

**SILVIA MARIA MAXIMIANO**

**MODELO PARA ANÁLISE DO ESCOAMENTO DE BASE ATRAVÉS  
DA SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE BOUSSINESQ**

**Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre no Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental, Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná.**

**Orientador: Miriam Rita Moro Mine**

**Co-Orientador: Eloy Kaviski**

**CURITIBA**

**2005**

Aos meus pais,  
Santa e Heraldo,  
e meu irmão, Edson.

## **AGRADECIMENTOS**

Na elaboração dessa pesquisa, pude contar com a colaboração de diversas pessoas e entidades. Sem a ajuda delas acredito que não teria conseguido realizar esse trabalho. Gostaria de dizer muito obrigada:

À professora Miriam Rita Moro Mine, pela orientação fornecida a esta dissertação.

Ao professor Eloy Kaviski pela grande orientação, incentivo e dedicação à orientação deste trabalho.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental, oferecido pela Universidade Federal do Paraná, pela oportunidade de realizar essa pesquisa.

Aos professores e colaboradores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental, pelos conhecimentos, experiência e auxílio oferecidos durante todo o desenvolvimento da pesquisa.

Ao Centro de Hidráulica e Hidrologia Professor Parigot de Souza, pela bolsa de estudo fornecida durante a realização do trabalho.

A Superintendência de Desenvolvimento de Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental – SUDERHSA – pela grande colaboração, em especial aos senhores Edson Sakae Nagashima e Norberto Ramon.

A Companhia de Saneamento do Paraná – SANEPAR – pelos dados fornecidos.

Ao meu noivo Jefferson Chochi Zembovici pela grande ajuda neste trabalho, pela paciência, compreensão e amor nos momentos difíceis.

Aos meus familiares, em especial aos meus primos Giovani Salvadori e José Thomaz Mendes Filho pelo incentivo e por sempre estarem ao meu lado.

Aos amigos que de alguma forma colaboraram para o desenvolvimento deste trabalho e me deram força nos momentos em que queria desistir.

## SUMÁRIO

|   |             |
|---|-------------|
| <b>LISTA DE TABELAS .....</b>                       | <b>vii</b>  |
| <b>LISTA DE FIGURAS.....</b>                        | <b>viii</b> |
| <b>RESUMO.....</b>                                  | <b>x</b>    |
| <b>ABSTRACT.....</b>                                | <b>xi</b>   |
| <b>1. INTRODUÇÃO.....</b>                           | <b>1</b>    |
| 1.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS .....                     | 1           |
| 1.2. MOTIVAÇÃO .....                                | 2           |
| 1.3. OBJETIVO.....                                  | 3           |
| 1.4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....                     | 3           |
| 1.5. ESTRUTURA DO TRABALHO .....                    | 8           |
| <b>2. MODELO MATEMÁTICO .....</b>                   | <b>9</b>    |
| 2.1. GERAL .....                                    | 9           |
| 2.2. EQUAÇÃO DE BOUSSINESQ.....                     | 9           |
| 2.3. CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA.....                  | 12          |
| 2.4. POROSIDADE .....                               | 15          |
| 2.5. CONSTANTE DE RECARGA .....                     | 16          |
| <b>3. SOLUÇÃO NUMÉRICA .....</b>                    | <b>20</b>   |
| 3.1. GERAL .....                                    | 20          |
| 3.2. MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS .....            | 20          |
| 3.2.1. Introdução .....                             | 20          |
| 3.2.2. Esquema de diferenças finitas explícito..... | 21          |
| 3.2.3. Estabilidade do método .....                 | 24          |
| 3.3. VALIDAÇÃO DO ESQUEMA NUMÉRICO .....            | 25          |

|  |           |
|--|-----------|
| 3.3.1. Introdução .....  | 25        |
| 3.3.2. Problema analisado .....  | 25        |
| 3.3.3. Solução do problema .....   | 27        |
| 3.3.4. Resultados.....   | 28        |
| 3.3.5. Verificação de estabilidade.....  | 33        |
| <b>4. ESTUDO DE CASO .....</b>   | <b>35</b> |
| 4.1. GERAL .....   | 35        |
| 4.2. LOCAL DE ESTUDO.....  | 35        |
| 4.3. ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS.....  | 41        |
| 4.3.1. Parâmetros do aquífero .....  | 41        |
| 4.3.2. Parâmetros da bacia hidrográfica .....  | 46        |
| 4.3.3. Condições iniciais e método de processamento .....  | 47        |
| 4.3. RESULTADOS .....  | 48        |
| <b>5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....</b>  | <b>64</b> |
| 5.1. GERAL .....   | 64        |
| 5.2. CONCLUSÕES.....   | 65        |
| 5.3. RECOMENDAÇÕES .....   | 66        |
| <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>  | <b>67</b> |
| <b>APÊNDICE A – Equações de Boussinesq .....</b>   | <b>71</b> |
| <b>APÊNDICE B – Constante de Recarga - Listagem do Programa .....</b>  | <b>74</b> |
| <b>APÊNDICE C – Altura do Nível da Água no Aquífero - Validação do Método - Listagem</b><br><b>do Programa .....</b> | <b>92</b> |
| <b>APÊNDICE D – Estações Fluviométricas .....</b>  | <b>97</b> |
| <b>APÊNDICE E – Estações Pluviométricas.....</b>   | <b>99</b> |

