempo diz-se que é não-permanente.

A noção de permanência não leva em conta as variações da velocidade no espaço. Esta variação vai indicar se o regime é variado ou uniforme.

O escoamento se diz uniforme quando a velocidade, a cada instante, se mantém constante ao longo de uma linha de corrente. Nesse caso, como a velocidade é uma grandeza vetorial, a linha de corrente tem que ser uma reta. Se o vetor velocidade variar no espaço, diz-se que o movimento é variado ou não-uniforme.

Estritamente falando o movimento é uniforme se o vetor velocidade é constante em todo campo do escoamento, porém a adoção do método

unidimensional de análise considera uniforme o escoamento cuja distribuição de velocidade não se altera na direção principal do escoamento.

Escoamento uniforme quase não ocorre na natureza, mas o seu estudo é importante para fixar certos conceitos, também aplicados aos escoamentos não-uniformes.

No caso do escoamento variado distinguem-se em geral o escoamento gradualmente variado e rapidamente variado. No primeiro caso a curvatura das linhas de corrente é muito pequena de modo que pode-se supor uma distribuição de pressões hidrostática. No caso do escoamento rapidamente variado essa hipótese não pode ser adotada.

Costuma-se ainda classificar as alterações produzidas na profundidade do escoamento em (1) transições curtas, isto é, variações da profundidade sobre trechos pouco extensos e (2) curvas de remanso, quando as alterações da profundidade se produzem em trechos longos.

Também no caso dos escoamentos não permanentes, há situações em que os efeitos transientes sobre o escoamento, advindos das forças devido às acelerações local e convectiva podem ser desprezados. Nesse caso, o que ocorre via de regra em cheias naturais em grandes rios, o escoamento não permanente se comporta como uma sucessão de escoamentos permanentes, e é muitas vezes denominado de escoamento quase permanente (SUGAI, 1980).

Para a proposta desta dissertação o escoamento foi considerado como gradualmente variado e quase permanente.

2.2. Transições curtas

Para efeito didático, o escoamento variado em canais é estudado freqüentemente para o caso particular de canais retangulares. Essa simplificação será adotada na discussão a seguir. Para o caso das transições curtas existem três transições básicas em canais retangulares: alterações na cota do fundo, variações na largura e sua associação.

Uma grandeza de grande importância no estudo do escoamento variado em canais é a energia específica definida como a distância vertical da linha de energia (plano de carga) ao fundo do canal:

$$E = h + \alpha \frac{V^2}{2g}$$

(2.1)

onde h é a profundidade (m)

V a velocidade média (m/s)

α o coeficiente de Coriolis

g a aceleração da gravidade (m/s^2)

Quando ocorre uma alteração na cota do fundo, a vazão específica (vazão por unidade de largura) se mantém constante, entretanto a energia específica se altera, passando de E_1 a $E_2 = E_1 - \Delta Z$.

onde E_1 é a energia inicial

E_2 é a energia final

ΔZ é a variação da cota do fundo

No caso de uma variação na largura, a energia específica permanecerá constante, mas a vazão específica (vazão por unidade de largura) passará de q_1 a q_2 , sendo $q_2 > q_1$.

onde q_1 vazão específica inicial

q_2 vazão específica final

Na associação dos dois casos anteriores, tanto a energia específica como a vazão específica se alteram.

Sendo a velocidade média igual ao quociente entre a vazão específica e a profundidade, a equação (2.1) pode ser escrita como

$$E = h + \frac{\alpha q^2}{2gh^2} \quad (2.2)$$

A equação (2.2) mostra que em geral para uma dada energia específica existem duas profundidades distintas que correspondem aos chamados escoamentos subcríticos e supercríticos. Também existe uma profundidade única para a qual a energia específica seja mínima. Quando ocorre esta condição diz-se que o escoamento é crítico e a profundidade correspondente é denominada de profundidade crítica. A profundidade crítica em canais retangulares terá por valor:

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}} \quad (2.3)$$

onde q = vazão específica (m^2/s)

g = aceleração da gravidade (m/s^2)

α = coeficiente de Coriolis

A velocidade crítica é dada por:

$$V_c = \sqrt{gh_c / \alpha} \quad (2.4)$$

Muitas vezes pode-se assumir no escoamento turbulento $\alpha=1$. Em um escoamento com profundidade crítica a velocidade de propagação de ondas longas e de pequena amplitude, $\sqrt{gh_c}$, é igual a velocidade do fluxo, V_c . Nesse caso

$$Fr = \frac{V_c}{\sqrt{gh_c}} = 1 \quad (2.5)$$

Essa relação nada mais é do que o número de Froude do escoamento, que relaciona forças de inércia e forças de gravidade.

Portanto, um escoamento com profundidade crítica, é um escoamento em que o número de Froude é igual a unidade.

Baseado no número de Froude podemos dividir os escoamentos com superfície livre em três categorias, que apresentam características físicas distintas:

- Escoamento subcrítico ou fluvial

Escoamentos com profundidade superior à crítica. Sua velocidade é inferior aquela com que se propagam ondas com as características mencionadas em água com igual profundidade ao escoamento. O número de Froude é menor que um;

- Escoamento crítico

Escoamentos com profundidade igual à crítica, cuja velocidade é igual a velocidade com que se propagam ondas longas de baixa amplitude em água de mesma profundidade. O número de Froude é igual a um.

- Escoamento supercrítico ou torrencial

Escoamentos com profundidade inferior a crítica. Sua velocidade é superior aquela com que se propagam ondas com as características citadas em água com profundidade igual do escoamento. O número de Froude é maior que um.

Outro conceito importante em hidráulica de canais é o conceito de controle hidráulico ou seção de controle. A seção de controle é uma seção do canal que determina os níveis de água em um trecho longo do canal em função das condições de contorno que impõe às equações do movimento.

Entre os controles hidráulicos mais importantes pode-se citar: (1) controles de nível onde um corpo de água de grandes dimensões impõe o

nível de água na extremidade, (2) controles de profundidade crítica onde a passagem pela profundidade crítica impõe o nível pela fixação da energia específica no seu valor mínimo, e (3) controles de orifícios onde a descarga por um orifício ou descarregador de fundo impõe a velocidade e, portanto, a profundidade.

Importante é notar que nos escoamentos subcríticos, também chamados de fluviais, a seção de controle situa-se sempre na seção de jusante do trecho enquanto que nos escoamentos supercríticos ou torrenciais, o controle fica na seção de montante do trecho. No caso de escoamento crítico qualquer seção é uma seção de controle.

2.3. Escoamento em regime uniforme

Considere um canal prismático com declividade do fundo constante e igual a S_0 , correspondendo a um ângulo β com a horizontal. Sendo uniforme o movimento, a seção transversal A se manterá constante e a declividade da superfície livre (S) e da linha de energia (S_f) são iguais a declividade do fundo. Dado que as linhas de corrente são retilíneas e paralelas a distribuição de pressões será hidrostática e as forças no sentido do movimento terão a componente do peso nessa direção, igual a resistência.

Admitindo que toda a resistência se concentre ao longo do perímetro molhado P (linha de contato com o contorno sólido), e designando por τ_0 a tensão tangencial ao longo desse perímetro, a força resistente ao longo de um trecho elementar valerá:

$$F_\tau = \tau_0 (\Delta x / \cos \beta) P \quad (2.6)$$

onde Δx é a extensão do trecho medido na horizontal (m)

β é o ângulo do fundo do canal com a horizontal

Esta força deverá ser equilibrada pela componente na direção do fluxo da força da gravidade que será:

$$F_g = \gamma(\Delta x / \cos \beta) A \sin \beta \quad (2.7)$$

onde γ é o peso específico (N/m^3)

Igualando as equações (2.6) e (2.7) e definindo o raio hidráulico, $R_h = A/P$ e ainda assumindo a declividade S_0 suficientemente pequena para que se possa admitir $\sin \beta \approx \tan \beta = S_0$, resulta:

$$\tau_0 = \gamma \cdot R_h \cdot S_0 \quad (2.8)$$

A equação (2.8) é igual a estabelecida para escoamento uniforme em tubos, pois no caso do movimento uniforme em canais S_0 e a declividade da linha de energia, S_f , são iguais. Para tornar a equação (2.8) operacional é necessário que τ_0 seja relacionado a macroparâmetros hidráulicos do escoamento como a rugosidade e a velocidade.

A primeira fórmula para o cálculo do escoamento uniforme em canais, foi proposta por CHÉZY em 1769, que assumiu que a tensão tangencial fosse proporcional ao quadrado da velocidade média U , resultando a equação:

$$U = C \sqrt{R_h \cdot S_f} \quad (2.9)$$

Substituindo-se U na equação geral da resistência (Darcy-Weisbach),

$S_f = \left(\frac{f}{D} \right) \left(\frac{U^2}{2g} \right)$ e considerando $D = 4R_h$ obtém-se:

$$S_f = \frac{f}{4R_h} \frac{C^2 \cdot R_h \cdot S_f}{2g} \quad (2.10)$$

ou

$$C = \sqrt{\frac{8g}{f}} \quad (2.11)$$

Sendo f o fator de resistência obtido do diagrama de Moody.

Pela equação (2.11) fica evidente que a constante C não é adimensional e depende, portanto, além da rugosidade relativa do contorno e do número de Reynolds também do sistema de unidades. A experiência mostra que o uso do diagrama de Moody para estimar C conduz a resultados razoáveis para canais pequenos na escala de laboratório. Para canais de dimensões maiores é mais usual obter o valor de C a partir de equações empíricas, pois depende, em geral, também da forma da seção.

Como ainda na maioria dos canais reais, devido ao elevado número de Reynolds, o escoamento é turbulento rugoso o coeficiente de resistência dependerá para um dado sistema de unidades apenas da rugosidade relativa do contorno sólido.

$$C = f\left(\frac{\varepsilon}{R_h}\right)$$

(2.12)

onde ε é a rugosidade equivalente de areia do contorno.

2.4. Resistência no escoamento

2.4.1. Equação de Manning-Strickler

A fórmula empírica mais utilizada para estimar a resistência em canais é certamente a fórmula de Manning-Strickler. Sua origem remonta a 1889, quando foi apresentada por Manning em uma forma diferente da utilizada hoje. Segundo CHOW (1959), Manning atribuiu a estrutura original da fórmula a HAGEN de 1876.

Várias expressões empíricas foram propostas para estimar o valor de C , ver, por exemplo, LENCASTRE (1992). Entretanto é quase certo que os dados utilizados nas diversas fórmulas para estimar o coeficiente C da fórmula de Chézy foram os mesmos. Hagen e Gauckler, de forma independente, concluíram que os dados utilizados por Ganguillet e Kutter

para estabelecer uma fórmula complicada para o valor de C da equação de Chézy ajustavam-se bem a uma expressão mais simples:

$$C = \frac{R_h^{1/6}}{n} \quad (2.13)$$

Sendo n um coeficiente que depende da natureza das paredes.

Substituindo (2.13) em (2.9) resulta a conhecida fórmula de Manning:

$$U = \frac{R_h^{2/3} S_f^{1/2}}{n} \quad (2.14)$$

sendo

U : velocidade média do escoamento (m/s)

R_h : raio hidráulico (m)

S_f : declividade da linha de energia (m/m)

n : coeficiente de rugosidade (*adimensional*)

STRICKLER (1923) apresenta a equação de Manning na forma:

$$U = K_s \cdot R_h^{2/3} \cdot i_f^{1/2} \quad (2.15)$$

Com K_s igual ao inverso de n . A equação (2.15) é conhecida como equação de Manning-Strickler. Para unidades inglesas, a equação de Manning assume a forma:

$$U = \frac{1,486 \cdot R_h^{2/3} \cdot S_f^{1/2}}{n} \quad (2.16)$$

Plotando para vários escoamentos em canal o logaritmo de $f=8g/C^2$ em ordenadas e em abscissas o logaritmo de ε/R_h obtém-se aproximadamente uma reta com declividade 1:3. WILLIAMSON (1951) propôs para esse ajuste a reta:

$$f = 0,113(\varepsilon / R_h)^{1/3} \quad (2.17)$$

Substituindo (2.17) em (2.10) resulta :

$$C = \sqrt{\frac{8g}{0,113} \left(\frac{R_h}{\varepsilon} \right)^{1/6}} \quad (2.18)$$

Substituindo C pelo seu valor em (2.13)

$$\frac{R_h^{1/6}}{n} = \sqrt{\frac{8g}{0,113} \left(\frac{R_h}{\varepsilon} \right)^{1/6}} \quad (2.19)$$

ou

$$n = \sqrt{\frac{0,113}{8g}} \varepsilon^{1/6} \quad (2.20)$$

com: ε a rugosidade equivalente de areia (m)

g a aceleração da gravidade (m/s²)

Em unidades métricas resulta:

$$n = 0,038\varepsilon^{1/6} = \varepsilon^{1/6} / 26 \quad (2.21)$$

Essa equação permite, quando se conhece o valor da rugosidade equivalente de areia da textura do contorno do canal, a determinação objetiva do coeficiente n . Observa-se que n é independente do raio hidráulico, contrariamente ao que ocorre com as várias equações empíricas tais como Bazin, Ganguillet, Kutter e outros (PINTO et al., 1997) que fornecem o valor de C . A equação (2.21) fornece bons resultados para canais regulares e aproximadamente prismáticos com fundo de areia. Entretanto, na maioria das vezes, principalmente no caso dos canais naturais, essas condições não prevalecem e a resistência constitui-se em um fenômeno muito mais complexo influenciado por macro irregularidades, obstruções, contrações e expansões e outros fatores de difícil quantificação. Neste caso para avaliar o valor de n , se torna necessário o entendimento desses fatores e fazer estimativas a partir de confrontos com canais em condições similares em que o valor de n é conhecido ou, então, utilizar tabelas e ábacos baseados na descrição do tipo do canal.

2.4.2. Capacidade de condução do canal

Escrevendo-se a equação de Manning em função da vazão ($Q=AU$) resulta :

$$Q = \frac{A.R_h^{2/3} . S_f^{1/2}}{n} \quad (2.22)$$

Definindo $K = \frac{AR_h^{2/3}}{n}$ como sendo a capacidade de condução resulta:

$$Q = KS_f^{1/2} \quad (2.23)$$

$$K = Q / S_f^{1/2} \quad (2.24)$$

Outro parâmetro de uso comum no cálculo de canais é o fator de seção, definido como o produto de $AR_h^{2/3}$.

Este fator engloba todas as características geométricas da seção transversal, sendo, portanto função só da profundidade. Conhecida a função $A.R_h^{2/3}=f(h)$ para uma determinada seção, é possível estabelecer a profundidade para qualquer valor do primeiro membro. Em termos práticos, podem ser utilizados gráficos típicos para um determinado canal ou utilizar diagramas gerais como os indicados na figura 2.1, sob forma adimensional, válidos para canais de seção circular parcial ou trapezoidais, em que o fator de seção é obtido a partir do conhecimento da profundidade e do diâmetro (seção circular) ou da largura da base e da inclinação dos taludes do canal (canais trapezoidais).

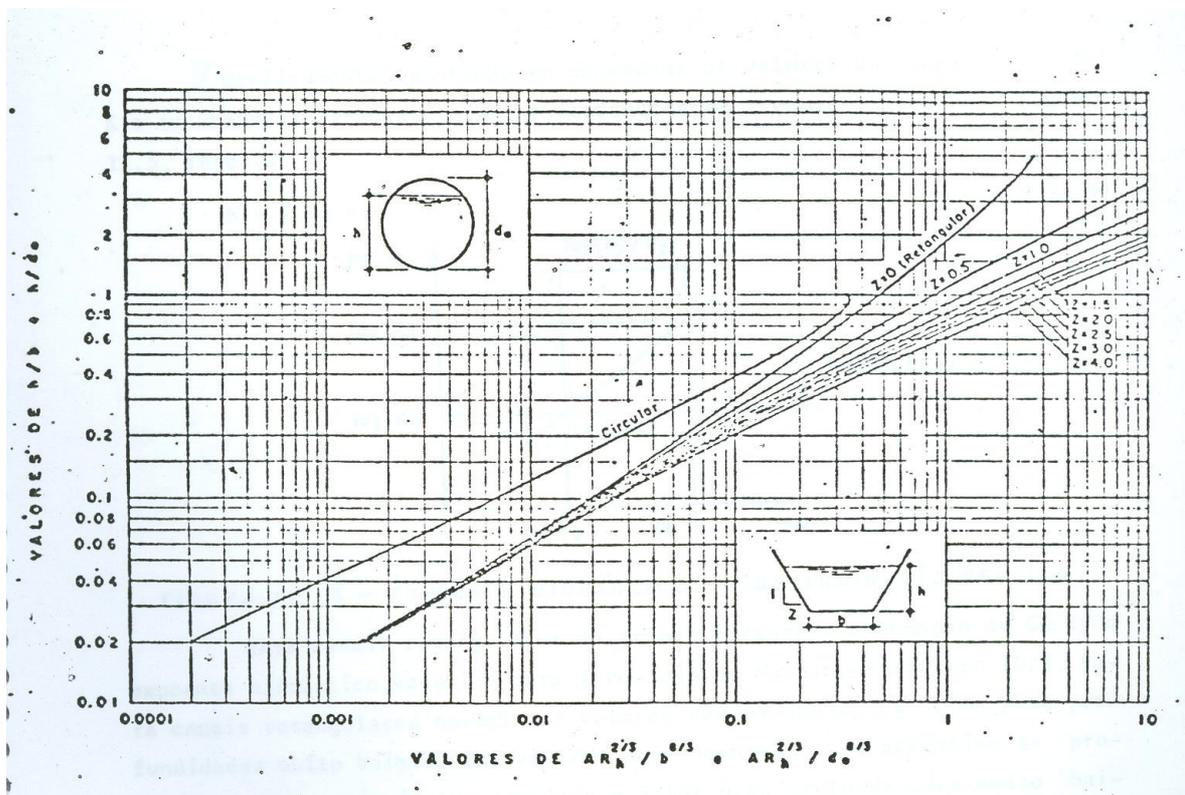


Figura 2.1: Ábaco para cálculo do regime uniforme Fonte: Pinto et al, 1997

A capacidade de condução de um canal, definida anteriormente para uma determinada rugosidade, é uma função da profundidade do fluxo, h . Frequentemente pode-se assumir, que em intervalos limitados vale, aproximadamente:

$$K^2 = ah^N \quad (2.25)$$

Onde “ a ” é um coeficiente e “ N ” um parâmetro designado como expoente hidráulico. Considerando duas profundidades em um mesmo canal:

$$K_1^2 = ah_1^N \quad (2.26)$$

$$K_2^2 = ah_2^N \quad (2.27)$$

Tomando o logaritmo das duas expressões e subtraindo membro a membro as expressões resultantes, obtém-se:

$$N = \frac{2 \log k_1 - \log k_2}{\log h_1 - \log h_2} \quad (2.28)$$

Expressão que permite determinar o expoente hidráulico de uma dada seção. Como se observa na figura (2.1), o expoente hidráulico em geral varia com a profundidade e adotar um valor constante para N implica em assumir apenas pequenas variações da profundidade.