**APÊNDICE F – Altura do Nível da Água do Aquífero - Estudo de Caso - Listagem**

do Programa ..... **101**

**APÊNDICE G – Estações Fluviométricas - Seções Transversais ..... 109**

## LISTA DE TABELAS

|   |    |
|---|----|
| Tabela 2.1 – Faixa de valores de condutividade hidráulica para vários materiais não consolidados..... | 14 |
| Tabela 2.2 – Porosidade efetiva para diferentes materiais..   | 16 |
| Tabela 2.3 – Valores de coeficiente de escoamento superficial por tipo de região.....                 | 17 |
| Tabela 3.1 – Condições iniciais adotadas: $t=20$ h e $N=5.28$ mm/h. ....                              | 26 |
| Tabela 4.1 – Comprimento do aquífero.....   | 42 |
| Tabela 4.2 – Localização dos poços. ....  | 42 |
| Tabela 4.3 – Dados de abertura. ....  | 43 |
| Tabela 4.4 – Condutividade hidráulica para cada poço.....   | 43 |
| Tabela 4.5 – Descrição da litologia – poço nº 189. ....   | 44 |
| Tabela 4.6 – Descrição da litologia – poço nº 1124. ....  | 44 |
| Tabela 4.7 – Descrição da litologia – poço nº 1148. ....  | 44 |
| Tabela 4.8 – Porosidade efetiva para cada poço.....   | 45 |
| Tabela 4.9 – Períodos de estiagem - lado direito.....   | 49 |
| Tabela 4.10 – Resultado geral - lado direito.....   | 55 |
| Tabela 4.11 – Períodos de estiagem - lado esquerdo.....   | 55 |
| Tabela 4.12 – Resultado geral - lado esquerdo.....  | 61 |
| Tabela 4.13 – Análise de resultados - lado direito. ....  | 62 |

## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 2.1 – Esquema dos parâmetros usados na equação de boussinesq e sua dedução. ....   | 12 |
| Figura 2.2 – Fluxo radial para poço em aquífero não confinado.....  | 13 |
| Figura 3.1 – Aproximação por diferenças finitas .....   | 22 |
| Figura 3.2 – Representação de grade em diferenças finitas. ....   | 22 |
| Figura 3.3 – Nível de água no aquífero ao final do evento de recarga.....   | 27 |
| Figura 3.4 – Recarga entrando no aquífero. ....   | 28 |
| Figura 3.5 – Altura de água no aquífero para $\theta=0.002$ . comparação entre os resultados de Pauwels et al (2002) e o Método das diferenças finitas..... | 30 |
| Figura 3.6 – Altura de água no aquífero para $\theta=0.02$ . comparação entre os resultados de Pauwels et al (2002) e o Método das diferenças finitas.....  | 31 |
| Figura 3.7 – Altura de água no aquífero para $\theta=0.05$ . comparação entre os resultados de Pauwels et al (2002) e o Método das diferenças finitas.....  | 32 |
| Figura 3.8 – Verificação de estabilidade para $\theta=0.002$ .....  | 34 |
| Figura 3.9 – Verificação de estabilidade para $\theta=0.02$ .....   | 34 |
| Figura 3.10 – Verificação de estabilidade para $\theta=0.05$ .....  | 34 |
| Figura 4.1 - Bacias hidrográficas do Estado do Paraná .....   | 37 |
| Figura 4.2 – Bacia incremental com código das estações fluviométricas e dos poços selecionados. ....  | 38 |
| Figura 4.3 – Unidades aquíferas do Estado do Paraná.....  | 39 |
| Figura 4.4 – Mapa do aquífero .....   | 40 |
| Figura 4.5 – Representação da direção do fluxo unidimensional.....  | 47 |
| Figura 4.6 – Altura do nível de água do aquífero – lado direito.....  | 50 |
| Figura 4.7 – Linhas de tendência para $\theta = 0$ – lado direito. ....   | 51 |
| Figura 4.8 – Linhas de tendência para $\theta = 0.001$ rad. – lado direito. ....  | 52 |
| Figura 4.9 – Linhas de tendência para $\theta = 0.01$ rad. – lado direito. ....   | 53 |
| Figura 4.10 – Linhas de tendência para $\theta = 0.1$ rad. – lado direito. ....   | 54 |



|  |    |
|--|----|
| Figura 4.11 – Altura do nível de água do aquífero – lado esquerdo.....             | 56 |
| Figura 4.12 – Linhas de tendência para $\theta = 0$ – lado esquerdo. ....          | 57 |
| Figura 4.13 – Linhas de tendência para $\theta = 0.001$ rad. – lado esquerdo. .... | 58 |
| Figura 4.14 – Linhas de tendência para $\theta = 0.01$ rad. – lado esquerdo. ....  | 59 |
| Figura 4.15 – Linhas de tendência para $\theta = 0.1$ rad. – lado esquerdo. ....   | 60 |

## RESUMO

A aplicação de um método fundamentado na teoria hidráulica, para o cálculo do escoamento de base de uma bacia hidrográfica, foi o objetivo principal deste trabalho. Geralmente o escoamento de base é responsável pela vazão de alguns rios em tempo de estiagem. O conhecimento desse tipo de escoamento torna possível a previsão de vazões mínimas em rios, sem depender de dados fluviométricos da região, o que motivou a realização deste trabalho. Para este estudo foi utilizado o Método das Diferenças Finitas para solucionar a equação de Boussinesq não linearizada. Através desse estudo é possível obter o escoamento de base. O modelo foi aplicado na bacia hidrográfica do Rio Ivaí, sobre o aquífero Caiuá. As conclusões são baseadas comparando-se o valor de velocidade do fluxo no aquífero com o valor da velocidade de fluxo de água que entra em cada poço.

Palavras chave: escoamento de base; equação de Boussinesq; rio Ivaí.

## **ABSTRACT**

The application of a method based on the hydraulic theory to estimate the base flow of a catchment area was the main objective of this work. Generally, the base flow is responsible for the discharge of some rivers during low-water periods. The knowledge of this kind of flow makes possible the forecast of minimum discharge in rivers, independently of discharge data of the region, and this has motivated this work. This work utilized the Finite-difference method to solve the non-linearized Boussinesq equation. Through this work is possible to get the base flow. The model was applied in the Ivaí river catchment, on the Caiuá groundwater. The conclusions are based on the comparison of the flow velocity value in the groundwater with the water flow velocity value which percolates in every water well.

Key-words: base flow; Boussinesq equation; Ivaí river.

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

O escoamento tem origem principalmente nas precipitações. Parte da água das chuvas é interceptada pela vegetação ou outros obstáculos e evapora, o que atinge a superfície do solo é retida em depressões do terreno, infiltrando, e o restante escoar pela superfície, assim que a capacidade de infiltração seja superada e os espaços da superfície preenchidos. As trajetórias descritas pelo escoamento são determinadas em sua maior parte pelas linhas de maior declividade do terreno e são influenciadas por obstáculos no terreno. À medida que a água atinge os pontos mais baixos do terreno, elas passam a escoar por canalículos formando uma microrede de drenagem, que sob a ação da erosão aumentam de tamanho formando as torrentes. A partir daí formam-se os cursos de água. Surgem então as redes de drenagem, que são os conjuntos de cursos de água, considerando desde os pequenos córregos formadores até o rio principal (PINTO *et al.*,1976).

O escoamento é dividido em escoamento superficial, subsuperficial e subterrâneo. Alguns autores denominam o escoamento subsuperficial como sendo o escoamento de base (PAUWELS *et al.*, 2002). Considera-se ainda que o escoamento subsuperficial se dá junto às raízes da cobertura vegetal. Na maioria das vezes os escoamentos superficial e subterrâneo correspondem a maior parte do escoamento e o subsuperficial é contabilizado junto a eles. Para que seja feita a análise de cada tipo de escoamento, é necessária a separação deles e isso é possível através do hidrograma.

Nesse capítulo descreve-se a motivação que levou a realização desse estudo, bem como o objetivo traçado, levando em conta as limitações apresentadas e algumas referências bibliográficas sobre estudos semelhantes realizados. Também é apresentada a organização geral dos demais capítulos.

## 1.2. MOTIVAÇÃO

O escoamento de base ocorre através das águas pluviais que se infiltram no solo e escoam sob a superfície do mesmo até um álveo. Geralmente, o escoamento de base é somado junto ao escoamento superficial e o escoamento subterrâneo, o que para alguns estudos não é interessante.

O escoamento difuso à superfície e o escoamento subsuperficial são, quase sempre, chamados de escoamento direto. Boa parte das águas de estiagem nos rios é proveniente dos depósitos subterrâneos. Por essa razão é muito importante o estudo deste tipo de escoamento. Ao desconsiderar a influência deste escoamento em alguns estudos, pode-se mudar significativamente os resultados esperados. Por levar em consideração a influência de aquíferos, o método analisado nesta dissertação pode refinar resultados anteriormente obtidos através de outros métodos.

Esse método faz uso de vazões de estiagem, que dentro de uma série histórica equivalem aos menores valores observados e ocorrem em períodos de pouca ou nenhuma precipitação pluvial. Dentro do hidrograma, esses trechos apresentam uma diminuição lenta do escoamento no curso d'água, regido pela contribuição subterrânea. O valor mínimo limite da vazão de estiagem pode ser zero, mas tratando-se de rios perenes a probabilidade associada à vazão nula é muito pequena que não apresenta interesse prático. Estudos mais freqüentes utilizam seqüências de descargas mínimas para o planejamento de projetos de abastecimento d'água, de sistemas de esgoto, energia elétrica, irrigação, modelos de qualidade de água, entre outros (CEHPAR, 1985).

No Brasil existe uma dificuldade muito grande em se obter dados hidrológicos, tanto em quantidade quanto em qualidade, dificultando a realização de estudos hidrológicos, causando a necessidade de se investigar métodos alternativos

para melhorar o conhecimento dos fenômenos hidrológicos.

### 1.3. OBJETIVO

O objetivo desta dissertação consiste na aplicação de um método, baseado na teoria hidráulica, para o cálculo do escoamento de base de uma bacia hidrográfica. Para este estudo será utilizada a equação de Boussinesq não linearizada, e para a solução dela será utilizado o Método das Diferenças Finitas. O modelo foi aplicado na bacia hidrográfica do Rio Ivaí. O local escolhido situa-se na região noroeste do estado do Paraná, sob o aquífero Caiuá entre as coordenadas  $-53^{\circ}27'$  e  $-52^{\circ}17'$  de longitude e  $-22^{\circ}52'$  e  $-23^{\circ}56'$  de latitude. Esta bacia hidrográfica tem como rio principal o Rio Ivaí.

Geralmente o escoamento de base é responsável pela vazão de alguns rios em tempo de estiagem. O conhecimento desse tipo de escoamento torna possível a realização de previsões de vazões mínimas em rios, sem depender basicamente da precipitação da região.

Alguns métodos utilizados para obtenção do escoamento de base, como por exemplo a análise do hidrograma, não refletem a total realidade, podendo, através de refinamentos de métodos alternativos obter-se resultados mais satisfatórios.

### 1.4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A análise do hidrograma é o método mais utilizado para estudar os diferentes escoamentos (direto e subterrâneo). TUCCI (1993) considerou o seguinte método para separar os escoamentos, através da identificação de três pontos no hidrograma: (i) é o ponto de depleção do escoamento antes da chuva; (ii) a ordenada correspondente ao pico numa vertical; e (iii) o ponto de inflexão do hidrograma após a chuva. Este último é mais difícil de ser obtido, porém se o gráfico do hidrograma for plotado em um papel logarítmico, os pontos de depleção e inflexão ficam representados por fim e início de

uma reta, respectivamente.