2.4.3. escoamento permanente gradualmente variado

O movimento uniforme considera a igualdade entre as forças que provocam o movimento e as que se opõem a ele. A seção transversal, a declividade do fundo e a rugosidade são constantes. Caso contrário a uniformidade não existirá, e o movimento alterará suas características, passando a ser acelerado ou desacelerado, constituindo um escoamento variado. No caso do escoamento gradualmente variado as variações das

características do movimento ocorrem de forma gradual ao longo do seu desenvolvimento, sem descontinuidades nas variáveis do movimento. Três hipóteses são usualmente consideradas para a análise desse tipo de movimento:

- Perda de carga unitária S_f no entorno de uma seção igual àquela que existiria se o movimento fosse uniforme, com mesma velocidade média, raio hidráulico e rugosidade;
- Declividade constante da superfície livre em cada seção do trecho em estudo;
- Distribuição hidrostática de pressões.

No caso de canais prismáticos com declividade do fundo S_0 constante, a resolução de problemas envolvendo movimento permanente variado parte da equação:

$$\frac{dE}{dx} = S_0 - S_f \quad (2.29)$$

onde

E é a energia específica

S_f é a declividade da linha de energia

S_0 é a declividade do fundo

A equação (2.29) resulta da simples interpretação geométrica dos seus termos. Derivando a equação (2.2) e considerando a definição do número de Froude, a variação da profundidade ao longo do canal resulta:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{dE/dx}{dE/dh} = \frac{S_0 - S_f}{1 - F_r^2} \quad (2.30)$$

Essa equação pode ser integrada após substituição de S_f e F_r^2 em função da profundidade com:

$$S_f = \frac{n^2 Q^2}{A^2 R^{2/3}} \quad (2.31)$$

$$\text{e } F_r^2 = \frac{\alpha Q^2 b}{g A^3} \quad (2.32)$$

onde n é o coeficiente de rugosidade

Q é a vazão (m³/s)

A é a área (m²)

R é o raio hidráulico (m)

α é o coeficiente de Coriolis

b é a largura do canal (m)

g é a aceleração da gravidade (m/s²)

No caso de canais naturais, estes geralmente são não prismáticos e a declividade do fundo não é constante. Neste caso o método das diferenças finitas é normalmente usado e a equação básica é:

$$H_{j+1} = H_j + S_f \cdot \Delta x \quad (2.33)$$

onde H_j ($H_j = Z_j + \alpha V_j^2 / 2g$) é a cota do plano de carga na seção j

S_f é a perda de carga unitária

Δx é a distância entre as seções j e $j+1$

Z_j é a cota da superfície livre na seção j

V_j é a velocidade média na seção j

Para a aplicação do método das diferenças finitas deve-se conhecer a vazão, o coeficiente de rugosidade, as características geométricas de um conjunto de seções transversais, a distância entre essas seções e a cota da superfície livre em uma delas, geralmente coincidindo com o controle hidráulico.

Partindo da seção 1 com cota de superfície livre conhecida o procedimento de solução por tentativas segue os passos:

- 1) Fazendo $j=1$

2) Dado Z_j resulta A_j, R_j e $V_j=Q/A_j$

3) Calcula-se

$$\bullet S_{f_j} = \left(\frac{v_j \cdot n}{R_j^{2/3}} \right)^2 \quad (2.34)$$

$$\bullet H_j = Z_j + \frac{\alpha V_j^2}{2g}$$

4) Arbitrando-se Z_{j+1} resulta $A_{j+1}, R_{j+1}, V_{j+1}=Q/A_{j+1}$

5) Calcula-se

$$\bullet H_{j+1} = Z_{j+1} + \frac{\alpha V_{j+1}^2}{2g} \quad (2.35)$$

$$\bullet S_{f_{j+1}} = \left(\frac{V_{j+1} \cdot n}{R_{j+1}^{2/3}} \right)^2 \quad (2.36)$$

$$\bullet \bar{S}_{f_0} = \frac{S_{f_j} + S_{f_{j+1}}}{2} \quad (2.37)$$

6) Calcula-se

$$\bullet H'_{j+1} = H_j \pm S_f \cdot \Delta x_j \quad (2.38)$$

$$\bullet \Delta = H'_{j+1} - H_{j+1} \quad (2.39)$$

Se $|\Delta| > \varepsilon$ faz $Z_{j+1} = Z_{j+1} + \Delta$ e retorna ao passo 4)

Se $|\Delta| \leq \varepsilon$ faz $j=j+1$ e retorna ao passo 2)

Na equação (2.38) vale o sinal + se o cálculo prossegue de jusante para montante e o sinal – caso contrário.

Nesse algoritmo ε é o erro de convergência admissível e no caso de canais naturais que via de regra apresentam escoamento subcrítico o cálculo progride de jusante para montante (a seção 1 é a seção mais a jusante do trecho).

2.4.4. Coeficiente de resistência

A formulação da resistência no escoamento em canais mais difundida é sem dúvida a fórmula de Manning, atribuída a R. Manning em 1891. Essa expressão originalmente proposta para o escoamento uniforme foi estendida com sucesso para o escoamento variado e mesmo o escoamento não permanente (HENDERSON, 1966; CHOW, 1959) considerando-a válida localmente e instantaneamente. A única restrição importante a validade da fórmula de Manning é que o escoamento seja turbulento rugoso, o que se verifica na imensa maioria dos canais naturais dado ao elevado valor do número de Reynolds. A fórmula de Manning, além de parâmetros geométricos da seção (raio hidráulico, área), contém um coeficiente empírico função da rugosidade hidráulica equivalente cuja estimativa correta nem sempre é fácil, como já comentado na seção 2.4.1.

Assim o seu emprego em cálculos hidráulicos envolvendo o fluxo em canais requer uma estimativa da rugosidade característica do canal. Na falta de uma teoria abrangente sobre os detalhes do microescoamento ao redor dos elementos de rugosidade essa estimativa requer perícia. A habilidade para estimar os coeficientes de rugosidade deve ser desenvolvida através da experiência e análise criteriosa de situações similares e tornado-se familiarizado com a aparência de alguns canais típicos cujos coeficientes de rugosidade são conhecidos.

BARNES (1967) apresenta fotografias coloridas e dados descritivos para 50 tipos de canais, listando o coeficiente de rugosidade obtido por calibragem em cada caso.

CHOW (1959) sugere como fatores que influenciam a rugosidade em um canal natural a rugosidade superficial, a vegetação (altura, densidade, tipo), o alinhamento de obstruções e a profundidade do escoamento. Conhecidas

essas características, pode-se chegar um valor global para n composto de vários componentes:

$$n = (n_0 + n_1 + n_2 + n_3 + n_4)m \quad (2.40)$$

n_0 : valor do coeficiente correspondente ao tipo de textura de contorno

n_1 : valor acrescentado para considerar irregularidades

n_2 : valor correspondente às variações de forma e dimensão

n_3 : valor relativo às obstruções

n_4 : valor correspondente à vegetação

m : correção para sinuosidade ($m \geq 1,0$)

CHOW (1959) apresentou tabelas extensas fornecendo valores numéricos para esses parâmetros.

HENDERSON (1966) apresenta uma descrição detalhada sobre a resistência do escoamento em canais. Para um escoamento uniforme a resistência deverá ser igual a ação da gravidade o que permite expressar a velocidade média em função do raio hidráulico, da declividade e de um coeficiente de rugosidade. A análise dimensional mostra que esse coeficiente dependerá da rugosidade do contorno, do número de Reynolds e da forma da seção transversal. No caso de números de Reynolds bastante elevados o coeficiente de rugosidade deixará de depender deste ficando para uma dada seção transversal definido apenas pela rugosidade. A equação de Manning extensamente pesquisada em trabalhos experimentais realizados entre 1930 e 1950 resume as características da rugosidade do contorno em um único parâmetro designado como coeficiente de rugosidade ou coeficiente de Manning “ n ”. A tabela 2.1 mostra alguns valores recomendados do coeficiente de Manning para escoamento uniforme em canais retilíneos.

Alguns Valores do Coeficiente de Manning “ n ”

Vidro, plástico, máquinas de metal	0,010
Madeira revestida, junta em nível	0,011
Madeira serrada, junta irregular	0,014
Reboco de cimento	0,011
Concreto, aço alisado	0,012
Concreto, forma de madeira, inacabado	0,014
Canais naturais limpos e contínuos	0,025-0,030
Canais naturais sinuosos	0,033-0,040
Canais naturais cheios de ervas daninhas	0,075-0,150

Tabela 2.1: Valores do coeficiente de Manning **Fonte:** Henderson, 1966

Mesmo que a equação tenha sido desenvolvida para condições de fluxo uniforme, ajustes para considerar a perda de carga adicional atribuída a expansões, contrações ou mudanças de direção e no caso de canais irregulares a utilização de valores médios dos parâmetros geométricos permitem seu uso em canais com escoamento gradualmente variado. LIMERINUS (1970) pesquisou uma relação entre os valores do coeficiente de rugosidade Manning e um índice do tamanho das partículas do leito. Os resultados do estudo teórico, relacionando o inverso do coeficiente de

Chezy, $\frac{n}{R_h^{1/6}}$, não são totalmente consistentes. Mesmo com dados adequados, os resultados obtidos de estudos teóricos ou experimentos em laboratório muitas vezes não se aplicam em canais naturais por dois motivos. Primeiro porque as relações teóricas derivadas em laboratório são válidas apenas nas condições de partículas idênticas e na distribuição uniforme de elementos de rugosidade no canal; essa condição quase nunca ocorre em canais naturais. Segundo, porque a distribuição de velocidade na seção dos canais naturais influencia a distribuição das partículas do leito afetando o efeito da rugosidade.

AZMON (1992), discute o coeficiente de rugosidade de Manning. Um estudo de caso ao longo do rio Soreq, baseado em dados coletados de diferentes projetos durante os anos de 1971 e 1981, é apresentado. Diferentes maneiras de determinar “*n*” são examinadas e comparadas. Relações entre o coeficiente de rugosidade, declividade e raio hidráulico também são discutidos. O parâmetro de rugosidade é determinado através

de testes em laboratórios ou pelas médias de observações de campo e relacionado com a rugosidade relativa. Os valores obtidos são comparados com recomendações em tabelas (KING, 1954; LINSLEY et al., 1958) ou em figuras (BARNES, 1967). O estudo indica que os valores de n para uma seção transversal são mais baixos do que aqueles resultantes para longas extensões. Mostra-se ainda nesse estudo que a utilização do coeficiente de Manning publicados em tabelas da literatura pode causar erros consideráveis. Para uma grande extensão de canal em uma região montanhosa o valor de n foi de 0,13-0,19, enquanto que para uma mesma seção específica na mesma região montanhosa foram encontrados valores entre 0,124-0,156.

SCHLICHTING (1982) analisa os efeitos da rugosidade em escoamentos turbulentos discutindo o uso prático da chamada rugosidade equivalente de areia proposta por NIKURADSE (1933). Define-se a rugosidade equivalente de areia como o diâmetro uniforme dos grãos de areia de tubos cujas paredes foram revestidas densamente por areia que produzem o mesmo valor do fator de resistência do tubo em questão quando o número de Reynolds é bastante elevado ($Re \rightarrow \infty$). Mostra a dificuldade em correlacionar as características geométricas dos elementos de rugosidade com o valor da rugosidade equivalente de areia. Ilustra o problema com um exemplo, aqui reproduzido na figura 2.2. de elementos de rugosidade de diferentes formas e espaçamento conduzindo a rugosidade de areia bastante distintos da dimensão geométrica do elemento.

No	item	dimensions	D [cm]	d [cm]	k [cm]	k_s [cm]	photographs
1	spheres		4	0.41	0.41	0.093	
2			2	0.41	0.41	0.344	
3			1	0.41	0.41	1.26	
4			0.6	0.41	0.41	1.56	
5			densest arrgt.	0.41	0.41	0.257	
6			1	0.21	0.21	0.172	
7			0.5	0.21	0.21	0.759	
8	spherical segments		4	0.8	0.26	0.031	
9			3	0.8	0.26	0.049	
10			2	0.8	0.26	0.149	
11			densest arrgt.	0.8	0.26	0.365	
12	cones		4	0.8	0.375	0.059	
13			3	0.8	0.375	0.164	
14			2	0.8	0.375	0.374	
15	'short' angles		4	0.8	0.30	0.291	
16			3	0.8	0.30	0.618	
17			2	0.8	0.30	1.47	

Figura 2.: Rugosidade equivalente da areia, Fonte: Schlichting, 1982

DAILY e HARLEMAN (1966) também mostram como a estrutura geométrica tridimensional e não apenas a altura dos elementos rugosidade afetam o valor da rugosidade equivalente de areia.

CHOW et al (1988) apresenta a chamada rugosidade efetiva, parâmetro bastante usado em estudos da camada limite atmosférica e que é definido como a distância da parede onde a extrapolação do perfil logarítmico de velocidades apresenta valor nulo. O uso da rugosidade efetiva é mais difundido em estudos de evaporação e evapotranspiração onde a turbulência na camada limite atmosférica é fator importante (BRUTSAERT, 1982).

Na análise do escoamento em canais e tubos é mais utilizado o conceito de rugosidade equivalente de areia ou então coeficientes de rugosidade empíricos como o coeficiente de Manning “*n*”.

STRICKLER (1923) analisa a relação entre o diâmetro das partículas de canais com leitos arenosos com o valor do coeficiente de Manning obtendo a relação

$$n = 0,0526d_{50}^{1/6} \quad (2.41)$$

onde d_{50} é a dimensão da malha da peneira que permite a passagem de 50% do material.

CHOW (1959) apresenta uma tabela com valores tabelados de n para diferentes tipos de canais e tubos (tabela 2.2).

Tipo do canal e descrição	Mínimo	Normal	Máximo
1- Canais naturais			
1.1- Planícies de Inundações			
1.1.1- Pastagem			
Grama curta	0.025	0.030	0.035
Grama alta	0.030	0.035	0.050
1.1.2- Áreas cultivadas			
Nenhuma colheita	0.020	0.030	0.040
Colheitas maduras na fileira	0.025	0.035	0.045
Colheitas de campo maduras	0.030	0.040	0.050
1.1.3- Matagal			
Galhos disperses	0.035	0.050	0.070
Matagal leve e árvores, no inverno	0.035	0.050	0.060
Matagal leve e árvores, no verão	0.040	0.060	0.080
Mato médio a denso, no inverno	0.045	0.070	0.110
Mato médio a denso, no verão	0.070	0.100	0.160
1.1.4- Árvores			
Salgueiros densos	0.110	0.150	0.200
Terra limpa com toco de árvores, sem broto	0.030	0.040	0.050
Terra limpa com toco de árvores, com brotos crescendo	0.050	0.060	0.080

Tabela 2.2: Valores do Coeficiente de rugosidade **Fonte:** Ven Te Chow, 1959

PINTO et al (1997) apresentam o caso de canais com rugosidades não-uniformes. Neste caso pode-se determinar um coeficiente de rugosidade equivalente único para efeito do cálculo. Há várias hipóteses para a determinação da rugosidade equivalente, entre elas a de que a velocidade média em todas as seções parciais e na seção total é a mesma proposta

por Einstein e Horton (apud PINTO et al., 1997). Sendo as rugosidades nos vários trechos do perímetro n_1, n_2, \dots, n_n a rugosidade equivalente será:

$$n = \frac{(P_1 n_1^{1,5} + P_2 n_2^{1,5} + \dots + P_n n_n^{1,5})^{2/3}}{P^{2/3}} \quad (2.42)$$

Sendo P_1, P_2, \dots, P_n os perímetros molhados parciais e P o perímetro molhado total ($P = P_1 + P_2 + \dots + P_n$) como mostra a figura 2.3.

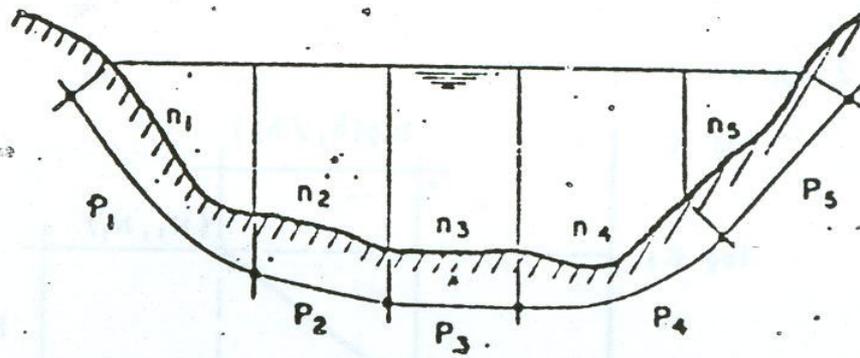
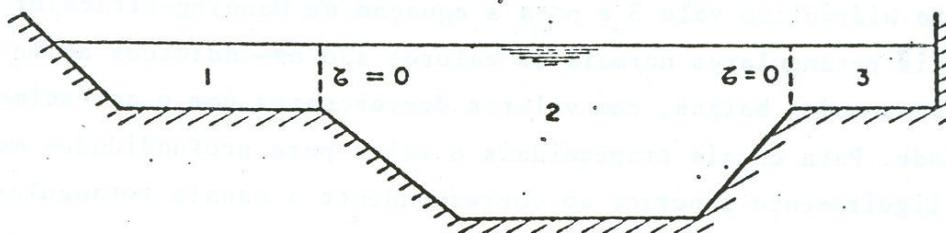


Figura 2.3: Seções parciais **Fonte:** Pinto et al, 1997

No caso de rios naturais, é comum a ocorrência de regiões com velocidades bastante diferentes entre si. Geralmente o canal principal no centro da seção apresenta velocidade superior as áreas laterais de pouca profundidade e cobertas de vegetação. Esta situação é em geral modelada com o uso dos canais de seções compostas, onde se distinguem as regiões do canal principal (centro) e planícies de inundações laterais como mostra a figura 2.4:

Figura 2.4.: Canais com seções compostas **Fonte:** Pinto et al, 1997



O cálculo nesse caso é efetuado subdividindo a seção e determinando independentemente a vazão correspondente a cada parcela, considerando inexistente a tensão tangencial nas superfícies limítrofes líquidas das subseções é ainda assumindo a mesma declividade da linha de energia em cada subseção. No caso figurado (3 subseções) a vazão total seria obtida por:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad (2.43)$$

Sendo:

Q_1 : vazão na seção 1,

Q_2 : vazão na seção 2,

Q_3 : vazão na seção 3.

Também é possível efetuar o cálculo usando explicitamente o coeficiente de Coriolis $\alpha = \int v^3 dA / V^3 A$ (v =velocidade variável em cada ponto da seção) usando uma distribuição não uniforme na seção. Para um número finito de subseções resulta:

$$\alpha = \frac{A^2 \sum R_i^2 A_i / n_i^3}{\left(\sum R_i^{2/3} A_i / n_i \right)^3} \quad (2.44)$$

onde: A é a área da seção (m^2)

R é o raio hidráulico da seção (m)

n é o coeficiente de rugosidade

STEPHAN e GUTKNECHT (2002) analisaram a influência na rugosidade causada pela vegetação aquática, particularmente as macrofitas submersas em toda a superfície livre. Essas plantas são muito flexíveis e mantêm um comportamento diferente dependendo da situação do fluxo. As fórmulas convencionais como a de Manning, são unidimensionais e baseadas em parâmetros médios do escoamento, não sendo suficientes para quantificar a resistência produzida por esse tipo de vegetação. Os vórtices produzidos pela vegetação são tridimensionais e dispersos por toda seção e não são

confinados a região próxima do contorno como no caso de rugosidades nas paredes cujas dimensões são muito menores que a profundidade ou largura da seção. Foram realizadas experiências em laboratórios com três diferentes tipos de vegetação. As velocidades em torno dessas plantas foram avaliadas para determinar a relação entre a rugosidade hidráulica e a altura deflexionada da planta. A altura deflexionada da planta é usada como parâmetro geométrico de rugosidade, em contraposição com o uso da rugosidade equivalente de areia de Nikuradse como parâmetro da rugosidade hidráulica. As análises dos perfis de velocidade ilustram que tanto a rugosidade equivalente da seção como a posição da velocidade nula na lei logarítmica de distribuição de velocidades são correlacionados com a altura da planta deflexionada.

A presente dissertação procura demonstrar a viabilidade de estabelecer regressões entre uma medida da altura da vegetação e o coeficiente de rugosidade de Manning em planícies de inundação. O método será demonstrado em um trecho do Rio Iguaçu entre União da Vitória e Porto Vitória, mas acredita-se que poderá ser generalizado o que permitiria a sua aplicação em outros locais

3. TECNOLOGIA A LASER

3.1. Mapeamento a Laser

3.1.1 Considerações gerais

Mapas topográficos altimétricos da superfície da Terra promovem informações cruciais para uma série de aplicações científicas ambientais, militares e comerciais para o setor público e privado. A topografia, cujo significado etimológico é "descrição do lugar", existe desde a época dos antigos egípcios e gregos, porém novas tecnologias continuam a ser desenvolvidas para melhorar a qualidade e custo dos dados topográficos. Inicialmente mapas de curvas de nível eram criados a partir de medidas obtidas por levantamentos em campo. Nos últimos cinquenta anos, a fotografia aérea e posteriormente os sistemas óticos digitais passaram a ser usados intensamente. Recentemente, o mapeamento a laser, também conhecido como LiDAR (Light Detection and Ranging), tem se tornado uma ferramenta operacional bastante útil em empresas de mapeamento e aerolevanteamento.

A utilização do laser como instrumento do sensoriamento remoto vem, na verdade, acontecendo há mais de 30 anos. Nas décadas de 60 e 70, vários experimentos demonstraram o poder do uso do laser em satélites, no mapeamento da superfície lunar, em monitoramentos atmosféricos na locação de estruturas subterrâneas, medida de distâncias e estudos oceanográficos. Na década de 80, a altimetria a laser passou a ser essencialmente feita através de instrumentos transportados por aeronaves, como, por exemplo, os equipamentos desenvolvidos pela NASA: a AOL (Atmospheric Oceanographic LiDAR) e o ATM (Airborne Topographic

Mapper). Perfiladores a Laser também têm sido utilizados com sucesso em missões espaciais. A NASA tem duas missões planejadas: a VCL, envolvendo cobertura de vegetação e a GLAS, envolvendo aplicações de geociências. O Perfilador a Laser também tem sido usado para gerar mapas detalhados de Marte, através do MOLA (Mars Observer Laser Altimeter), atualmente em órbita ao redor do planeta. Todavia, apenas nos últimos cinco anos foi que o Perfilador a Laser passou a ser usado comercialmente.

WILSON (2000) apresenta as bases da análise digital de terrenos. O livro é o resultado da colaboração de treze grupos de pesquisa baseados em quatro países e apresenta o desenvolvimento e a aplicação do software *TAPES: Terrain Analysis Programs for the Environmental Science*. As ferramentas do software descritas foram motivadas pela visão do mundo como sendo uma escala hierárquica do processo biofísico. O livro é dividido em quatro principais seções. Na primeira seção concentram-se os métodos e os dados e as três seções seguintes ilustram aplicações hidrológicas, geomorfológicas e biológicas. O capítulo final oferece algumas conclusões e previsões futuras. O capítulo inicial e os quatro seguintes descrevem as bases e os métodos da análise digital de terreno. Os capítulos que se referem às aplicações hidrológicas exploram a influência da topografia na umidade do solo e no comportamento do escoamento, usando atributos topográficos computados em modelos hidrológicos complexos mediante uma modelagem mais simples. Nas aplicações geomorfológicas, as áreas de estudo usadas variaram muito em tamanho e em características. Os capítulos que se referem às aplicações biológicas examinam as conexões entre atributos topográficos e vegetação em três áreas da América do Norte.

Wilson, J. e Callant J. (2000) publicaram três modelos de classificação relacionando atributos topográficos e variáveis espectrais derivadas de imagens de satélites. Os modelos foram aplicados em mapas digitais de variáveis topográficas e espectrais para produzir mapas com a distribuição da vegetação com previsão estimada entre 52 e 62%.

No projeto IG-10, Estimativa de biomassa florestal utilizando dados do mapeamento digital a laser, (FELIX, D. et al, 2004) descreve o tratamento das informações brutas obtidas através do laser, para a obtenção de dados geométricos proporcionando modelos digitais de terreno (MDT) e de elevação (MDE). Um modelo digital de terreno (MDT) compreende os pontos considerados pertencentes ao solo e um modelo digital de elevação (MDE) corresponde às demais entidades, como por exemplo, a vegetação ou edificações. A precisão desta classificação está vinculada ao algoritmo de classificação dos pontos amostrados usado e ao tipo de equipamento do laser (LiDAR). Os dados obtidos diretamente do pós-processamento possuem informações referentes à posição tridimensional de cada ponto (x,y, z) e um valor associado a intensidade do sinal refletido, para o primeiro e último retorno do pulso. Através desse valor de intensidade associado com valores de altimetria é possível gerar uma imagem hipsométrica do terreno.

Para um bom estudo de monitoramento dos recursos naturais é de fundamental importância a obtenção de um mapa de vegetação detalhado. O mapeamento digital a laser tem mostrado grande aplicabilidade em estudos de classificação de vegetação. Existem estudos comprovando a qualidade de modelos digitais de terreno em áreas de vegetação densa, inclusive em florestas em estágios sucessionais avançados - REUTEBUCH et al. (2003). Os modelos digitais de terreno foram gerados a partir de triangulação e, em seguida, rasterizado utilizando um tamanho de célula de 20 cm e um valor de altura de vegetação associado para cada célula. DOWLING et al.(2003) utilizaram a informação da altura da vegetação como um dos atributos estruturais para esta classificação. Através da análise dos modelos de vegetação gerados para as áreas rastreadas pelo laser, foi possível definir oito classes distintas de vegetação. A grande quantidade de informações geradas faz com que ocorra interferência de uma classe de vegetação na outra. Para um processo de estratificação automático foi necessário estudar uma metodologia para o agrupamento destas classes em polígonos maiores delimitando, desta forma, regiões com características semelhantes. Utilizou-se para representação dos dados o formato raster, também denominado matricial. Os dados raster são formados por um reticulado de elementos quadrados de mesmo tamanho. Estes elementos são organizados em linhas e colunas, formando uma matriz cartesiana bidimensional. O nível de detalhamento é função do tamanho das células, sendo maior à medida que estas diminuem. Para evitar a segmentação exagerada na estratificação utilizou-se uma função focal de análise de vizinhança, onde para cada célula do raster de origem, calcula-se uma estatística baseada no valor da célula analisada juntamente com a sua vizinhança, dentro de um raio pré-determinado. Desta forma o valor calculado é armazenado na célula de localização correspondente no raster resultante.

A tecnologia LiDAR ou mapeamento a laser possibilita que dados da topografia, assim como feições presentes na superfície do terreno como, prédios, casas e árvores etc. sejam coletados com alto ganho de produtividade em relação às técnicas convencionais. Uma característica

desta tecnologia é que em muitos projetos, especialmente onde os modelos digitais de elevação são necessários em áreas de alta densidade de vegetação, o LiDAR pode reduzir bastante o tempo e esforço no levantamento. Isto se traduz diretamente em maior economia.

Quando comparado a técnicas de levantamento tradicionais, o Perfilador a Laser se revela menos impactante no sentido ambiental por poder sobrevoar áreas onde o acesso é limitado, impossível ou indesejável, não sendo necessário o envio de equipes de campo para operações intensas de levantamento de apoio.

O mapeamento a laser também se mostra muito eficiente na extração de informação tridimensional em áreas urbanas devido a grande densidade de pontos que podem ser coletados através do sistema.

Em áreas urbanas, as edificações podem ser extraídas do contexto, telhados e muros podem ser modelados a partir dos dados de elevação. Outras estruturas construídas podem ser observadas como linhas de transmissão, torres, pontes, barragens, tornando-se assim em uma ferramenta atraente para usuários finais de dados topográficos em várias áreas. Para qualquer aplicação que exija um modelo digital de elevação com alta densidade, alta resolução e precisão da ordem do decímetro, o mapeamento a laser oferece capacidade técnica ímpar, baixo tempo de processamento e conseqüentemente baixo custo operacional, se comparado às formas tradicionais de levantamentos de dados.

Os dados do LiDAR ainda podem ser combinados com imagens adquiridas por aerofotogrametria convencional ou imagens de câmeras digitais para o refinamento de modelos tridimensionais.

3.1.2 Componentes do sistema

Os componentes básicos do sistema são: um laser scanner, um receptor GPS- *Global Positioning System*, um sistema de navegação inercial INS- *Inertial Navigation System* e um rack de controle, onde se encontra o computador que gerencia todo o sistema, conforme ilustrado na figura 3.1.



Figura 3.1: Equipamento a laser instalado no avião **Fonte:** www.lactec.org.br

Estações GPS em campo distantes menos de 30 km da aeronave são utilizadas para posterior correção diferencial. O sistema pode ser instalado tanto em aviões como em helicópteros. O equipamento pode ser utilizado de dia ou à noite, já que ele opera na posição infravermelha do espectro. Não é necessário luz solar para se obter as informações.

3.1.3 Princípio de funcionamento

O princípio de funcionamento do LiDAR está baseado na emissão de um feixe de laser no espectro infravermelho em direção à superfície terrestre como mostrado na figura 3.2.

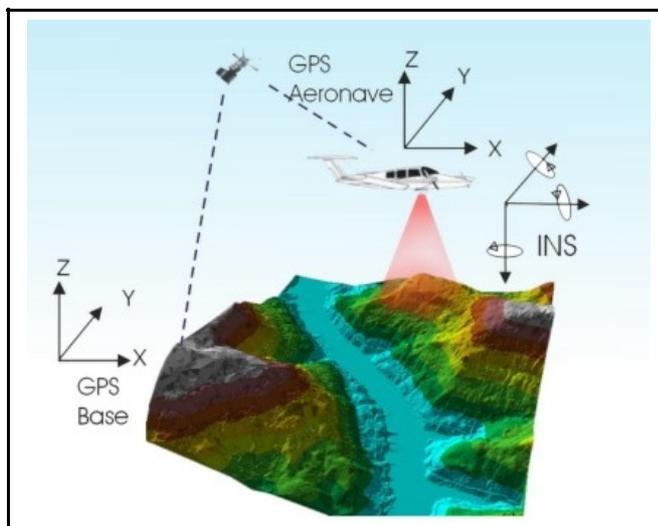


Figura 3.2.:Funcionamento do sistema. **Fonte:** www.lactec.org.br

Na superfície, estes feixes são refletidos por obstáculos (construções, vegetação ou o próprio terreno) e captados pelo sensor. Para cada feixe emitido é registrado o tempo de percurso aeronave – obstáculo – aeronave. A partir do tempo de percurso do laser é possível determinar a distância percorrida utilizando para tal a velocidade da luz. A posição, orientação e variação da altitude da aeronave são combinadas através de métodos de processamento para produzir uma posição tridimensional do ponto da superfície da Terra que foi atingido por cada pulso laser. Para grandes áreas, são necessárias várias linhas de vôo com uma sobreposição planejada para permitir uma cobertura contínua. Uma vez processados os

dados registrados pelo laser scanner, pelo GPS e pelo INS, é possível gerar modelos digitais do terreno e da superfície da área levantada.

Como a área de cobertura de cada feixe é variável de acordo com a altitude do mapeamento, é possível que uma porção do mesmo feixe laser encontre um ou mais objetos antes de atingir o solo. Esses encontros geram um retorno parcial do feixe, denominado de primeiro pulso ou primeiro retorno. O laser scanner armazena dados tanto do primeiro pulso retornado como também do último pulso retornado pelo mesmo feixe. De posse desses dois tipos de informações, é possível gerar modelos digitais a partir do primeiro pulso, do último e de ambos. Essa característica tem sua importância reforçada pela facilidade em se determinar a natureza de estruturas verticais como, por exemplo, as árvores de uma floresta.

O Perfilador a Laser tem capacidade de fazer uma medição de tempo por vez. Essa restrição é compensada através da emissão de milhares de feixes por segundo. Para se criar um mapa tridimensional, são efetuadas entre 2.000 a 80.000 medições por segundo. Para tanto são usados espelhos móveis que funcionam como defletores do laser. O conjunto de espelhos direciona o laser para o solo, mudando essa direção a cada décimo de segundo. O feixe laser é escaneado em linhas quase perpendiculares à direção de vôo. Como a aeronave está em movimento, ela mede pontos em linhas diferentes a cada vez, produzindo faixas com valores da elevação da superfície que dependendo do tipo de Perfilador a Laser, podem variar de 50 m a 9000 m de largura. O diâmetro da área de cobertura de cada feixe de laser no solo também pode variar de 20 cm a 250 cm.

Quando o laser trabalha com um feixe estreito, o pulso muitas vezes penetra através de pequenas aberturas nos extratos da vegetação, refletindo a partir de superfícies mais baixas permitindo assim o mapeamento da superfície abaixo da vegetação. O mapa resultante dessa nova superfície pode ser usado em análises hidrológicas e geomorfológicas, nas quais informações sobre a elevação do terreno são necessárias para o estudo da direção do fluxo da água, erosão e controle de inundações. Quanto à vegetação, pesquisadores têm conseguido separar árvores

individuais de florestas, extraindo alguns atributos diretamente dos dados de elevação, como área e altura da copa.

Cada pulso laser que retorna ao equipamento traz informações não só da estrutura vertical da superfície, como textura, altura e formato de objetos, mas também da refletividade dessas estruturas, detectadas através de técnicas avançadas de processamento e classificação. Modelos temáticos podem ser gerados a partir da análise dessas informações, representando a densidade ou altura de uma floresta, mostrando o percentual de superfícies porosas (vegetação, areia, terra) contra não porosas (asfalto, concreto).

Em conjunto com o Perfilador a Laser, é acoplada uma câmara de vídeo que documenta o vôo, registrando em cada *frame* dados das coordenadas (X,Y) da cena. De posse dessas imagens, é possível realizar pesquisas de feições conhecidas e referenciá-las aos pontos coletados.

Também é comum utilizar uma câmara digital associada ao equipamento laser para auxiliar na visualização da geometria e brilho da superfície, levando-se em conta a alta resolução de suas imagens. Além disso, a câmara digital pode operar com várias bandas espectrais. Portanto, a combinação das técnicas de perfilamento laser e de fotografia digital multi-espectral otimiza uma série de tarefas de sensoriamento remoto que até pouco tempo requeria muita análise e interação manual. Uma desvantagem em relação à combinação da câmara digital ou da câmara de vídeo ao Perfilador a Laser é que aquelas necessitam ser operadas à luz do dia.

3.1.4 Especificações técnicas do sistema utilizado

A tabela 3.1 lista as principais especificações do equipamento laser ALTM 2050, utilizado no presente trabalho.