Alguns modelos hidrológicos consideram que o escoamento de base é o escoamento superficial proveniente de um ou uma série de reservatórios paralelos, cada um com diferentes tempos de respostas. O estudo de MOORE (1997) tinha como objetivo introduzir uma alternativa para o armazenamento condizente com a realidade, de grandes características de recessão derivado de uma parte do tempo, e para aplicar o método em uma pequena bacia florestada onde o escoamento de base é proveniente de drenagem de uma zona saturada com espessura de solo permeável raso. O método envolve o conceito de armazenamento de escoamento superficial usando um algoritmo alternativo. Ele pôde observar que a recessão era não linear e que não seguia uma relação comum de valor simples de armazenamento para escoamento superficial. Analisando um modelo com dois reservatórios lineares obtiveram-se resultados muito melhores que para um modelo de três reservatórios simples, indicando que a curva de recessão depende não somente do volume de armazenamento subsuperficial, mas também de uma distribuição entre reservatórios. Os reservatórios lineares são relativamente apropriados para recessão em escalas de tempo curtas, porém, o tempo de retenção não é constante, causando para tempos de escala longos valores computados que não expressam a realidade.

As bacias de drenagem não contêm aquíferos dinâmicos divididos em zonas independentes de armazenagem. Para solucionar esse problema, toma-se como suposição que o escoamento de base é proveniente de um único reservatório não linear. WITTENBERG *et al.* (1999) fez essa suposição. Através de análise de séries temporais de fluxo observadas em bacias, os principais componentes para um balanço de escoamento subterrâneo básico, como descarga, perda por evapotranspiração, armazenagem e recarga, puderam ser identificados e quantificados. Devido à sazonalidade da precipitação e evapotranspiração potencial, análises de curvas de recessão, separadas de acordo com a quantidade de anos, fornecem a quantificação da perda por evapotranspiração como uma função do calendário mensal e depósito de

armazenamento de água subterrânea. O balanço de água subterrânea numa bacia e o processo de recarga, armazenamento, perda por evapotranspiração e descarga podem ser descritos de forma simples, mas fisicamente baseado nos componentes do modelo conceitual, que podem ser obtidos através de dados de fluxo. A não linearidade da relação de armazenamento-descarga pode identificar o fluxo de escoamento subterrâneo para um rio. A depleção do escoamento subterrâneo através da perda por evapotranspiração, contudo, influencia parcialmente nas curvas de recessão de fluxo observadas, dependendo do armazenamento, vegetação e evapotranspiração potencial. A análise de recessão do escoamento de base também permite a quantificação das perdas acima citadas. Por incluir evapotranspiração em técnicas de separação do escoamento de base, hidrogramas de recarga do aquífero são computados pela determinação do escoamento não linear inverso.

A modelagem do escoamento de base pode ser feita pelo TOP MODEL (“Topography Based Hydrological Model”). Pode ser interpretado como um produto com dois objetivos: (i) o desenvolvimento de uma previsão pragmática e prática e modelo de simulação contínua; (ii) o desenvolvimento de uma estrutura teórica (BEVEN, 2001). Este modelo simula os escoamento subsuperficial e subterrâneo globalmente, através de uma lei exponencial em função do déficit médio de saturação. Em bacias hidrográficas com até 500 km<sup>2</sup> desprovidas de dados, o modelo é tido como uma ferramenta importante. Em MINE & CLARKE (1996), o modelo foi testado na bacia hidrográfica do rio Belém localizado na cidade de Curitiba, estado do Paraná, com o objetivo de verificar o potencial do modelo quando aplicado a situações onde os dados disponíveis são insuficientes tanto quantitativamente quanto qualitativamente. A aplicação foi feita numa bacia relativamente grande e urbanizada em quase toda sua totalidade. Como resultado, para as enchentes de maiores proporções estudadas, a eficiência foi de 80 %, mesmo tomando a eficiência média de ajuste do modelo bem abaixo do recomendado pela literatura, que é de 70%. MINE & CLARKE (1996) considera o modelo como promissor na modelagem do escoamento, levando em conta



algumas melhorias nas informações hidrológicas, meteorológicas e sensoriamento remoto. Como a área de estudo utilizada por MINE & CLARKE (1996) e a região estudada nesta dissertação localizam-se no Estado do Paraná, as dificuldades em se obter dados suficientes e de qualidade são as mesmas, mostrando que a situação não mudou. A qualidade dos resultados é dependente da qualidade dos dados.

Um modelo que calcula o escoamento de forma numérica é o MIKE SHE-*model* (REFSGAARD & STORM, 1995). Esse modelo resolve a equação de Boussinesq de forma tri-dimensional pelo método das diferenças finitas, usando Gauss-Seidel implícito modificado, em sistema iterativo. O modelo pode gerar exemplos para aquíferos não confinados simples ou em sistemas.

O escoamento de base pode ser calculado através de uma solução analítica da equação de Boussinesq (CHAUDHRY, 1993), que descreve o escoamento da água confinada no solo em um aquífero inclinado sob uma taxa de recarga constante. PAUWELS *et al.* (2002) calculou o escoamento de base através da solução analítica da equação de Boussinesq. Para derivar a equação, considerou que a condutividade hidráulica, a porosidade efetiva e a constante de recarga não variavam espacialmente para que fosse possível desprezar o efeito da capilaridade sobre o escoamento superficial e para poder utilizar a aproximação de Dupuit-Forcheimer, na qual a carga hidráulica independe da altura. Devido a não-linearidade da equação de Boussinesq, a solução analítica é de difícil obtenção. Ao se tratar de aquíferos horizontais, simplificações podem ser levadas em consideração. A simplificação utilizada frequentemente é supor o aquífero como semi-infinito, horizontal, com recarga zero, onde o nível de saída de água do aquífero é modificado instantaneamente de um nível inicial para um novo nível. Soluções aproximadas são obtidas através da transformação de Boltzmann (TOLIKAS *et al.*, 1984), método residual ponderado (LOCKINGTON, 1997), e a transformação de Boltzmann combinada com a solução da equação de Blasius (HOGARTH & PARLANGE, 1999).