ESPECIFICAÇÕES TÉCNICAS DO LASER ALTM	
Altitude de Operação	200 – 2000 m nominal
Precisão Vertical	<15 cm a 1200 m (1 sigma) <25 cm a 2000 m (1 sigma)
Ângulo de Abertura	Variável (0 a $\pm 20^\circ$)
Largura da Faixa de Perfilamento	Variável (0 a $\pm 0.72 \times$ altitude)
Frequência de Perfilamento	0 – 100 Hz, dependendo do ângulo de abertura
Precisão Horizontal	1/2000 x altitude (1 sigma)
Receptor GPS	Novatel Millennium
Taxa de Repetição do Pulso Laser	50 kHz
Divergência do Feixe	200m @ 0.66 mrad; 650m @ 0.2 mrad, nominal
Intensidade	Registra a intensidade do retorno dos sinais dos pulsos laser
Medidor de intervalo duplo de tempo	Simultâneos primeiro e último retorno do pulso provindo de cada disparo de laser
Classificação do Laser	Classe IV (FDA CFR 21)
Requerimentos de Potência	28 VDC @ 35 ^A
Temperatura Operacional	10 – 35° C
Umidade	95%

Tabela 3.1: Especificações técnicas do equipamento a laser

3.2 . Aplicações do Perfilador a Laser

O equipamento digital a laser funciona com alta precisão, 15 cm na altimetria e 50 cm na planimetria. Consegue em um único vôo obter entre 500.000 e 4.000.000 pontos por km², sendo que o mapeamento pode ser feito de dia ou de noite, resultando em uma alta produtividade. O processamento dos dados é bem ágil, sendo 100% digital.

De acordo com suas características funcionais, as principais aplicações em que o Perfilador a Laser tem sido utilizado nos últimos anos são: criação de MDT e MDE (Figura 3.3), monitoramento de linhas de transmissão, georreferenciamento de estruturas; monitoramento e propagação de inundações; monitoramento de erosão; modelagem hidrológica; determinação de altura de vegetação e remoção virtual de cobertura vegetal; modelagem tridimensional de cidades; cálculos de volumes extraídos de jazidas; estudo de propagação de sinais de telecomunicações.

Essas são algumas das aplicações em uso, não significando que sejam as únicas. Várias pesquisas encontram-se em andamento e apresentando resultados promissores como o monitoramento contínuo do uso do solo e a detecção automática de feições geográficas.

Na área de energia elétrica destacam-se as seguintes aplicações: mapeamento de linhas de transmissão, mapeamentos urbanos e cartas de enchentes urbanas.

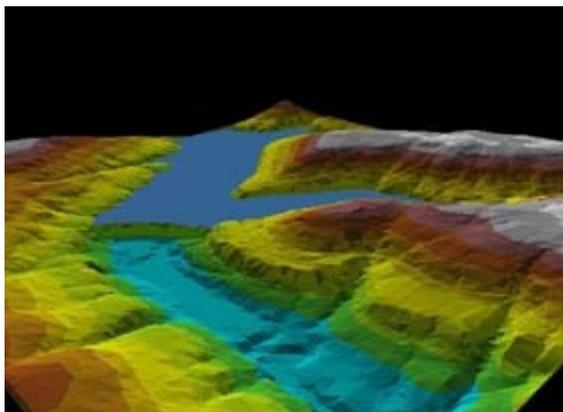


Figura 3.3: Modelo Digital de Terreno. **Fonte:** www.lactec.org.br

3.2.1 Linhas de transmissão

Uma das aplicações mais significativas da altimetria a laser vem beneficiar o setor elétrico. O Perfilador a Laser tem capacidade de mapear torres, linhas de transmissão de energia de alta e baixa tensão e

instalações elétricas, como usinas e subestações (Figura 3.4). Essas aplicações vem sendo utilizadas, há alguns anos, com sucesso em todo o mundo, fundamentalmente na obtenção de dados espaciais dessas estruturas.

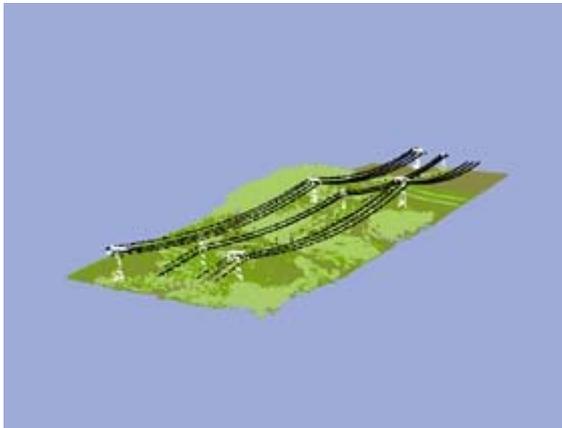


Figura 3.4: Modelo tridimensional de linha de transmissão **Fonte:** www.lactec.org.br

Esse mapeamento é feito a partir de uma aeronave, voando a altitudes entre 300 a 1000m, com velocidade de 100 a 200 km/h, cobrindo uma área tipo “corredor” com largura de 50 a 300 m. Podem ser mapeados centenas de quilômetros por dia, sem a necessidade de ocupar fisicamente a área, representando uma grande diferença nesta técnica quando comparada a técnicas concorrentes, como o levantamento em campo, levando semanas ou meses para cobrir a mesma área.

As exigências operacionais e de manutenção do setor elétrico requerem uma elevada quantidade de dados, principalmente com relação a características físicas das estruturas de transmissão (dados espaciais de cabos, transformadores e torres), além das características do terreno onde estão inseridas.

Observa-se que tanto para projetistas como para empresas prestadoras de serviço, existem algumas funções básicas que podem ser estudadas a partir dos dados adquiridos pelo Perfilador a Laser:

- Monitoramento de linhas de transmissão com o objetivo de manutenção e atualização de dados;
- Identificação de locais com risco de interferência de vegetação ou do terreno com os cabos;
- Localização de trechos onde os níveis de segurança relativos a distâncias mínimas (cabo/solo e cabo/vegetação) não são aceitáveis.

Através de um levantamento com o Perfilador a Laser é possível coletar uma nuvem muito densa de pontos ao longo de uma linha ou corredor e quase sempre com múltiplos retornos do pulso laser: o primeiro proveniente da própria estrutura da linha (cabos e torres) e o último pulso com informações da superfície do terreno. Através de algoritmos de pós-processamento combinados com os valores de intensidade de refletância, é possível separar e classificar esses diferentes pulsos, proporcionando a geração de novas informações.

Após o processamento e classificação dos dados torna-se possível a modelagem geométrica tridimensional dos objetos, possibilitando uma série de análises como a localização de interferência de árvores e outras estruturas na faixa de domínio, localização de torres e modelagem da catenária dos cabos. A determinação e vetorização da catenária é de extrema importância pois permitem que sejam calculadas as distâncias em relação à vegetação e a altura mínima em relação ao solo em condições extremas de temperatura.

3.2.2 Cartas de inundações

Um dos graves problemas que atingem os centros urbanos, com relativa frequência, são as enchentes. As consequências desses eventos são prejuízos sociais e econômicos de alta magnitude.

Estão atualmente disponíveis modelos computacionais complexos que ao resolver as equações do escoamento, modelam o fluxo de água em três dimensões. Atualmente os recursos computacionais não mais constituem-se em restrições importantes como no passado. Entretanto, muitos projetos

acabam não fazendo uso de todos os recursos disponíveis pela falta de dados topográficos precisos e atualizados. As cartas topográficas, quando existentes, são freqüentemente desatualizadas e apresentam escalas incompatíveis com o tipo de resultado que se deseja.

Com a utilização do Perfilador a Laser é possível obter, de maneira rápida e precisa, informações relativas ao relevo da região estudada facilitando a geração de cartas de enchentes.

Além dos benefícios óbvios dessas informações para a população, em geral a transmissão de energia elétrica poderá se beneficiar da informação de regiões mais sujeitas à inundações, possibilitando a implantação de programas especiais nessas regiões como mudança do gabarito de localização dos medidores de energia elétrica, relocação de transformadores, e melhor proteção de subestações.

O caso da cidade de União da Vitória no estado do Paraná é um bom exemplo desse tipo de aplicação. União da Vitória está localizada às margens do rio Iguaçu e em função da sua localização particular vem sofrendo constantes enchentes que devido a expansão urbana têm se tornado cada vez mais problemáticas. Fruto da preocupação das autoridades municipais, estaduais e dos próprios moradores organizados em uma associação, vários estudos foram realizados de maneira a permitir a estimativa dos níveis de água atingidos para diferentes probabilidades de enchentes. A combinação desses níveis, com sistemas de informações geográficas (SIG), foi o passo definitivo que possibilitou a prefeitura gerar um novo plano de ocupação do município. A concessionária local de distribuição também se valeu dessas informações para alterar a altura dos medidores de energia de residências que constantemente eram atingidas pelas enchentes. Antes dessa providência, eram constantes os riscos de acidentes elétricos além de custos devido ao religamento de energia após as enchentes.

3.2.3 Mapeamentos urbanos

Outra aplicação da altimetria laser que desperta grande interesse é a informação 3D de ambientes urbanos. Devido ao aumento da densidade de pontos que podem ser coletados através do sistema de levantamento aerotransportado laser, os dados de altimetria laser têm fornecido cada vez mais informações a respeito de feições urbanas, tornando-se uma excelente alternativa para levantamentos fotogramétricos.

O potencial dos dados obtidos via laser para geração de modelos 3D de feições urbanas tem sido investigado por muitos autores nos últimos anos. Pode-se derivar parâmetros para modelos CAD 3D de bases do projeto original do edifício através do método dos mínimos quadrados, minimizando a distância entre o modelo digital da superfície gerado pelo laser scanner e os correspondentes pontos do projeto geométrico do edifício.

A geração de mapeamentos urbanos baseados unicamente em dados adquiridos pelo Perfilador a Laser geralmente tem a forma apresentada na figura 3.6.

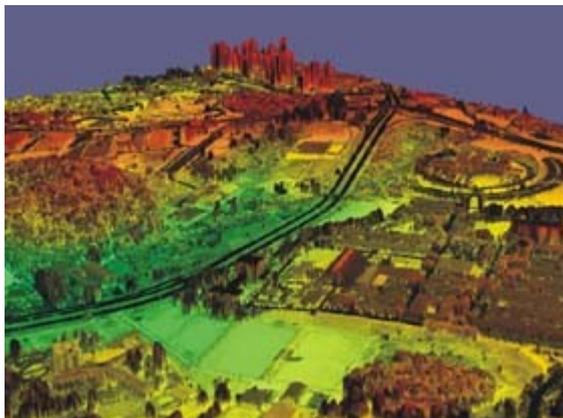


Figura 3.6.: Modelo tridimensional urbano. **Fonte:** www.lactec.org.br

4. ANÁLISE DE REGRESSÃO

4.1. Geral

A análise de regressão constitui-se em uma técnica de longa história e múltiplas aplicações, principalmente para estimar grandezas físicas que guardam uma relação causal com muitas variáveis das quais algumas são mais relevantes e outras menos relevantes são desconhecidas ou de difícil mensuração. Assim ao modelar sistemas físicos ou sociais complexos (como por exemplo uma bacia hidrográfica ou um ambiente econômico) a análise de regressão constitui-se em uma ferramenta poderosa para estimar a resposta desse sistema para um dado estímulo. Seja Y essa resposta e X o estímulo. Então dado que existem outros fatores além de X para definir Y o modelo resulta:

$$Y = f(X) + \varepsilon \quad (4.1)$$

onde ε é o erro do modelo resultante do fato de existirem outras variáveis causais além de X e que a função $f(X)$ pode ser uma simplificação considerável da realidade.

O modelo (4.1) é também freqüentemente chamado de modelo “caixa preta” porque normalmente a função $f(X)$ não está diretamente relacionada com as leis físicas que regem o processo em pauta.

Exemplos que podem ser modelados com o uso do modelo (4.1) são:

- O nível de consumo de uma sociedade estimado a partir da sua renda;
- O deflúvio de um rio previsto a partir da precipitação sobre a bacia hidrográfica;
- A população de bactérias prevista a partir da relação entre população e o tempo de reprodução;
- O coeficiente de rugosidade de um canal estimado a partir do diâmetro dos grãos de areia do leito.

Quando essa relação é linear, embora a variável X possa ser uma transformação não linear de algum atributo que influi no valor de Y , dizemos que a dependência de Y com X constitui uma regressão linear simples.

Dessa forma, a análise de regressão representa os dados através de um modelo linear, incluindo um componente determinístico e um aleatório.

$$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon \quad (4.2)$$

Onde:

α e β são os parâmetros do modelo, constantes mas desconhecidos;

Y é a variável dependente;

X é a variável independente ou explicativa;

ε é o erro do modelo, que é uma variável aleatória

Na equação (4.2) $\alpha + \beta X$ é o componente determinístico e o erro ε representa o componente aleatório, correspondente às variações de Y que não são explicados pela parte determinística.

É importante frisar que na equação (4.2) X e Y podem ser transformações não lineares das grandezas físicas envolvidas.

Como exemplo, as expressões (4.3) e (4.4) são especificações lineares do componente determinístico.

$$\hat{Y} = \alpha X^\beta \quad (4.3)$$

$$\hat{Y} = \exp\left\{\alpha + \beta \frac{1}{X}\right\} \quad (4.4)$$

A equação (4.3) torna-se linear ao considerar os logaritmos nos dois lados da equação, podendo ser escrita como:

$$\log \hat{Y} = \log \alpha + \beta \log X \quad (4.5)$$

que é linear em $\log \hat{Y}$ e $\log X$. A equação (4.4) pode ser transformada em

$$\log \hat{Y} = \alpha + \beta \frac{1}{X} \quad (4.6)$$

que é linear no $\log \hat{Y}$ e $1/X$.

A função $\hat{Y} = \alpha + \beta X + \gamma X^2$ (4.7)

é linear em \hat{Y} , X e X^2 , mas por apresentar duas variáveis explicativas constitui-se no objeto da chamada análise de regressão múltipla que é a generalização da regressão linear simples expressa pela equação (4.2). A regressão múltipla não será abordada nesta dissertação. Por outro lado a equação (4.8) com parâmetros α , β , γ não pode ser reduzida a forma linear.

$$\hat{Y} = \alpha + \frac{\gamma}{X - \beta} \quad (4.8)$$

A análise da regressão, essencialmente, compreende quatro passos fundamentais e que são:

- 1) Especificação do modelo;
- 2) Estimativa dos parâmetros;
- 3) Inferência estatística (validação do modelo);
- 4) Previsão.

Com exceção do último aspecto (previsão) a análise se baseia na disponibilidade de um conjunto de dados observados ou amostra para medidas simultâneas das variáveis X e Y . Às vezes, em lugar de se dispor dos verdadeiros valores de X e Y dispõe-se apenas de estimativas dessas variáveis (por exemplo se Y for a cheia centenária de um rio o valor verdadeiro de Y é desconhecido). Nesse caso o erro ε , além das incertezas da parte determinística de (4.2) inclui ainda o erro amostral das estimativas da variável dependente.

Assim o primeiro passo para estabelecer uma regressão linear entre Y e X é obter uma amostra de n pares de valores observados nas duas variáveis. Os dados da amostra são indicados por $(X_i, Y_i) \quad i = 1, 2, \dots, n$.

O próximo passo é plotar os dados obtidos usando tentativamente várias transformações das variáveis, para, pela visualização do gráfico, verificar qual seria o modelo mais adequado para a regressão.

Para a escolha do tipo de transformação mais apropriada também se pode lançar mão do conhecimento prévio da forma da lei física aplicável ou simplesmente da análise dimensional das grandezas envolvidas.

4.2. Especificação do modelo de regressão

Para escolher a forma do modelo de regressão ou seja especificar o modelo, os passos básicos são:

- Seleção das variáveis explicativas;
- Escolha do modelo de regressão;
- Abrangência do modelo

Em estudos observacionais, o problema inicial está em escolher um conjunto de variáveis que possam ou devam estar incluídas no modelo. Geralmente é necessário restringir a abrangência do modelo para certos intervalos dos valores das variáveis envolvidas.

A escolha das variáveis explicativas (a variável dependente evidentemente fica definida a priori pela natureza do estudo) dever-se-á orientar pela suposta existência de uma relação causal, embora esta pode

ser apenas parcial. Essa relação causal pode ser inferida a partir de leis físicas, teóricas ou empíricas, ou também a partir do senso comum. Mais tarde a dependência assumida deverá ser validada por meio de testes estatísticos apropriados.

A escolha do modelo de regressão está basicamente ligada ao tipo de transformação aplicada às variáveis originais e, em geral, é efetuado por técnicas de tentativa e erro escolhendo-se o modelo que conduz ao menor erro do modelo. Às vezes o tipo de transformação a ser usada pode ser inspirado em leis físicas conhecidas.

Finalmente é importante considerar que modelos de regressão como qualquer ajuste estritamente empírico são válidos apenas dentro da faixa de variação dos dados observados podendo as extrapolações para valores fora dessa faixa conduzir a erros imprevisíveis.

Vale a pena considerar neste ponto as hipóteses fundamentais adotados via de regra na análise de regressão.

Considere o modelo com uma variável explicativa e que a função de regressão é linear. O modelo é dado por:

$$\begin{aligned} Y_i &= \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i \\ i &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \tag{4.9}$$

Onde:

Y_i é o i -ésimo valor da variável resposta;

α e β são os parâmetros denominados coeficientes de regressão;

ε_i é o erro do modelo;

X_i é o i -ésimo valor da variável explicativa;

Sobre os componentes da equação (4.9) geralmente se assumem certas hipóteses que constituem a base para a análise estatística da regressão.

No caso mais comum essas hipóteses são:

- 1) ε_i e Y_i são variáveis aleatórias normalmente distribuídas;
- 2) $E(\varepsilon_i) = 0$ (erros de média nula);
- 3) $Var(\varepsilon_i) = E(\varepsilon_i^2) = \sigma^2$ (erros homoscedásticos)

4) $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0$ para $i \neq j$ (erros não correlacionados)

5) $E(Y_i) = \alpha + \beta X_i$

6) $Var(Y_i) = \sigma^2$

7) X_i são valores fixos não estocásticos

4.3. Estimativa dos parâmetros

Como os parâmetros

α e β são desconhecidos utilizam-se os dados observados para obter estimadores a e b de α e β para:

- quantificar uma relação aproximada entre Y e X ; que melhor se ajuste aos dados;
- prever uma resposta Y_0 para um novo valor de X_0 , não incluído entre os dados de ajuste

Existem, em princípio, muitos estimadores possíveis para estimar α e β . Entretanto, os mais utilizados na análise de regressão são os chamados estimadores de mínimos quadrados ordinários conhecidos pela sigla OLS (*ordinary least squares*) que apresentam propriedades estatísticas bastante atraentes.

O método OLS tem uma longa história, tendo sido proposto inicialmente por LEGENDRE (1805) embora existem evidências de ter sido empregado por C.F. Gauss já em 1796.

A hipótese teórica fundamental é que os resíduos (isto é os erros quando os verdadeiros parâmetros são substituídos por seus estimadores) sejam independentes e identicamente distribuídos com média nula. Sob essa hipótese prova-se pelo teorema de Gauss-Markov JOHNSTON (1984) que os estimadores OLS são os estimadores lineares não tendenciosos de mínima variância.

Sejam a e b os estimadores de α e β , respectivamente. Então os valores $e_i = Y_i - a - bX_i$ são definidos como os resíduos da regressão. O método

OLS consiste em estimar a e b (que são variáveis aleatórias) de modo que

$$\sum e_i^2 = \sum (Y_i - a - bX_i)^2 = \text{mínimo} \quad (4.10)$$

Observa-se da equação (4.10) que $\sum e_i^2 = f(a, b)$ que terá um mínimo para:

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial a} = \frac{\partial \sum e_i^2}{\partial b} = 0 \quad (4.11)$$

Substituindo e_i^2 e efetuando as derivadas resulta:

$$na + (\sum X)b = \sum Y \quad (4.12a)$$

$$(\sum X)a + (\sum X^2)b = \sum XY \quad (4.12b)$$

As equações (4.12) constituem-se em um sistema de duas equações com duas incógnitas e são denominadas equações normais. A sua solução fornece os estimadores OLS da regressão.

A figura 4.1 ilustra a regressão linear enfatizando a diferença entre a linha de regressão verdadeira ($Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$) e a regressão amostral ($Y = a + bX + e$).

Figura 4.1: Regressão linear

A regressão linear através dos coeficientes OLS tem um conjunto de propriedades importantes (JOHNSTON, 1984):

- 1) A linha da regressão $Y=a+bX$ passa pelo ponto das médias amostrais (\bar{X}, \bar{Y}) o que significa que a soma dos resíduos é nula
- 2) Os resíduos tem covariância nula com os valores amostrais X_i assim como os valores estimados $\hat{Y}_i = a + bX_i$
- 3) Os coeficientes de regressão podem ser calculados seqüencialmente (isto é sem a solução formal das equações normais) através das expressões

$$b = \frac{\sum xy}{\sum x^2} \quad (4.13a)$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X} \quad (4.13b)$$

onde x e y representam os desvios amostrais em relação a média $(x_i = X_i - \bar{X}; y_i = Y_i - \bar{Y})$.

Outras propriedades importantes dos estimadores OLS a e b dizem respeito aos seus momentos estatísticos e que podem ser resumidas como JOHNSTON (1984) :

$$E(b) = \beta \quad (4.14)$$

$$E(a) = \alpha \quad (4.15)$$

$$Var(b) = \frac{\sigma^2}{\sum x^2} \quad (4.16)$$

$$Var(a) = \sigma^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{\sum x^2} \right] \quad (4.17)$$

$$\text{Cov}(a, b) = \frac{-\sigma^2 \bar{X}}{\sum x^2} \quad (4.18)$$

O valor desconhecido de σ^2 (variância dos erros ε) pode ser estimado por:

$$\hat{\sigma}^2 = s^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-2} \quad (4.19)$$

com e_i sendo os resíduos e n o número de observações amostrais.

4.4. Decomposição da soma dos quadrados

A variação total de Y expressa pela soma dos quadrados de seus desvios em relação a sua média resultada como uma soma de dois componentes designados como soma de quadrados “explicada” e a soma dos quadrados “residual” ou “não explicada”. A designação “soma de quadrados explicada” se refere a variação de Y decorrente da variação X . Considere a regressão estimada

$$Y_i = a + bX_i + e_i \quad (4.20)$$

subtraindo membro a membro $\bar{Y} = a + b\bar{X}$ resulta

$$y_i = bx_i + e_i \quad (4.21)$$

onde $x_i = X_i - \bar{X}$ e $y_i = Y_i - \bar{Y}$. Elevando ao quadrado e somando sobre os valores de i resulta após suprimir o índice desnecessário

$$\sum y^2 = b^2 \sum x^2 + \sum e^2 + 2b \sum xe \quad (4.22)$$

tendo em vista que $\sum xe = 0$ (propriedade 2) vem:

$$\sum y^2 = b^2 \sum x^2 + \sum e^2 \quad (4.23)$$

Os termos da equação (4.23) representa:

$\sum y^2 = \text{TSS} =$ soma total dos quadrados dos desvios da variável dependente;

$\sum e^2 = \text{RSS} =$ soma dos quadrados dos resíduos ou soma residual dos quadrados;

$b^2 \sum x^2 = b \sum xy = \text{ESS} =$ soma dos quadrados dos desvios do valor estimado \hat{y} .

A razão entre ESS e TSS recebe o nome de coeficiente de determinação sendo mais conhecido pela sua sigla R^2 e que se constitui em uma medida da qualidade do ajuste dos dados à reta de regressão.

$$R^2 = \frac{\text{ESS}}{\text{TSS}} = 1 - \frac{\text{RSS}}{\text{TSS}} = 1 - \frac{\sum e^2 / n}{\sum y^2 / n} \quad (4.24)$$

No caso ideal da regressão ser exata, isto é os resíduos são todos nulos, $\text{RSS}=0$ e $\text{TSS}=\text{ESS}$ e portanto $R^2=1$. No caso de $b=0$, ou seja Y não depende de X temos $\text{ESS}=b \sum xy=0$ e portanto $R^2=0$. Neste caso a reta de regressão é horizontal.

Muitas vezes o parâmetro R^2 é substituído pelo chamado coeficiente de determinação ajustado definido como:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e^2 / n - 2}{\sum y^2 / n - 1} \quad (4.25)$$

4.5. Inferência estatística

Embora em estatística o termo inferência tenha um significado bem mais amplo (usar amostras para obter informações sobre a população), no caso da regressão linear inferência estatística é o nome dado a um procedimento para verificar se os dados disponíveis suportam as hipóteses assumidas sobre o modelo. A inferência nesse caso é realizado mediante testes estatísticos sobre:

- a significância dos coeficientes de regressão;
- a distribuição dos resíduos

A hipótese fundamental é que os resíduos sejam normalmente distribuídos e que os coeficientes de regressão em particular o coeficiente β sejam diferentes de zero.

A significância do coeficiente β pode ser testado assumindo como hipótese nula $\beta=0$ (i.e. não há dependência entre X e Y) e tentando rejeitar essa hipótese. A estatística de teste será JOHNSTON (1984):

$$t = \frac{b\sqrt{\sum x^2}}{s} \quad (4.26)$$

que sob a hipótese nula é distribuído como uma variável aleatória t de Student com $n-2$ graus de liberdade. Na equação (4.26) s é dado pela equação (4.19) e $x = X - \bar{X}$ são os desvios da variável X em relação a média. Rejeita-se a hipótese nula ($\beta=0$) e portanto a regressão é significativa ao nível α , se

$$|t| > t_{\alpha/2}(n-2) \quad (4.27)$$

sendo o valor de $t_{\alpha/2}(n-2)$ tabelado.

De forma similar pode-se testar a significância do coeficiente $\alpha \neq 0$, sendo nesse caso a estatística de teste:

$$t = \frac{a}{S\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{\sum x^2}}} \sim t(n-2) \quad (4.28)$$

Em geral ainda se deve testar a plausibilidade da distribuição dos resíduos ser normal. Para tanto existem na literatura vários testes de normalidade sendo os mais comuns o teste qui-quadrado (SPIEGEL, 1993) e o teste PPCC-STEDINGER et al. (1993).

A constância da variância dos resíduos (homoscedasticidade) pode ser verificada por vários testes propostos por JOHNSTON (1984), entre os quais se destaca pela sua simplicidade o teste de Glesjer, particularmente apropriado no caso da regressão simples.

4.6. Previsão

Uma das aplicações mais importante da análise de regressão está ligada a previsão de valores da variável Y correspondentes a valores conhecidos da variável explicativa X .

A previsão comporta duas vertentes distintas, a saber:

- Obter uma estimativa \hat{Y}_0 da variável Y correspondente a um dado valor de X_0 quando o valor da variável Y é desconhecido
- Verificar se um par de valores (X_0, Y_0) pode ser considerado como proveniente da mesma população que os dados amostrais

A teoria da previsão permite resolver ambas as questões. Costuma-se distinguir dois tipos de previsão, pontual e por intervalo. Sendo Y uma variável aleatória, a previsão pontual geralmente considera o valor esperado como representativo de modo que o estimador é não tendencioso. Sendo a distribuição de Y normal, o valor esperado coincide também com o valor mais provável (moda).

A previsão pontual de \hat{Y}_0 associado ao valor X_0 será dada pela reta da regressão:

$$\hat{Y}_0 = a + bX_0 \quad (4.29)$$

o verdadeiro valor de Y correspondente a X_0 será

$$Y_0 = \alpha + \beta X_0 + \varepsilon_0 \quad (4.30)$$

sendo o erro de previsão

$$e_0 = Y_0 - \hat{Y}_0 = \varepsilon_0 - (a - \alpha) - (b - \beta)X_0 \quad (4.31)$$

tomando o valor esperado:

$$E(e_0) = E(\varepsilon_0) - [E(a) - \alpha] - [E(b) - \beta]X_0 \quad (4.32)$$

Tendo em vista (4.14) e (4.15) e que a especificação do modelo assume $E(\varepsilon_0) = 0$. Resulta:

$$E(e_0) = 0 \quad (4.33)$$

$$\text{ou } \hat{Y}_0 = E(Y_0) \quad (4.34)$$

o que mostra que \hat{Y}_0 dado pela equação (4.29) é um estimador não tendencioso. Para obter uma previsão por intervalo, ou seja obter uma banda de confiança para \hat{Y}_0 toma-se a variância da expressão (4.31):

$$\text{Var}(e_0) = \text{Var}(\varepsilon_0) + \text{Var}(a) + X_0^2 \text{Var}(b) + 2X_0 \text{cov}(a, b) \quad (4.35)$$

substituindo as variâncias e covariâncias pelas suas expressões dados em (4.16) a (4.18) resulta:

$$\text{Var}(e_0) = \sigma^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{\sum x^2} + \frac{X_0^2}{\sum x^2} - \frac{2X_0 \bar{X}}{\sum x^2} \right] \quad (4.36)$$

ou

$$\text{Var}(e_0) = \sigma^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum x^2} \right] \quad (4.37)$$

O erro de previsão e_0 é normalmente distribuído já que é uma função linear de variáveis aleatórias normais. Portanto tendo em vista (4.33) e (4.37) resulta:

$$\frac{e_0}{\sigma \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum x^2}}} \sim N(0,1) \quad (4.38)$$

substituindo σ pelo seu estimador $s = \sqrt{\sum e^2 / (n-2)}$ teremos:

$$\frac{Y - \hat{Y}_0}{s \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum x^2}}} \sim t(n-2) \quad (4.39)$$

A equação (4.39) permite estabelecer intervalos de confiança para \hat{Y}_0 de modo que com probabilidade $1-\alpha$ temos:

$$Y_0 \in \left[\hat{Y}_0 \pm t_{\alpha/2} (n-2)s \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum x^2}} \right] \quad (4.40)$$

A figura (4.2) ilustra o intervalo de confiança dado pela equação (4.40)

Figura 4.2: Intervalo de confiança

Se o objetivo é testar a hipótese de que o par (X_0, Y_0) pertença a mesma população da qual já foi derivada a regressão basta verificar se Y_0 está contido no intervalo (4.40). Se

$$\left| Y_0 - \hat{Y}_0 \right| > t_{\alpha/2} s \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum x^2}} \quad (4.41)$$

rejeita-se a hipótese nula de que o ponto (X_0, Y_0) pertença a população que deu origem a regressão.

5. APLICAÇÃO E RESULTADOS

5.1. Geral

Como já foi exposto na introdução desta dissertação, o objetivo principal é o estabelecimento de uma relação entre uma medida representativa da vegetação obtida a partir da tecnologia LiDAR e o coeficiente de rugosidade da Manning em planícies de inundação. A viabilidade do estabelecimento dessa relação será demonstrada utilizando um trecho do

corredeiras e saltos, dos quais os mais famosos são as Cataratas do Iguaçu já próximas a sua foz.

A comparação dos dados obtidos pelo LiDAR com os coeficientes de rugosidade calibrados nos estudos de remanso foi efetuado usando a técnica de regressão linear simples, tendo como variável explicativa a média da altura da vegetação detectada pelo LiDAR em faixa de 500 metros em torno das seções transversais utilizadas no estudo de remanso. Considerou-se como variável dependente o coeficiente de rugosidade de Manning para diferentes níveis de água na planície de inundação.

Todos os estudos de remanso efetuados no trecho utilizado para o ajuste da regressão consideram 5 seções principais onde existem réguas linimétricas para controle de nível. No entorno dessas seções, mostradas na figura 5.2, foram coletados os dados obtidos pelo LiDAR e os coeficientes de rugosidade de Manning obtidos nos estudos de remanso.

Considerou-se para modelar a dependência entre o coeficiente de Manning e a altura da vegetação, por razões explicadas mais adiante, uma regressão simples do tipo log-linear

$$\lg n = \alpha + \beta \lg h + \varepsilon$$

(5.1)

onde n é o coeficiente de Manning

h é uma medida representativa da altura da vegetação

α e β são coeficientes

ε é o erro do modelo

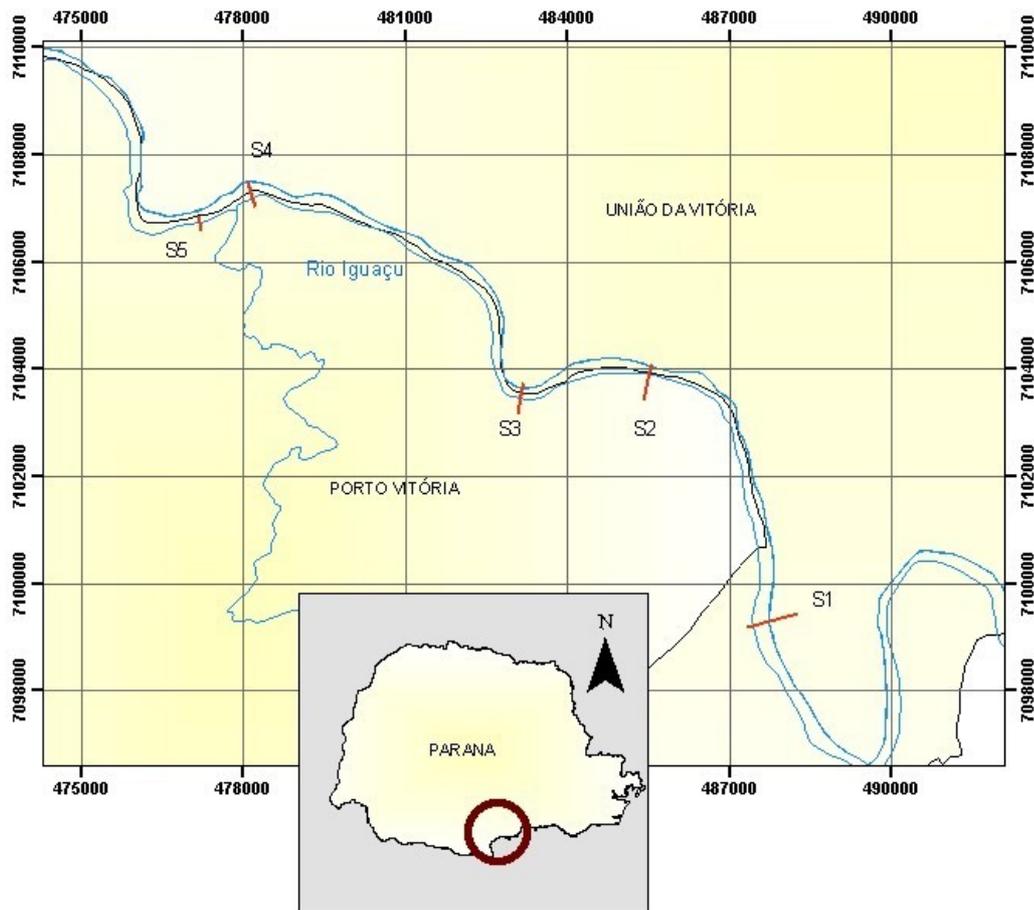


Figura 5.2: Seções transversais

5.2. Coeficientes de rugosidade locais

Inicialmente, dividiram-se as seções em trechos limitados por diferentes cotas e obtiveram-se valores de “ n ” distintos para cada trecho. Os estudos de remanso - CASTANHARO (2003) - estimavam uma rugosidade “ n ” equivalente média variável em função do nível de água na seção.

O coeficiente de rugosidade local por trecho foi obtido invertendo-se a equação (2.37), resultando:

$$n_j = \left(\frac{-n_j^{-1,5} \sum_{i=1}^j P_i - \sum P_i n_i^{1,5}}{P_j} \right)^{2/3} \quad (5.1)$$

Onde \bar{n}_j é o coeficiente de rugosidade equivalente médio até o nível do trecho “j”, n_i é o coeficiente de rugosidade local no trecho “i” e P_i é a extensão do perímetro molhado do trecho “i”.

A equação (5.1) permite calcular sucessivamente os coeficientes de rugosidade locais para sucessivos trechos a partir da rugosidade média equivalente para cada nível e dos coeficientes de rugosidade locais anteriores. Estipulou-se para o primeiro trecho da planície de inundação o valor inicial calibrado por CASTANHARO (2003) para a primeira faixa da seção para a planície de inundação.

Os valores de “n” eram tabelados em função da vazão e para convertê-los para faixas entre níveis de água foram utilizadas as curvas de descarga do projeto HG-175, MULLER, I e CASTANHARO, G. (2002). Os valores obtidos são mostrados na tabela 5.1.

Foram utilizadas quatro faixas em cada seção com exceção da primeira onde cinco faixas foram utilizadas.