TOLIKAS *et al.* (1984) apresenta uma solução analítica para a equação de

Boussinesq onde uma condição inicial uniforme e uma função incremento de altura piezométrica é assumida no contorno. Nesse estudo o problema unidimensional é passado para uma equação diferencial ordinária através da transformação de Boltzmann, e uma técnica explorando algumas características básicas da solução exata conduz a uma solução polinomial aproximada do problema. Essa técnica pode ser aplicada em problemas de difusão não-linear unidimensional. Para a verificação da solução analítica foi utilizado o método de Runge-Kutta combinado com o lançamento de dois pontos e o resultado ficou dentro das expectativas. Para reduzir o número de iterações lançadas, através de análises feitas, foi estimada a declividade inicial do perfil. A existência de um ponto de inflexão é estabelecida e a determinação da sua posição esclarece o comportamento da solução. Ao se tratar de drenagem, o método não pode ser aplicado porque um ponto de inflexão não aparece no perfil da altura piezométrica e, portanto, critérios quantitativos e qualitativos básicos explorados na solução não podem ser aplicados. Para o problema de recarga de um aquífero, a determinação de uma simples fórmula algébrica proporciona não somente a computação de um histórico de volume, mas também o perfil de altura piezométrica.

LOCKINGTON (1997) obteve aproximações analíticas para a solução da equação de Boussinesq unidimensional usando um método residual ponderado. Essa aproximação pode ser aplicada para a recarga e a drenagem de um aquífero homogêneo e não confinado, proveniente de uma vala inteiramente penetrante. As características do aquífero citadas por LOCKINGTON (1997) são as necessárias nessa dissertação. Para se estimar a recarga, descarga e elevação no nível de água utilizaram-se expressões algébricas explícitas. As comparações realizadas demonstraram que as novas fórmulas para os coeficientes de recarga e descarga sobre uma variedade de valores de limites principais têm resultados precisos. O erro relativo absoluto comparado com soluções numéricas em cada caso é muito menor que 0,1%. No exemplo apresentado por ele a solução numérica foi obtida através do método de Burden e Faires. Apesar da derivada ter sido feita para um aquífero semi-infinito, a

solução pode ser aplicada para aquíferos finitos até que o nível de água comece a mudar para o limite interior.

Em HOGARTH & PARLANGE (1999), uma combinação da equação de Blasius aplicada para a equação de Boussinesq e através da transformação de Boltzmann foi aplicada para examinar a resposta do nível de água para uma depressão inesperada. Em comparação com soluções numéricas “exatas” a nova solução aproximada mostra um erro máximo de 0,02%. Esses resultados além de serem interessantes teoricamente, podem ser utilizados como referência padrão na validação de outros esquemas analíticos e numéricos, como foi feito em PAUWELS *et al.*(2002).

Como já foi mencionado anteriormente, a solução da equação de Boussinesq não linearizada é de difícil solução. Por isso, alguns autores fizeram a sua linearização. BRUTSAERT (1994) coloca que a solução da equação de Boussinesq linearizada produz algumas características essenciais para a teoria da hidráulica de aquíferos. Dados arbitrados podem ser ajustados através de uma simples convolução de inesperados problemas. PAUWELS *et al.*(2002) fez uma extensão da solução apresentada por BRUTSAERT (1994).

## 1.5. ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho apresenta a seguinte organização: no segundo capítulo descrevem-se o modelo matemático utilizado envolvendo a equação de Boussinesq, sua obtenção e os métodos para se obter as variáveis envolvidas; no terceiro capítulo são apresentadas a solução numérica da equação de Boussinesq através do método das diferenças finitas e o desenvolvimento e aplicação do método proposto em um exemplo numérico; no quarto capítulo apresenta-se uma aplicação do método proposto num estudo de caso e análise dos resultados; e finalmente no quinto capítulo são discutidas as conclusões e recomendações.

## 2. MODELO MATEMÁTICO

### 2.1. GERAL

Este capítulo tem como objetivo descrever o modelo utilizado neste trabalho. O modelo é baseado em uma das denominadas equações de Boussinesq. Descreve-se o método para se obter a equação de Boussinesq usada nessa dissertação, assim como suas variáveis e metodologias aplicadas para a obtenção das mesmas.

No Apêndice A comenta-se sobre as várias equações denominadas na literatura como de Boussinesq.

### 2.2. EQUAÇÃO DE BOUSSINESQ

Neste item são abrangidos os temas referentes à equação de Boussinesq, sua obtenção e utilização neste trabalho. Será demonstrado como se obteve a equação, explanando a utilização da Lei de Darcy e Lei da Conservação de Massa, bem como as variáveis envolvidas.

A equação Boussinesq tem algumas particularidades, podendo ser escrita de diversas maneiras, dependendo do tipo do aquífero e das condições adotados para ele. Neste estudo faz-se uso da equação de Boussinesq não linearizada. Considerando um processo não-estacionário e unidimensional, a equação pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k}{f} \left[ \cos \theta \frac{\partial}{\partial x} \left( h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \operatorname{sen} \theta \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{N_0}{f}, \quad (2.1)$$

sendo  $N_0$  [L/T] a constante de recarga que varia com o tempo,  $f$  [adimensional] a porosidade,  $k$  [L/T] a condutividade hidráulica,  $h$  [L] a altura do nível de água no aquífero, perpendicular a linha impermeável do aquífero,  $x$  [L] a coordenada paralela a

linha impermeável,  $t$  [T] o tempo e  $\theta$  [radianos] o ângulo de inclinação do aquífero.

A Equação da Continuidade é derivada da Lei de Conservação de Massa aplicada para escoamento de fluidos (ROBERSON & CROWE, 1990) e mostra que uma massa de água não pode ser criada, nem destruída, apenas transportada de um lugar para outro ou armazenada (FEITOSA & MANOEL FILHO, 2000), resultando na seguinte equação:

$$M_e + M_g - M_s = M_x, \quad (2.2)$$

sendo  $M_e$  a massa de entrada [M/T],  $M_g$  a massa gerada [M/T],  $M_s$  a massa de saída [M/T], e  $M_x$  a massa do sistema [M/T]. O valor da massa é dado por:

$$M = \sum \rho v A, \quad (2.3)$$

onde  $\rho$  é a densidade do fluido [M/L<sup>3</sup>],  $v$  a velocidade [L/T] e  $A$  a área da seção [L<sup>2</sup>].