Valores do coeficiente de Manning (n)					
Seção	Faixa	Cota (m)	Vazão (m ³ /s)	\bar{n} (equiv.médio)	n (por faixa)
S1	N1	741,8-742,4	688	0,0367	0,0367
S1	N2	742,4-743,0	975	0,0355	0,0294
S1	N3	743,0-745,0	2125	0,0650	0,1200
S1	N4	745,0-746,0	2750	0,0835	0,2950
S1	N5	746,0-749,0	5000	0,2790	0,3910
S2	N1	741,0-742,2	750	0,0362	0,0362
S2	N2	742,2-744,0	1875	0,0500	0,0740
S2	N3	744,0-746,0	3375	0,1290	0,1660
S2	N4	746,0-748,1	5000	0,2790	0,8200
S3	N1	741,0-742,1	750	0,0362	0,0362
S3	N2	742,1-744,0	2062	0,0600	0,0760
S3	N3	744,0-746,0	3750	0,1500	0,2710
S3	N4	746,0-747,5	5000	0,279	0,4910
S4	N1	741,9	875	0,0356	0,0356
S4	N2	741,9-743,0	2000	0,0560	0,1300
S4	N3	743,0-744,0	3375	0,1290	0,5960
S4	N4	744,0-745,1	5000	0,2790	0,4550
S5	N1	741,8	875	0,0356	0,0356
S5	N2	741,8-743,0	2188	0,0690	0,2490
S5	N3	743,0-744,0	3625	0,1430	0,5030
S5	N4	744,0-744,8	5000	0,2790	0,5130

Tabela 5.1: valores do coeficiente de Manning por seção e trecho

5.3. Processamento de imagens

Para ilustrar a variação da altura da vegetação ao redor de cada seção foram geradas imagens separadas de cada seção.

Os dados obtidos diretamente do pós-processamento possuem informações referentes à posição tridimensional do ponto (x,y,z) e um valor associado de intensidade do sinal refletido, para o primeiro e último retorno do pulso. Através desse valor de intensidade associado com valores de altimetria é possível gerar imagens hipsométricas, que podem ser vistas nas figuras 5.3, 5.4, 5.5, 5.6 e 5.7.

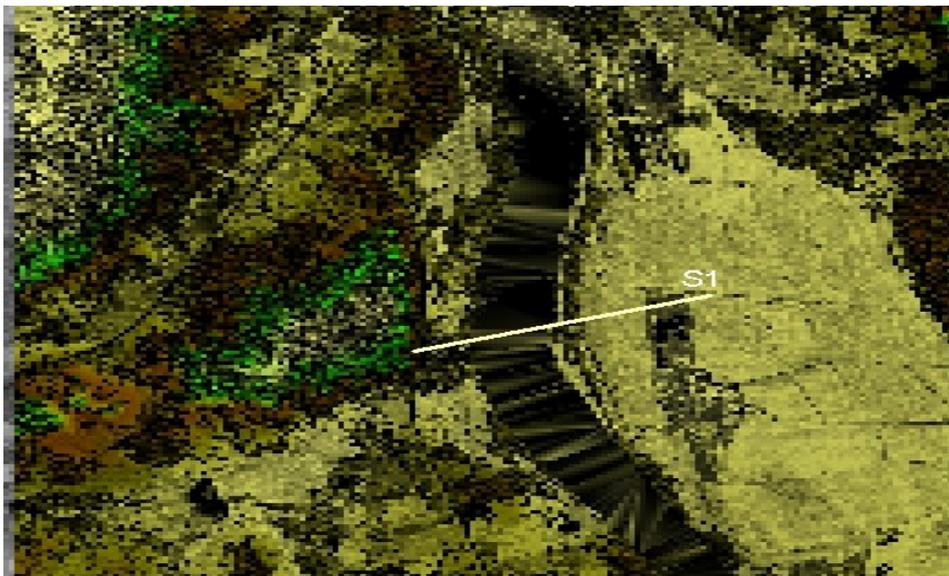


Figura.5.3.: Vista superior da seção 1

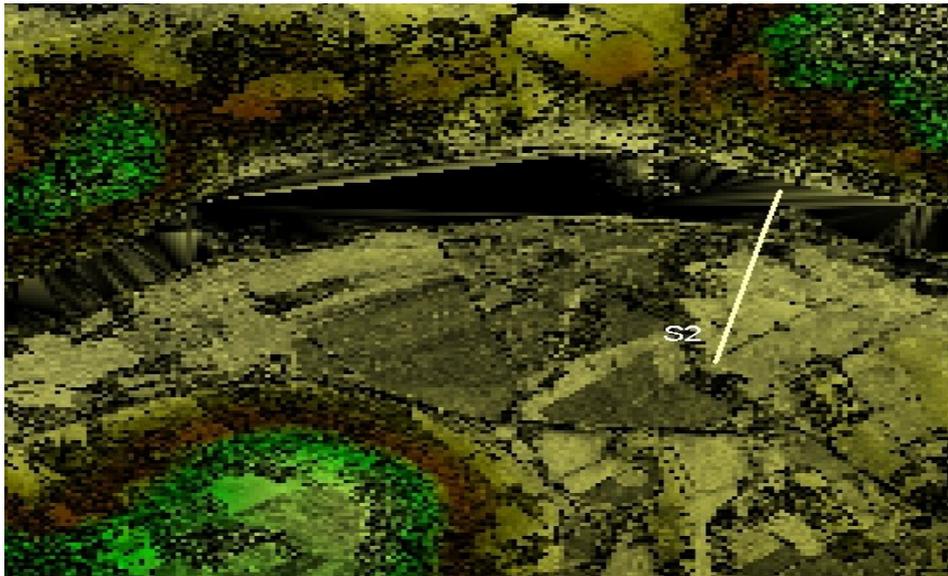
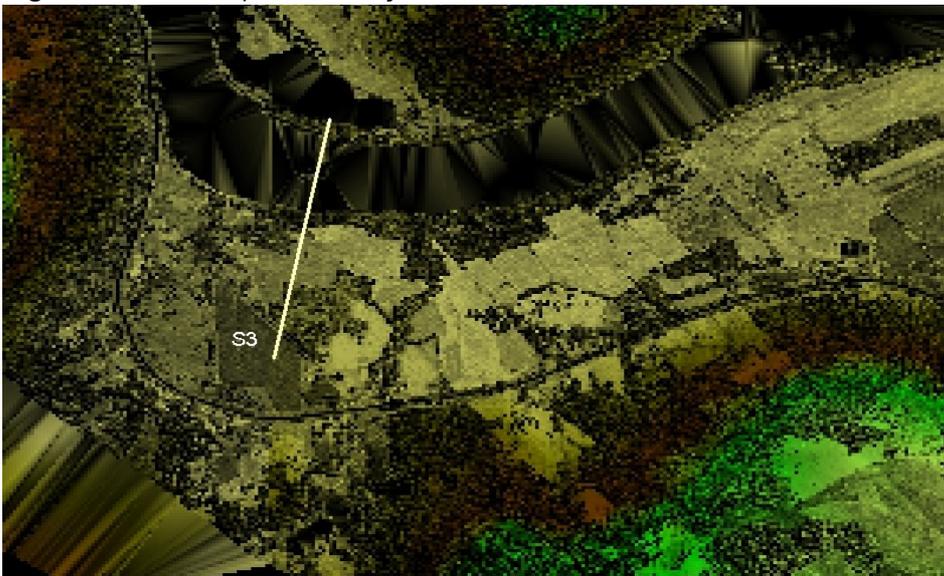


Figura.5.4.: Vista superior da seção 2

Figura 5.5: Vista superior da seção 3



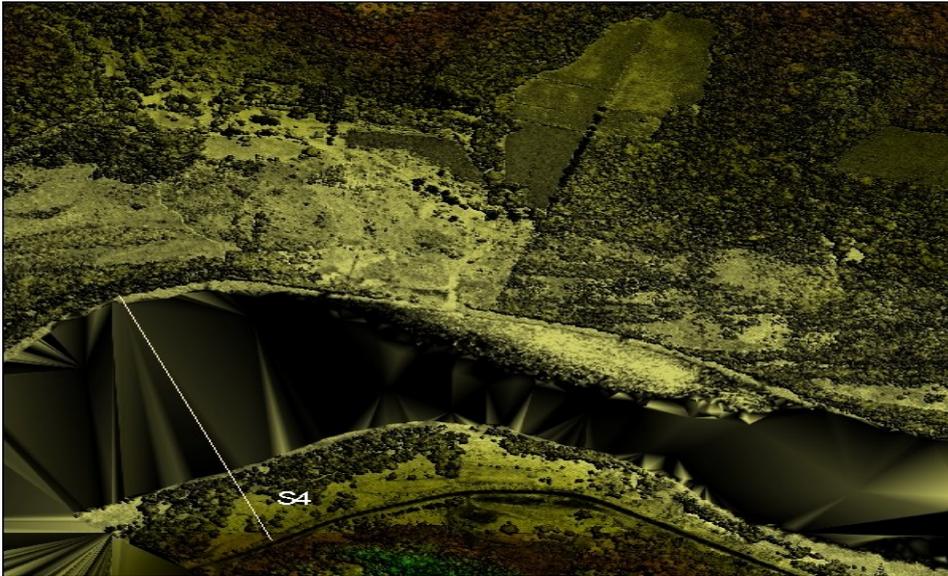


Figura.5.6.: Vista superior da seção 4

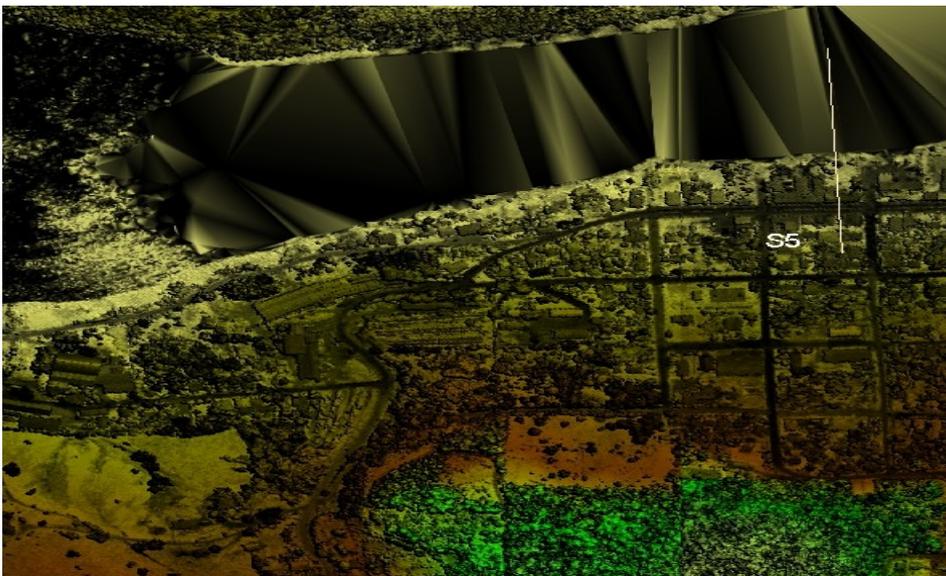


Figura.5.7.: Vista superior da seção 5

Partindo das informações relativas ao primeiro e último retorno, algoritmos de classificação permitem separar os pontos amostrados em Modelo Digital de Terreno (MDT) compreendendo os pontos considerados pertencentes ao solo (último retorno) e, em Modelo Digital de Elevação (MDE) correspondendo às demais entidades, neste caso, a vegetação. A precisão desta classificação está vinculada ao algoritmo usado. Existem estudos comprovando a previsão de Modelos Digitais de Terreno em áreas de vegetação densa, inclusive em florestas em estágios sucessionais avançados REUTEBUCH et al. (2003).

Os modelos digitais de terreno e de elevação foram gerados a partir de triangulação e, em seguida, rasterizado utilizando um tamanho de célula de 20 cm e um valor de altura de vegetação associado para cada célula.

Baseado nesses modelos foram reproduzidos perfis das seções mostradas nas figuras 5.8 a 5.12.

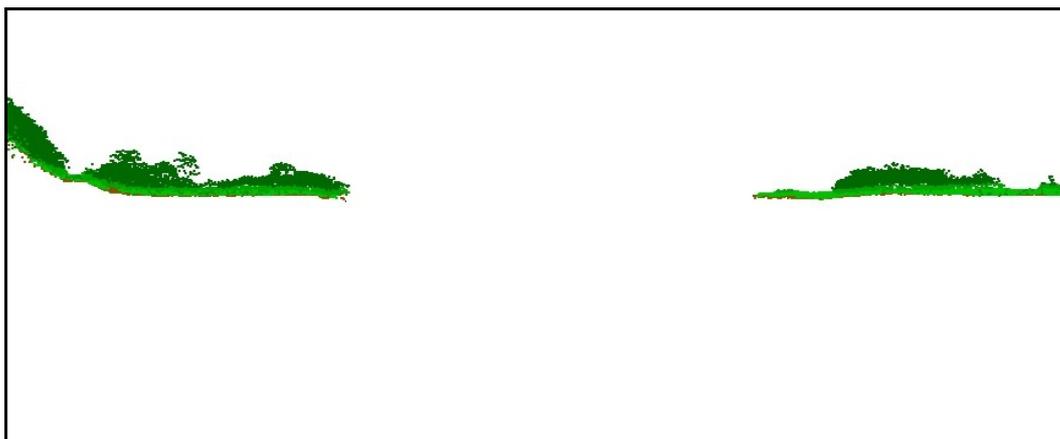


Figura.5.8.: Perfil da seção 1

Figura 5.9: Perfil da seção 2

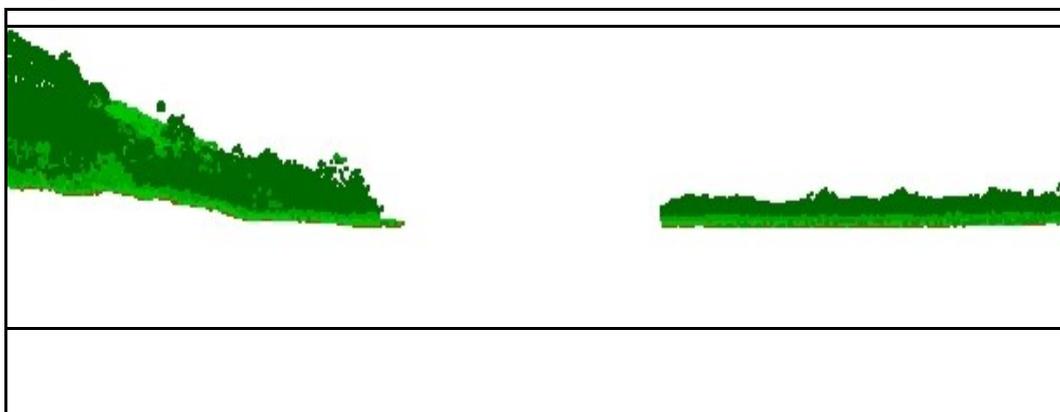
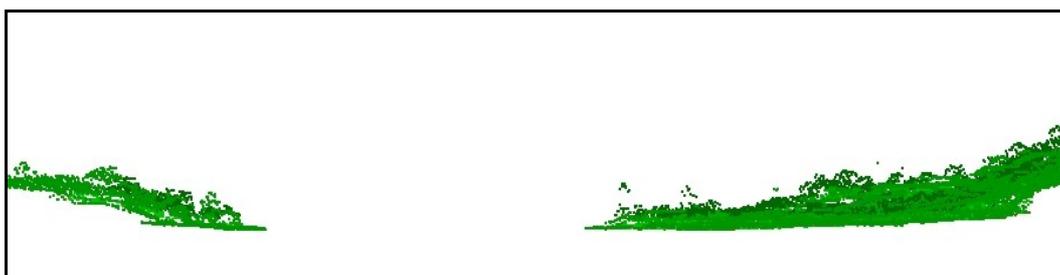
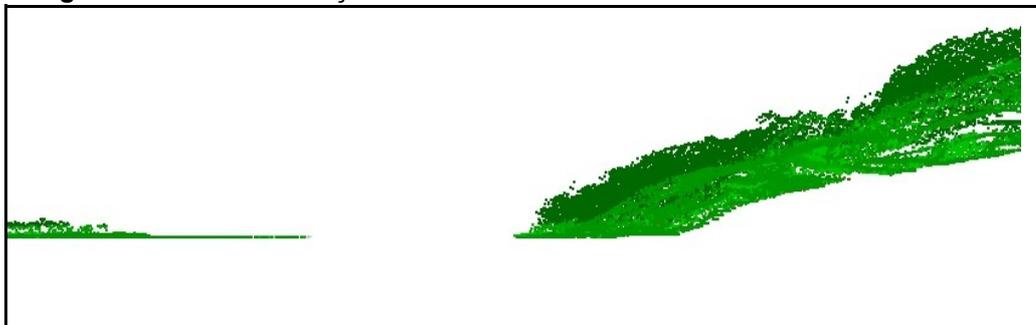


Figura 5.11.: Perfil da seção 4**Figura 5.12:** Perfil da seção 5

Após a obtenção dos valores da altura em cada célula as seções foram divididas por faixas de alturas usando-se os limites da tabela 5.1. Com o auxílio do programa ArcView, para cada seção foi determinada a distribuição das alturas da vegetação em cada seção e cada faixa.

A distribuição das alturas em cada faixa de cada seção são mostradas no anexo B. Para a compilação dos elementos dessas tabelas, como já foi mencionado, considerou-se uma área igual a uma faixa de terreno de 500 m de largura cujo centro corresponde à seção considerada. As tabelas também ilustram o cálculo de uma série de dimensões características da altura da vegetação.