Então fica:

$$M_e = \rho v h b + \rho N \Delta x b, \quad (2.4)$$

$$M_g = 0, \quad (2.5)$$

$$M_s = \rho v h b + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v h b) \Delta x, \quad (2.6)$$

$$M_x = \frac{\partial}{\partial t} (\rho h b f \Delta x). \quad (2.7)$$

Nestas equações  $N$  representa a constante de recarga [L/T],  $h$  a altura do nível de água, perpendicular a linha impermeável do aquífero [L],  $b$  a largura do aquífero [L],  $\Delta x$  a variação no comprimento [L],  $x$  a coordenada paralela ao nível impermeável do aquífero [L],  $f$  a porosidade [adimensional] e  $t$  o tempo [T]. A massa gerada neste caso é nula porque não há geração de água dentro do aquífero, somente a massa que já existe e a que entra por infiltração. A velocidade  $v$  é dada pela Lei de Darcy.

Henry Darcy, engenheiro hidráulico francês, investigou o escoamento da

água através de leitos horizontais de areia a serem utilizados para a filtração de água (TOOD, 1959). Segundo Darcy pode-se afirmar que o fluxo através de um meio poroso é proporcional à perda de carga e inversamente proporcional ao comprimento do caminho de fluxo. Essa afirmação ficou conhecida como a Lei de Darcy. Essa lei é válida somente em escoamentos laminares, onde as velocidades são relativamente baixas, que é o caso de aquíferos em que a água percola lentamente pelos poros.

A generalização da Lei de Darcy para escoamento unidimensional fica representada por:

$$v = -k \frac{\partial H}{\partial x}, \quad (2.8)$$

onde  $k$  é a condutividade hidráulica [L/T], e  $H$  a coordenada perpendicular à horizontal.

Observando-se a figura 2.1, pode-se deduzir que:

$$H = h \cos \theta + x \operatorname{sen} \theta. \quad (2.9)$$

Logo:

$$v = -k(h \cos \theta + x \operatorname{sen} \theta). \quad (2.10)$$

Substituindo-se as equações (2.5), (2.6) e (2.7) na equação (2.2) chega-se a:

$$N - \frac{\partial}{\partial x}(vh) = \frac{\partial}{\partial t}(hf). \quad (2.11)$$

Através das equações (2.10) e (2.11), temos:

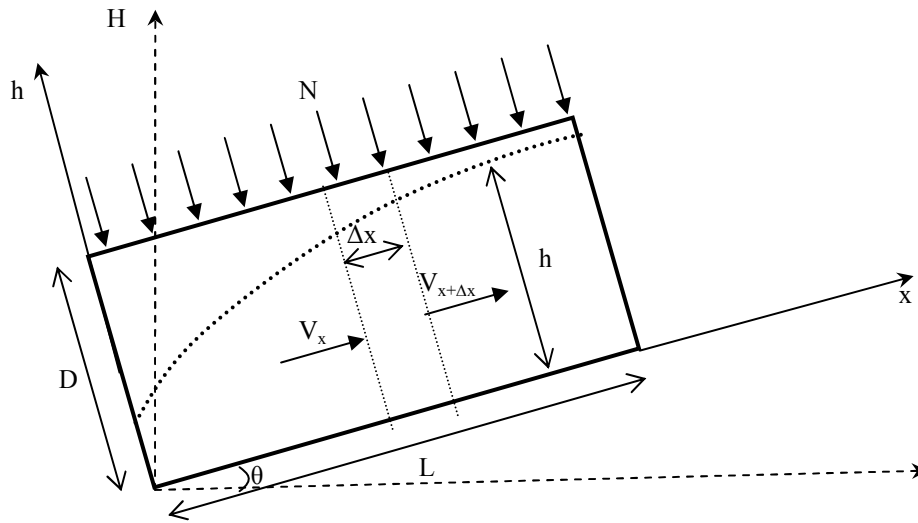
$$N - \frac{\partial}{\partial x}[-kh(h \cos \theta + x \operatorname{sen} \theta)] = \frac{\partial}{\partial t}(hf). \quad (2.12)$$

Com isso chega-se a Equação de Boussinesq mostrada anteriormente:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k}{f} \left[ \cos \theta \frac{\partial}{\partial x} \left( h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \operatorname{sen} \theta \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{N_0}{f}, \quad (2.13)$$

equação básica no desenvolvimento desse estudo.

FIGURA 2.1 – ESQUEMA DOS PARÂMETROS USADOS NA EQUAÇÃO DE BOUSSINESQ E SUA DEDUÇÃO.



### 2.3. CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA

A condutividade hidráulica leva em conta as características do meio, porosidade, tamanho, distribuição, forma e arranjo das partículas, assim como as características do fluido que está escoando (FEITOSA & MANOEL FILHO, 2000), e pode ser expressa da seguinte forma:

$$k = \frac{p\rho g}{\mu} \quad (2.14)$$

Onde  $p$  é a permeabilidade intrínseca do meio poroso [ $L^2$ ],  $\rho$  é a massa específica [ $M/L^3$ ],  $g$  a aceleração da gravidade [ $L/T^2$ ] e  $\mu$  a viscosidade [ $M/LT$ ].