5.4. Estabelecimento da regressão

5.4.1. Escolha do modelo

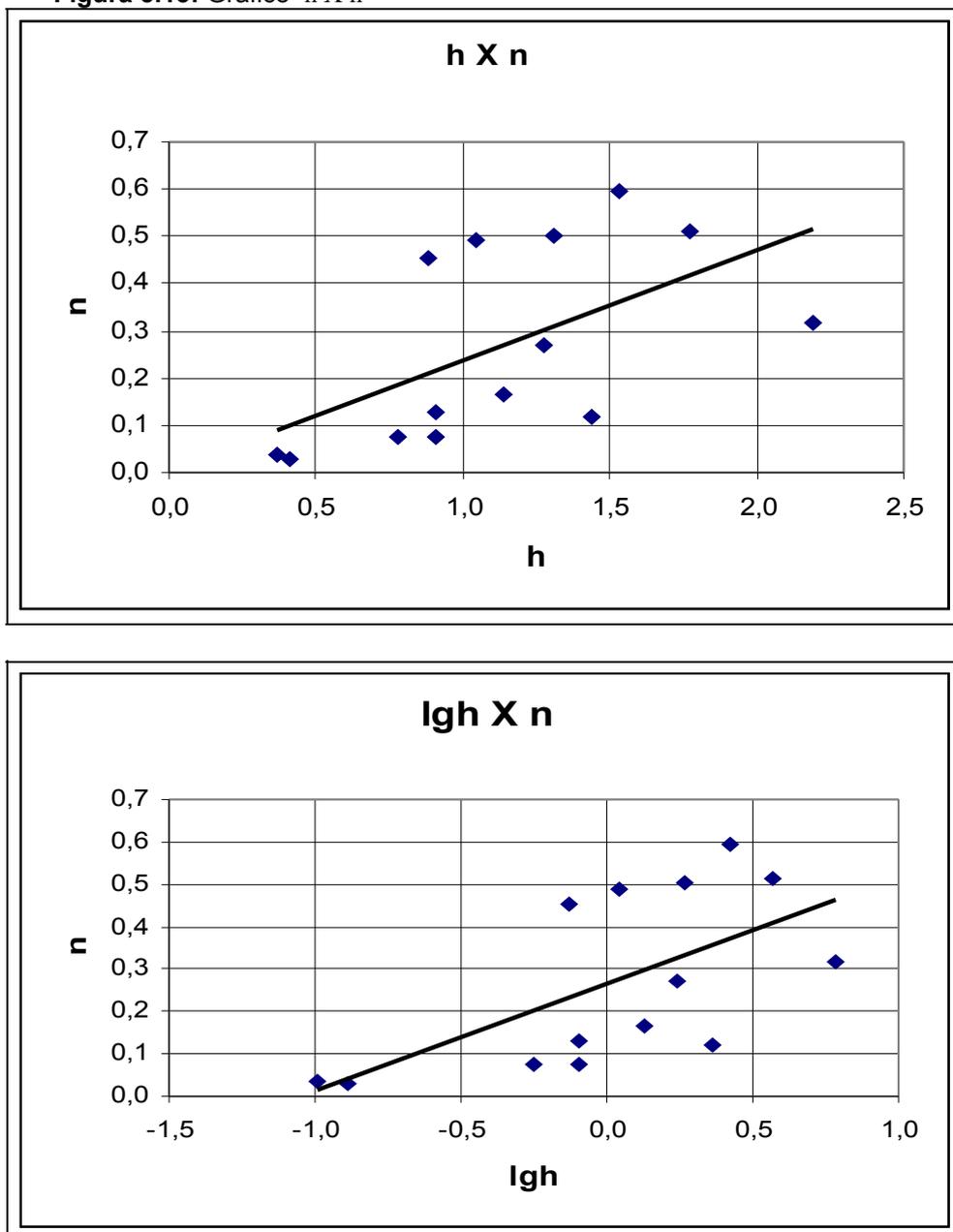
A partir da distribuição da altura da vegetação procurou-se por tentativas obter uma medida representativa que fosse razoavelmente correlacionada com o coeficiente de rugosidade.

Observou-se que a simples média aritmética da altura da vegetação em toda área não conduziu a bons resultados na regressão, provavelmente devido ao fato dessa média ser muito influenciada pelos valores extremos.

Além disso no caso de árvores altas a parte superior das mesmas permanece fora da água e portanto não influi na resistência do escoamento.

Analisaram-se então vários tipos alternativos de medidas tais como: médias truncadas e censuradas, mediana e diversos quantis. Para o estabelecimento da regressão entre dimensões características da vegetação e o coeficiente de rugosidade foi adotado um modelo log-linear. Esse modelo tem uma longa tradição na modelagem de vários fenômenos físicos e no presente estudo foi escolhido, baseado nas seguintes considerações.

- A forma matemática da equação de STRICKLER (equação 2.21), obtido a partir de considerações dimensionais da fórmula de Manning.
- A inspeção de tabelas do coeficiente de rugosidade publicadas em manuais de hidráulica sugere uma relação não linear entre essas grandezas. Por exemplo a grande variação da altura da rugosidade entre areia fina ($\varepsilon=1\text{mm}$) e escavação em rocha ($\varepsilon\approx 30\text{cm}$) leva uma variação no coeficiente de Manning de apenas 0,014 e 0,03.
- A plotagem de valores de n contra dimensões características da rugosidade em gráficos com escalas lineares e logarítmicas, sugere o uso do modelo log-linear como pode ser visto nas figuras 5.13 a 5.16.

Figura 5.13: Gráfico $h \times n$ 

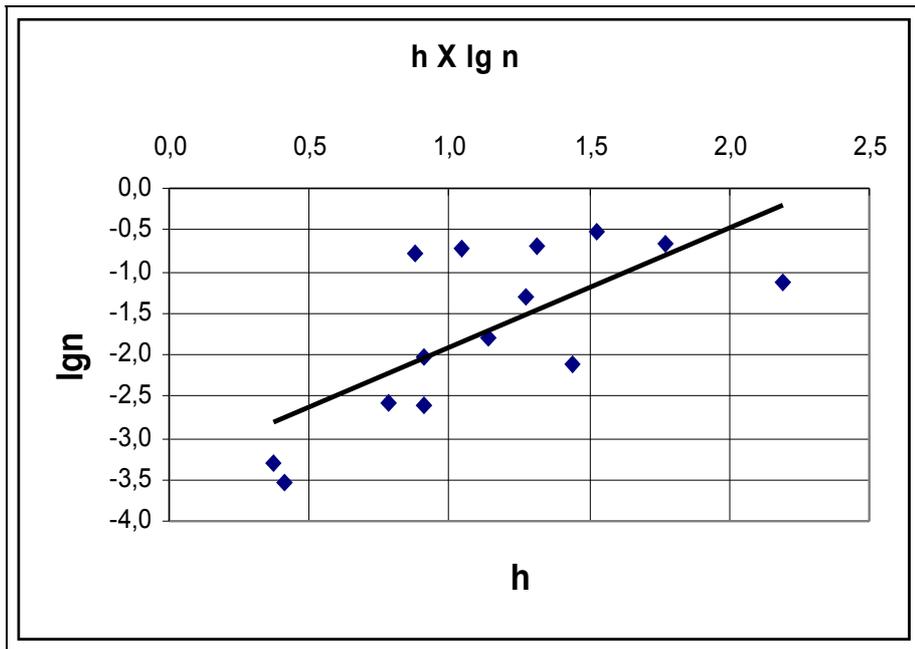


Figura 5.15: Gráfico $h \times \lg n$

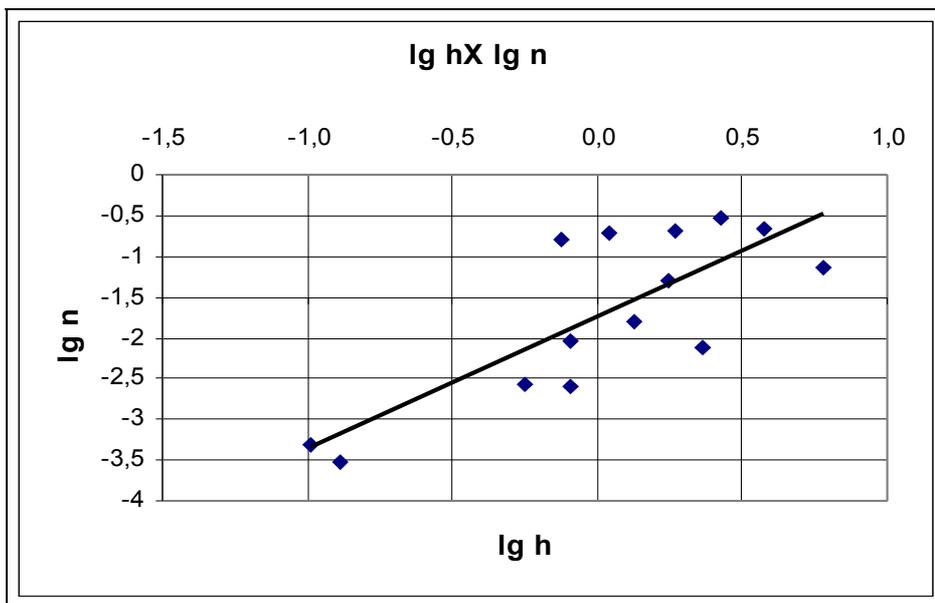


Figura 5.16: Gráfico $\lg h \times \lg n$

Adotado o modelo log-log, foram estimados os coeficientes da regressão considerando $\lg n$ como variável dependente e $\lg h$ como variável explicativa, sendo n o coeficiente de Manning local de cada faixa e h uma dimensão característica da vegetação na mesma faixa. Para a dimensão característica h foram efetuadas uma série de tentativas considerando os valores da média, a mediana, médias censuradas em várias limiares e vários quantis.

Obtiveram-se os melhores resultados em termos de ajuste da regressão linear utilizando uma medida dos valores da altura da vegetação censurada em relação a profundidade da água na planície de inundação. Isto é:

$$MC = \sum_{i=1}^N \min(h_i, h_{\max}) \cdot f(h_i)$$

(5.2)

Onde MC é a média censurada

h_i é a altura da vegetação

$f(h_i)$ é a frequência relativa de células com altura de vegetação h_i

h_{\max} a profundidade máxima da água na planície de inundação

A média MC calculada pela expressão (5.2) é denominada texto simplesmente de média censurada ou média truncada.

O anexo B detalha o cálculo das médias censuradas para as várias faixas de cada seção onde se dispunham de dados do LiDAR. Para algumas faixas da tabela 5.1 não se dispunham de dados do LiDAR porque na época do voo estavam submersas.

5.4.2. Consistência de dados

Do total de 21 pontos possíveis (ver tabela 5.1) só foi possível aproveitar 14 pontos na regressão. Isso se deve ao fato de que para 3 pontos (S1N1, S4N1, S5N1) não se dispunha de dados do LiDAR, porque essas faixas estavam submersas na ocasião do voo. Outros 4 pontos foram eliminados por apresentarem-se bastante afastados da tendência geral da reta de regressão e foram considerados não representativos. Um deles (S3N1) apresentou altura de vegetação muito baixa $h = 0,173$ m, para o valor de n

calculado de 0,0363. Provavelmente nesse caso o valor do coeficiente de rugosidade que representa uma média em um trecho de vários quilômetros esteja não seja representativo das condições locais.

Dois pontos (S1N4, S5N2) apresentaram altura de vegetação relativamente baixa (0,31m) e coeficientes de rugosidade muito altos ($n > 0,25$). Possivelmente esse comportamento anômalo resulta dos efeitos de vegetação alta nas faixas de nível inferior permanecendo fora da água para o nível de água naquela faixa, mas influenciando na resistência da faixa seguinte.

O ponto S2N4 apresentou uma rugosidade particularmente elevada $n=0,82$ o que possivelmente resulta da sensibilidade do cálculo da rugosidade local em relação a extensão dos perímetros molhados (ver anexo 1).

Observou-se também que as características da regressão, particularmente o valor de R^2 , aumenta consideravelmente ao excluir esses quatro pontos da regressão

5.4.3 Estimativa dos coeficientes

Após a eliminação desses pontos os 14 pares de valores restantes foram utilizados na estimativa dos coeficientes da regressão pelo método OLS e são listados na tabela 5.2.

Stão	n	h	lgn	lgh
S1N2	0,294	0,412	-3,55661	-0,86732
S1N3	0,120	1,48	-2,12084	0,36325
S1N5	0,319	2,18	-1,14264	0,78298
S1N1	0,062	0,372	-3,31856	-0,98861
S1N2	0,074	0,98	-2,60380	-0,08511
S1N3	0,160	1,14	-1,79567	0,13102
S1N2	0,070	0,78	-2,57022	-0,28861
S1N3	0,270	1,23	-1,33666	0,24136
S1N4	0,490	1,02	-0,71131	0,04114
S1N2	0,130	0,98	-2,04021	-0,08511
S1N3	0,580	1,59	-0,51755	0,42614
S1N4	0,450	0,80	-0,78745	-0,12783
S1N3	0,500	1,30	-0,68735	0,27007
S1N4	0,510	1,72	-0,66479	0,52102

Tabela 5.2: Valores das variáveis

Utilizou-se para estimativa dos coeficientes a ferramenta “análise de dados”, parte integrante do software Microsoft EXCEL® obtendo-se:

$$Y = 1,6031X - 1,7438 + e \quad (5.2)$$

onde $Y = \lg n$ com n sendo o coeficiente de rugosidade de Manning

$X = \lg h$ com h sendo a média censurada da altura da vegetação

e = resíduo da regressão

Obteve-se para a regressão um coeficiente de determinação $R^2=0,614$. O coeficiente de determinação ajustado pela equação (4.25) resultou em $\overline{R^2} = 0,582$ e o erro padrão da variável Y foi de 0,661.

A figura 5.17 mostra a distribuição dos valores de $Y=\lg n$ e a sua aderência a uma distribuição normal. Verificou-se que o ajuste é bastante razoável permitindo antever a validade da regressão.

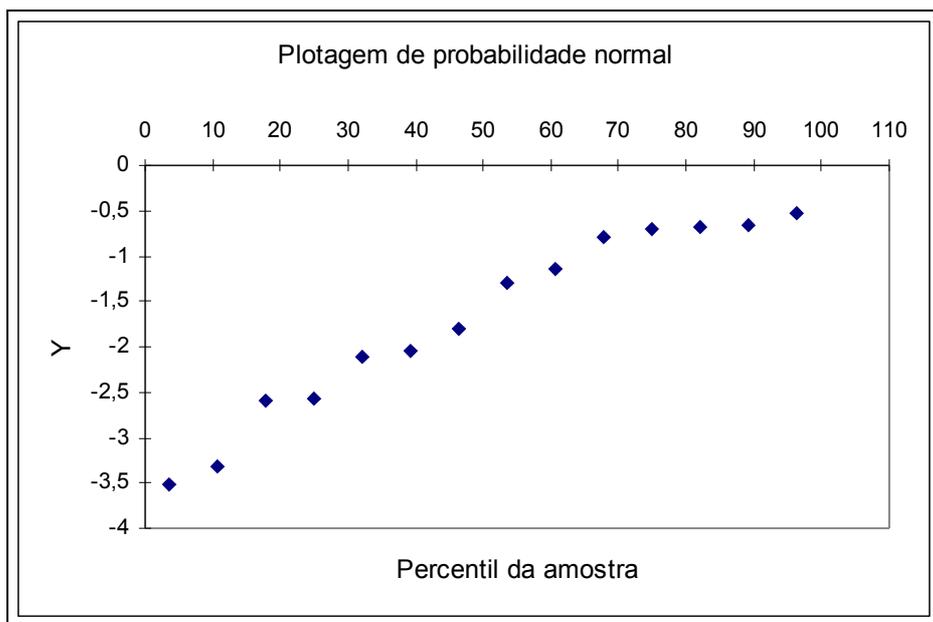


Figura 5.17: Plotagem de probabilidade normal

5.4.4. Testes estatísticos

Para testar a hipótese nula $\beta=0$ obteve-se uma estatística de teste (equação 4.26), $t=4,37$ com 12 graus de liberdade o que resultou em um valor p de 0,0009. Isso significa que podemos rejeitar a hipótese nula $\beta=0$

com probabilidade de 99,91%. Essa probabilidade, no caso da regressão simples, é idêntica ao nível de significância da regressão medida

pela estatística $F = \frac{R^2}{(1-R^2)/(n-2)}$, distribuída segundo uma distribuição F

com 1 e $n-2$ graus de liberdade. No caso $F=19,11$ o que corresponde a uma probabilidade de não excedência de 99,91% como esperado. A tabela 5.3 reproduz a saída do programa Microsoft EXCEL®

RESUMINDOS RESUMINDOS

Estatísticas de regressão	
R ² (ajustado)	0,8325
R ² (ajustado)	0,6145
R ² (ajustado)	
R ² (ajustado)	0,8325
Erro padrão	0,6145
Observações	14

ANOVA

	df	SS	MS	F	Prob > F
Regressão	1	8,60	8,60	19,98	0,009
Resíduo	12	5,263	0,435		
Total	13	13,863			

	Coeficiente	Erro padrão	t Stat	Prob > t	95% Inferior	95% Superior	99% Inferior	99% Superior
Intercepto	-1,7481	0,17081	-9,887	4,24E-7	-2,1362	-1,3602	-2,136	-1,360
Variável X1	1,6371	0,06754	24,111	0,0091	0,80123	2,07218	0,80124	2,07218

Tabela 5.3: Saída do programa Microsoft EXCEL®

Como foi mostrado no capítulo 4, o teste de significância da regressão ($\beta \neq 0$), baseado na distribuição t de Student da estatística de teste

$t = \frac{b}{s \sqrt{\sum x^2}}$, assume uma distribuição normal de resíduos da regressão.

Verificou-se essa hipótese através da aplicação do teste clássico do Qui-quadrado (χ^2) aos resíduos. O procedimento segue as recomendações de SPIEGEL (1993), no tocante ao agrupamento dos resíduos em classes da forma que cada classe contenha pelo menos 4 a 5 observações. O número de graus de liberdade da distribuição χ^2 é dado pela expressão:

$$gl = m - p - 1 \quad (5.3)$$

onde m é o número de classes

p é o número de parâmetros estimados a partir dos dados

Para atender o número mínimo de observações por classe foram definidas 3 classes resultando em 1 grau de liberdade, uma vez que 1 parâmetro (variância) foi estimado a partir dos dados.

A tabela 5.4 mostra os resíduos da regressão e a tabela 5.5 apresenta o cálculo do valor do χ^2

Observação	Y previsto	Resíduos	Resíduos padrão
1	-3,1659	-0,36137	-0,56863
2	-1,16145	-0,95881	-1,50873
3	-0,48855	-0,65402	-1,02912
4	-3,32913	0,01043	0,016411
5	-1,88854	-0,70515	-1,10889
6	-1,53375	-0,26202	-0,4123
7	-2,14214	-0,43488	-0,68431
8	-1,35684	0,051208	0,080578
9	-1,67785	0,966543	1,5209
10	-1,88854	-0,14169	-0,22295
11	-1,06308	0,545568	0,858477
12	-1,94875	1,161293	1,827348
13	-1,31091	0,623747	0,981495
14	-0,82662	0,159144	0,25042

Tabela 5.4.: Resíduos da regressão

Verificação do teste do quiquadrado			
Classes	Esperado	Observado	(E-O) ² /E
$(-\infty; -0,5]$	4,238	5	0,069
$(-0,5; +0,5]$	4,524	5	0,050
$(0,5; +\infty[$	4,238	4	0,013
Soma			0,200

Tabela 5.5: Verificação do teste do quiquadrado

A aplicação do teste do quiquadrado consiste em comparar o valor

calculado $\chi^2_{calc} = \sum \frac{(E-O)^2}{E}$ com o valor $\chi^2_{0,95}$ tabelado. O valor crítico de

$\chi^2_{0,95}$ para um grau de liberdade é 3,84. Como $0,200 < 3,84$ a hipótese nula

da normalidade dos resíduos não pode ser rejeitada, assumindo-se portanto que os resíduos sejam normalmente distribuídos o que valida os procedimentos de inferência e o estabelecimento de bandas de confiança para valores previstos pela regressão.