Ao se perfurar poços, alguns dados são coletados, entre eles os níveis dinâmico e estático, litologia, diâmetro do poço e vazão. Em casos especiais esses poços continuam sendo monitorados constantemente, onde se observa o nível dinâmico e a vazão que eles fornecem. Esses dados podem ser utilizados para se obter a condutividade hidráulica. TOOD (1959) descreve a equação do fluxo radial permanente em aquíferos não confinados que faz uso da condutividade hidráulica. Esta

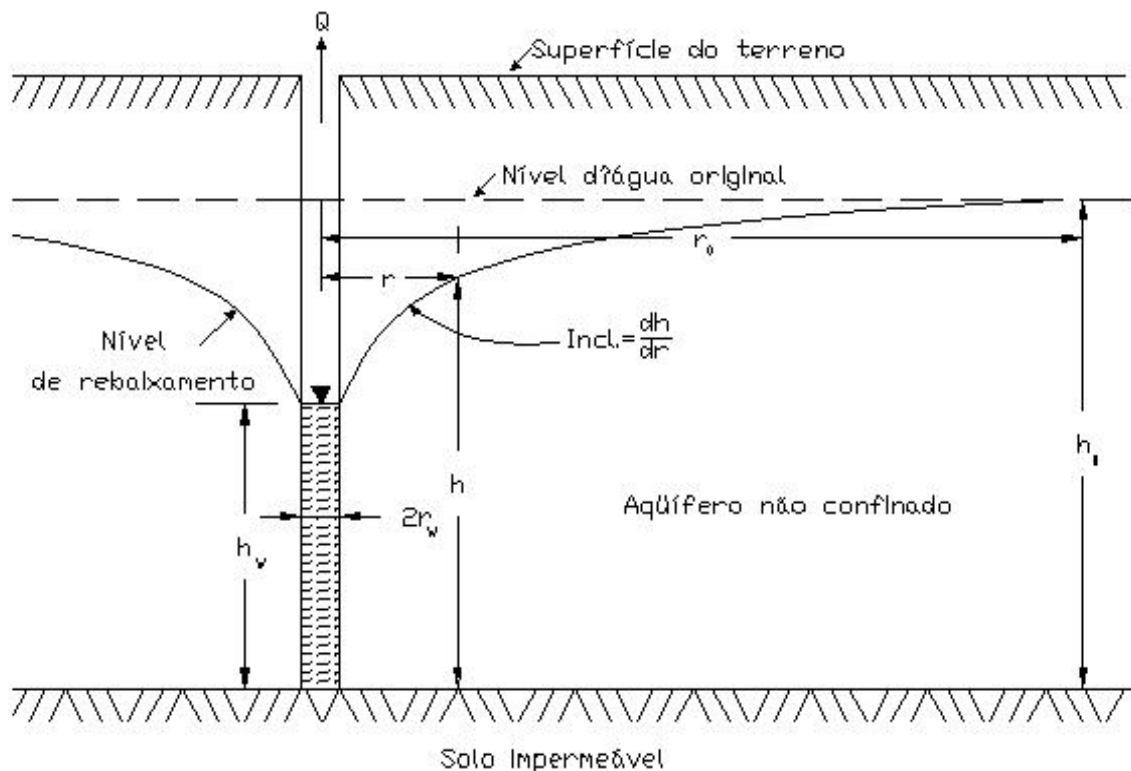
equação foi deduzida com o auxílio da hipótese de Dupuit. Um poço cuja base vai até a linha horizontal impermeável do aquífero, como apresentado na figura 2.2, tem uma vazão que pode ser descrita como:

$$Q = 2\pi r k h \frac{dh}{dr}, \quad (2.15)$$

que integrada nos limites  $h=h_w$  e  $r=r_w$  e  $h=h_0$  e  $r=r_0$  resulta:

$$Q = \pi k \frac{h_0^2 - h_w^2}{\ln\left(\frac{r_0}{r_w}\right)}. \quad (2.16)$$

FIGURA 2.2 – FLUXO RADIAL PARA POÇO EM AQUÍFERO NÃO CONFINADO. In: TOOD, 1959, p. 80.



Através da equação (2.16) é possível obter-se o valor da condutividade hidráulica quando o valor da vazão de saída no poço é conhecido. Explicitando-se  $k$ , resulta:



$$k = \frac{Q}{\pi} \frac{\ln\left(\frac{r_0}{r_w}\right)}{h_0^2 - h_w^2}. \quad (2.17)$$

Os valores de  $Q$  [ $L^3/T$ ],  $h_0$  [L],  $h_w$  [L] e  $r_w$  [L] são obtidos através de um Boletim de Avaliação e Características Técnicas de Poços que foram fornecidos pela SANEPAR (2005). O raio de influência  $r_0$  [L] é arbitrado, o que não influencia neste trabalho, já que a vazão tem pequena variação para uma grande mudança no valor de  $r_0$ . O intervalo sugerido é de 152 a 304 metros (TOOD, 1959).

Outro modo de se obter o valor da condutividade hidráulica é através de tabelas obtidas na literatura em função dos tipos de materiais que constituem o solo. Caso exista uma análise litológica do local onde se encontra o poço, é possível a utilização de dados das tabelas. Na tabela 2.1 apresentada por FEITOSA & MANOEL FILHO (2000), a condutividade hidráulica está em função do tipo de material existente no solo. Através das informações litológicas da região é possível chegar a um valor aproximado de  $k$ , já que para cada material existe uma faixa de valores de condutividade hidráulica apresentados na tabela 2.1.

TABELA 2.1 – FAIXA DE VALORES DE CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA PARA VÁRIOS MATERIAIS NÃO CONSOLIDADOS. In: FEITOSA & MANOEL FILHO, 2000, p. 42.

| Material                  | Condutividade Hidráulica (cm/s) |
|---------------------------|---------------------------------|
| Argila                    | $10^{-9} - 10^{-6}$             |
| Silte; Silte arenoso      | $10^{-6} - 10^{-4}$             |
| Areia Argilosa            | $10^{-6} - 10^{-4}$             |
| Areia siltosa; Areia fina | $10^{-5} - 10^{-3}$             |
| Areia bem distribuída     | $10^{-3} - 10^{-1}$             |
| Cascalho bem distribuído  | $10^{-2} - 10^0$                |

Neste trabalho foi utilizada a equação de fluxo para se obter um resultado mais preciso e a tabela 2.1 para comparação de resultados nos locais onde existem as informações sobre litologia.