A hipótese da homoscedasticidade foi verificada usando-se o teste de Glesjer, JOHNSTON (1984). Esse teste consiste em ajustar uma regressão aos valores absolutos dos resíduos em função da variável explicativa ou do seu inverso:

$$|e_i| = \delta_0 + \delta_1 X_i^h + \varepsilon' \quad (5.4)$$

com $h = \pm 1$

Estimados os coeficientes testa-se a hipótese nula $\delta_1=0$ através dos procedimentos usuais explicados na inferência estatística (capítulo 4). A aceitação de $H_0: \delta_1=0$ implica na aceitação da hipótese da homoscedasticidade.

Efetuando a regressão de $|e_i|$ dado na tabela 5.4 contra X_i (ver tabela 5.2) obtém-se:

$$|e| = 0,177x + 0,498 + e' \quad (5.5)$$

A estatística de teste sobre a hipótese nula $\delta_1=0$ resulta $t=0,873$. Comparando com o valor de $t_{0,025}=2,179$ tabelado para 12 graus de liberdade verifica-se que a hipótese de $\delta_1=0$ não pode ser rejeitada, pois $t_{calc} < t_{tab}$.

Ao substituir X por $1/X$ encontra-se

$$|e| = 0,0065(1/X) + 0,496 + e' \quad (5.6)$$

A estatística de teste sobre $H_0: \delta_1=0$ resulta $t=0,546$. Como neste caso também $t_{calc} < t_{tab}$ não é possível rejeitar a hipótese nula de $\delta_1=0$.

Assim o teste utilizado não fornece evidência suficiente de se rejeitar a hipótese da homoscedasticidade dos resíduos e portanto o procedimento OLS para estimar a regressão é válido.

As tabelas 5.6 e 5.7 mostram a saída do programa EXCELL® para as regressões dos valores absolutos dos resíduos

RESUMO DOS RESULTADOS

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	0,244412
R-Quadrado	0,059737
R-quadrado ajustado	-0,01862
Erro padrão	0,366508
Observações	14

ANOVA

	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>F de significação</i>
Regressão	1	0,102411	0,102411	0,762393	0,399716211
Resíduo	12	1,611934	0,134328		
Total	13	1,714345			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>	<i>Inferior 95,0%</i>	<i>Superior 95,0%</i>
Interseção	0,497725	0,09811	5,073146	0,000274	0,283962349	0,711488	0,283962	0,711488
Variável X 1	0,177428	0,203205	0,873151	0,399716	-0,26531663	0,6201735	-0,26532	0,620174

Tabela 5.6: Regressão para o teste de homoscedasticidade Resíduos versus X

RESUMO DOS RESULTADOS

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	0,155859
R-Quadrado	0,024292
R-quadrado ajustado	-0,05702
Erro padrão	0,373352
Observações	14

ANOVA

	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>F de significação</i>
Regressão	1	0,041645	0,041645	0,298763	0,59467669
Resíduo	12	1,6727	0,139392		
Total	13	1,714345			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>	<i>Inferior 95,0%</i>	<i>Superior 95,0%</i>
Interseção	0,496411	0,100415	4,943589	0,00034	0,27762513	0,7151963	0,277625	0,715196
Variável X 1	0,00652	0,011928	0,546592	0,594677	-0,01946959	0,0325094	-0,01947	0,032509

Tabela 5.7: Regressão para o teste de homoscedasticidade Resíduos versus 1/X

5.5. Previsão do coeficiente de rugosidade

Uma vez que a regressão entre altura média censurada da vegetação e o coeficiente de rugosidade de Manning passou por todos os testes estatísticos pertinentes (no caso por se tratar de regressão simples o problema de multicolinearidade não é relevante), é possível propor o seu uso para estimativa do coeficiente de rugosidade em planícies de inundação, similares às planícies do rio Iguaçu entre União da Vitória e Porto União, ou seja com elementos de rugosidade constituídos essencialmente de vegetação perene.

Planícies de inundação com características diversas, como por exemplo no caso de áreas urbanas, onde os elementos de rugosidade são de natureza distinta (edificações, muros, cercas, postes de iluminação, etc.) provavelmente terão comportamento diverso.

A previsão pontual do logaritmo do coeficiente de rugosidade é proporcionada pela reta de regressão estimada

$$\hat{Y} = 1,6031X - 1,7438$$

(5.7)

Para permitir uma avaliação da margem de erro associada aos cálculos hidráulicos é sempre interessante dispor uma medida da precisão dessa estimativa. Para tanto foram estabelecidos intervalos de confiança para um nível de 95% em torno da previsão pontual.

A tabela 5.2 mostra os resultados em termos de $X = \lg h$ e $Y = \lg n$. A figura 5.15 apresenta os mesmos resultados em forma gráfica, tendo sido plotados os pontos utilizados na regressão.

Para os cálculos dos limites de confiança $s = 0,661$, $\Sigma x^2 = 3,2531$, $t = 2,179$.

Observa-se que a faixa de incerteza quanto ao verdadeiro valor do coeficiente ainda é razoavelmente ampla, refletindo a dependência do coeficiente de Manning de outras características da vegetação além da sua altura como por exemplo a sua densidade, variabilidade, textura (árvores com copas largas, coníferas, capim, etc.). Considerar múltiplas características da vegetação certamente poderá melhorar a precisão do modelo, entretanto requer o uso de regressão múltipla. A tabela 5.8 e a figura 5.17 mostram os intervalos de confiança da equação.

Existe ainda uma incerteza razoavelmente grande em relação aos valores do coeficiente de Manning utilizado na regressão, particularmente a sua variação nas diferentes faixas de nível. Deve-se lembrar que a calibragem do seu valor foi efetuada considerando o regime permanente e a variação da vazão ao longo do trecho foi estimada a partir da área de drenagem. Além disso os valores de “n” foram calibrados em função da vazão havendo necessidade de converter essa em nível via curva de descarga.

X ₀	Y ₀	X ₀ X	$(1+1/n+(X_0 \cdot X)^2 / \text{somax}^2)^{1/2}$	Amplitude	Y _{sup}	Y _{inf}
-1,2	-3,668	-1,227	1,2138	1,587	-2,081	-5,254
-1	-3,347	-1,027	1,1711	1,589	-1,788	-4,906
-0,8	-3,026	-0,827	1,1361	1,535	-1,491	-4,562
-0,6	-2,706	-0,627	1,1086	1,517	-1,189	-4,222
-0,4	-2,385	-0,427	1,0887	1,503	-0,882	-3,888
-0,2	-2,064	-0,227	1,0763	1,494	-0,570	-3,559
0	-1,744	-0,027	1,0715	1,491	-0,253	-3,235
0,2	-1,423	0,173	1,0742	1,493	0,069	-2,916
0,4	-1,103	0,373	1,0846	1,500	0,397	-2,603
0,6	-0,782	0,573	1,1024	1,512	0,730	-2,294
0,8	-0,461	0,773	1,1279	1,530	1,068	-1,991

Tabela 5.8: Limites da equação

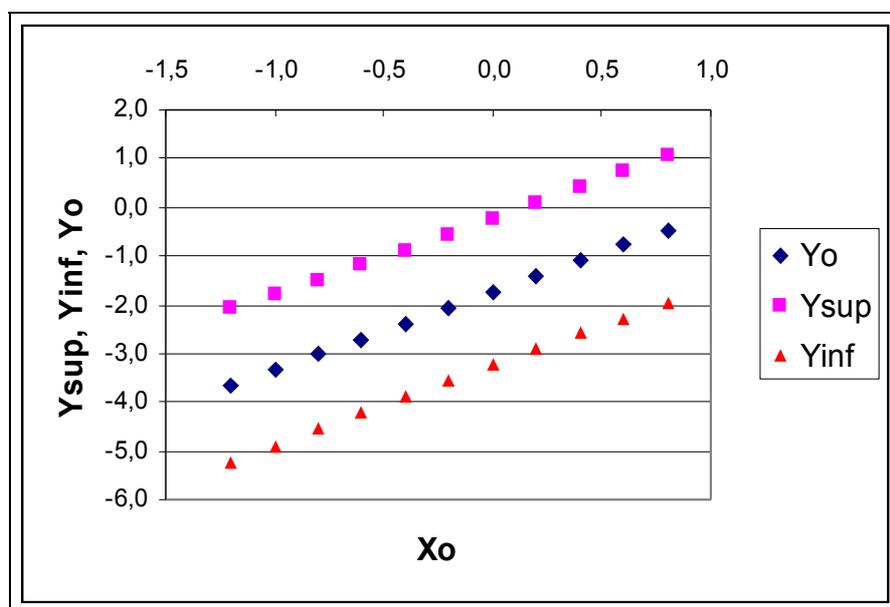


Figura 5.18: Gráfico dos limites da equação

Entretanto, acredita-se que a estimativa do coeficiente de Manning pelo procedimento proposto seja mais preciso que o uso de tabelas ou analogias com rios aparentemente similares. A comparação dos intervalos de confiança com os erros na estimativa do “ n ” no primeiro estudo de remanso MILDNER-KAISER (1976) são uma clara demonstração dessa assertiva.

Deve-se ainda ter em mente que a regressão estimada vale basicamente dentro da faixa de valores usados para estimar a regressão ou seja aproximadamente para $X = \lg h$ no intervalo $-1,0 < X < 0,8$ o que equivale a uma altura média censurada entre 0,35 e 2,25 m. Cumpre assinalar que o expoente associado ao tamanho dos elementos de rugosidade resultou 1,6 bastante diferente de 1/6 da fórmula de Strickler para leitos arenosos (ver equação 2.29), o que mostra que os efeitos da rugosidade produzida por vegetação submersa é bastante diferente daquela proporcionada por grãos de areia.

6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Como principal conclusão dessa dissertação, pode-se afirmar que a técnica LiDAR proporciona uma estimativa bastante precisa das dimensões dos elementos de rugosidade, pode contribuir significativamente para uma estimativa bastante razoável do coeficiente de rugosidade de Manning em planícies de inundação. Para planícies de inundações em zonas rurais sem edificações e com vegetação de altura bastante variada (capim, arbustos e árvores baixas) similares ao trecho do rio Iguaçu entre União da Vitória e Porto Vitória, o coeficiente de Manning pode ser estimado como sendo:

$$n = 0,175h^{1,603} \quad (6.1)$$

A comparação dessa equação com expressões clássicas para rugosidade de areia (equações 2.21 e 2.29), onde o expoente de h é da ordem de 0,17, 10 vezes menor, mostra claramente que os efeitos de uma vegetação submersa sobre a resistência do escoamento se comporta de forma bastante diferente, o que se constitui em outra conclusão importante desta dissertação.

Contudo é importante lembrar que a expressão acima ainda não é muito precisa, podendo dar margem a erros ainda bastante significativos (erro padrão de $Y=\lg n$ igual a 0,66). A busca da redução dessa margem de erro constitui-se na recomendação principal para pesquisas futuras dentro da mesma linha. Para tanto propõe-se:

- Incorporar outras características geométricas da vegetação como variáveis explicativas e utilizar a técnica da regressão múltipla como ferramenta de análise
- Para permitir uma maior generalização dos resultados, recomenda-se ampliar o universo dos pontos coletados para outros locais com disponibilidade de dados do LiDAR.

Também se sugere utilizar como variável dependente na regressão ao invés do coeficiente de rugosidade local, usado nesta pesquisa e

reconstituído por diferença entre coeficientes médios, diretamente o coeficiente de rugosidade médio e como variáveis explicativas médias das características geométricas da vegetação sobre toda planície de inundação. Esse procedimento acredita-se pode se apresentar mais robusto dado os efeitos de propagação de erros intrínsecos no processo de cálculo por diferenças de médias.

Finalmente, recomenda-se pesquisar o procedimento aqui proposto com as alterações que se fizerem necessárias para o caso de planícies de inundação urbanas onde as características das obstruções e elementos de rugosidade são bastante diversas das áreas rurais pesquisadas nesta dissertação.

Acredita-se que após um aprofundamento maior do tema proporcionado por pesquisas futuras, o procedimento proposto poder-se-á tornar útil na estimativa de curvas de remanso, obtenção de mapas de enchentes e avaliação dos efeitos de obras hidráulicas nos níveis de cheia onde uma boa avaliação do coeficiente de rugosidade é crucial. O método proposto poderá, então, proporcionar resultados mais precisos que os procedimentos tradicionais usados atualmente (tabelas e fotos para o coeficiente de rugosidade).

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AZMON, E. Automation of an interactive program searching for straight segments in lognormal curves, *Computers and Geosciences*, Volume 18, issue 1, 1992.
- BARNES, N. H. Roughness characteristics of natural channels. U.S. Water Supply Paper, Washington, 1967.
- BRUTSAERT, W. *Evaporation in the Atmosphere*, D. Reidel, 1982.
- CASTANHARO, G.: *Aplicação de Modelos Hidrodinâmicos no Contexto de Previsão de Aflúncias a Reservatórios*, UFPR, 2003.
- CHOW, V. T., MAIDMENT, D.R, LARRY, W.: *Applied hydrology*, UK, McGraw-Hill Education, 1988.
- CHOW, V. T.: *Open-Channel Hydraulics*. McGraw-Hill. 1959.
- DAILY, J., HARLEMAN, D. *Fluid Dynamics*, Boston, Addison Wesley, 1966.
- DOWLING, T. I.: *Terrain analysis and salinity*, in Ian Moore Memorial Symposium on Terrain analysis Centre for Resource and Environmental Studies, Invited Speaker, Australian National University, 2003.
- FELIX, D., MULLER, M. Projeto IG-10 Estimativa de biomassa florestal utilizando dados do mapeamento digital a laser, CEHPAR, Curitiba, 2004.
- WILSON, J., CALLANT. J.: *Terrain Analysis: Principles and Applications*, capítulo 2, John & Sons, 2000.
- GROSZEWICKZ, R. C., ILLICH, I., KAVISKI, E.: Projeto HG-79, Análise do escoamento em regime não permanente no rio Iguaçu entre Fluvópolis e Foz do Areia, CEHPAR, Curitiba, 1996.
- HENDERSON, F.M.: *Open Channel Flow*, MacMillian Company, 1966.
- JOHNSTON, J., *Econometric Methods*, McGraw-Hill, New York, 1984.
- KING, H. W., WISLER, C. O., WOODBURN, J.G.: *Hidraulics*, Wiley, New York, 1948.
- LENCASTRE, A.: *Hidráulica Aplicada*, Edição Luso-Brasileira. 1992.
- LEGENDRE, A.M. *Nouvelles Méthodes pour la Determination des Orbites des Cometes*, Courcier, Paris, 1805.

LIMERINUS: US Geological Survey, Manning Coefficient from Bed Roughness in Channels, Water Supply Paper, 1898 B, Washington, BC, 1970.

LINSLEY, R., KOHLER, M., PAULHUS, T.: Hydrology for Engineers 3rd Ed. McGraw-Hill, 1958.

MILDER – KAISER: Usina hidrelétrica Foz do Areia, Memorando de projeto nº 10, 1976.

MULLER, I., CASTANHARO, G.: Projeto HG-175 Estudo de revisão do comportamento hidráulico do rio Iguaçu no trecho entre União da Vitória e Foz do Areia, CEHPAR, Curitiba, 2002

MURTAGH, J., FOOT, M.: A practical of laserscanner data in the insurance industry. Proceedings of the 4th International airborne remote sensing conference and exhibition/21st Canadian symposium on remote sensing, Ottawa, Ontario, Canada, Vol 1. 1999.

NIKURADSE, J. Stoemungs gesetze in rauhen Rohren, Forschungsarbeit Ing-Wesen, n. 361, 1933.

PINTO, N., NEIDERT, S., FILL, H., LAMBROS, D., REIS, F., TOZZI, M., OTA, J. Apostila de Mecânica dos Fluidos I e II, Engenharia Civil – UFPR, 1997.

REUTEBUCH, S.: A comparison of Forest canopy models derived from LiDAR. International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing. Dresden, Germany, vol XXXIV Part 3, 2003.

SCHLICHTING, H., Grenzschicht Theorie, 8. ed. G. Braun, Karlsruhe, 1982 .

SPIEGEL, M.R., Estatística, McGraw-Hill do Brasil, Rio de Janeiro, 1993.

STEDINGER, J. R., VOGEL, R. M., FOURFOUTA-GEORGIU, E.: Frequency Analysis of Extreme Events, Handbook of Hydrology, cap. 18, MacGraw-Hill, 1993.

STEPHAN, U., GUTKNECHT, D.: Hydraulic resistance of submerged flexible vegetation, Journal of Hydrology, 269, 27-43, 2002.

STRICKLER, A.: Contributions to the question of velocity formula and roughness data for streams, channels and close pipelines, 1923, Traduzido por T. Roesgen e W. R. Brownlie, W.M. Keek Laboratory of Hydraulics and Applied Science, Califórnia Institute os Technology, 1981.

SUGAI, M.: Influência do reservatório de Foz do Areia sobre os níveis de enchente em União da Vitória, COPEL, Curitiba, 1980.

SUGAI, M., MASSUCCI, L. A., BUSETTI, D. C., FONSECA, A. dos S.,
Influência do reservatório de Foz do Areia sobre os níveis de enchente em
União da Vitória: revisão e atualização, COPEL, Curitiba, 1985.

WILLIAMSON, J.: The laws of flow in rough pipes. Strickler, Manning,
Nikuradse and drag-velocity, Houille Blanche, 738-748, 1951.