## 2.4. POROSIDADE

A porosidade de um solo pode ser definida simplesmente como a relação entre o volume de vazios  $V_v$  e o volume total  $V$ , expressa por:

$$\eta = \frac{V_v}{V}. \quad (2.18)$$

Define-se também a porosidade efetiva, muito utilizada na hidrogeologia. Este parâmetro é conhecido como a quantidade de água fornecida por um material poroso saturado dividido pelo volume total do material (FEITOSA & MANOEL FILHO, 2000). A porosidade efetiva é expressa como:

$$f = \frac{V_D}{V}, \quad (2.19)$$

sendo  $f$  a porosidade efetiva e  $V_D$  o volume de água drenada por gravidade.

A porosidade efetiva neste trabalho foi obtida utilizando a equação de Biecinski (VASCONCELOS, 2005) e através de uma tabela que relaciona a litologia do lugar com a porosidade efetiva.

A equação de Biecinski é representada por:

$$f = 0,117\sqrt[3]{k}. \quad (2.20)$$

Para a equação (2.20), a condutividade hidráulica  $k$  deve ser expressa em m/dia.

Através de todos esses métodos podem ser realizadas comparações. A tabela 2.2, retirada de FEITOSA & MANOEL FILHO (2000), ajuda na comparação dos valores para a litologia de cada local. Para complementar os valores da porosidade efetiva obtida pela tabela 2.2, utilizaremos os valores da condutividade hidráulica que comparado com a tabela 2.1 confirma a litologia aproximada do solo. Com os resultados obtidos com a equação (2.20) e os valores da tabela 2.2 pode-se chegar num valor com precisão maior. Com isso, tem-se uma maior segurança nos valores

adotados da porosidade efetiva, já que os valores da condutividade hidráulica vieram de dados existentes na região.

TABELA 2.2 – POROSIDADE EFETIVA PARA DIFERENTES MATERIAIS. In: FEITOSA & MANOEL FILHO, 2000, p. 375.

|                    |             |
|--------------------|-------------|
| Argila             | 0 – 0.05    |
| Argila arenosa     | 0.03 – 0.12 |
| Silte              | 0.03 – 0.19 |
| Areia fina         | 0.10 – 0.28 |
| Areia média        | 0.15 – 0.32 |
| Areia grossa       | 0.20 – 0.35 |
| Areia com cascalho | 0.20 – 0.35 |
| Cascalho fino      | 0.21 – 0.35 |
| Cascalho médio     | 0.13 – 0.26 |
| Cascalho grosso    | 0.12 – 0.26 |

## 2.5. CONSTANTE DE RECARGA

Para o cálculo da constante de recarga é necessário o valor do coeficiente de escoamento superficial. Esse valor é variável em toda a extensão da área analisada. A recarga é definida por:

$$N_j = (1 - C_j)P_j, \quad (2.21)$$

onde  $N_j$  é a constante de recarga,  $C_j$  o coeficiente de escoamento superficial e  $P_j$  é a precipitação de 12 horas de duração média da bacia, para um dado instante  $j$ .

A princípio, pensou-se em retirar o valor do coeficiente de escoamento superficial de uma tabela existente na bibliografia, correspondente a região estudada, porém esses valores são difusos, tornando difícil adotar um valor “preciso”, como se pode observar na tabela 2.3. Para cada estação pluviométrica seria adotado um valor de coeficiente dependendo do tipo de uso e ocupação do solo.

TABELA 2.3 – VALORES DE COEFICIENTE DE ESCOAMENTO SUPERFICIAL POR TIPO DE REGIÃO.

| Coeficiente de escoamento superficial | Tipo da região                   |
|---------------------------------------|----------------------------------|
| < 0,010                               | Mata, reflorestamento e várzeas. |
| 0,010 – 0,030                         | Campos / Capoeiras.              |
| 0,030 – 0,200                         | Agricultura com maior proteção.  |
| > 0,200                               | Agricultura com menor proteção.  |

Em CEHPAR (1980), para se avaliar o coeficiente de escoamento superficial foi utilizado o critério de Fantolli, que será adotado nesse estudo. Por esse critério tem-se:

$$C_j = a(I_j - A)^{1/3} \text{ para } I_j > A \quad (2.22)$$

e

$$C_j = 0 \text{ para } I_j \leq A. \quad (2.23)$$

Onde:

$$I_j = P_j + pP_{j-1} + p^2P_{j-2} + \dots = P_j + pI_{j-1}, \quad (2.24)$$

e  $a$ ,  $A$  e  $p$  são parâmetros regionais.

Como se pode observar, o coeficiente de escoamento superficial depende das precipitações anteriores, através do índice de precipitação antecedente  $I_j$  e das abstrações iniciais da precipitação  $A$ . As abstrações iniciais correspondem às perdas por interceptação, armazenagem em depressões entre outros. Existem ainda os parâmetros  $a$  e  $p$ . Esses parâmetros foram estimados para a região do médio Iguaçu em CEHPAR (1980) utilizando enchentes observadas em várias sub-bacias, para obtenção de valores únicos aplicáveis a toda a região:  $a=0,106$  (unidade implícita);  $p=0,80$  (adimensional) e  $A=30$  mm, sendo  $I_j$  também em milímetros.

O critério original de Fantolli considera o coeficiente de escoamento superficial como sendo:

$$C_j = aP_j^{1/3}. \quad (2.25)$$

Esse critério leva em conta apenas um parâmetro, não levando em conta o estado de umidade da bacia antecedente à precipitação.

O parâmetro  $p$  na literatura americana tem sido usado com valores superiores a 0,9, porém adotou-se o valor 0,8 como uma forma conservadora.

Os valores do coeficiente de escoamento superficial são obtidos para cada estação pluviométrica e em seguida aplica-se a equação (2.21). Com isso pode-se calcular a constante de recarga no instante  $j$  em cada estação.

Para o cálculo da recarga média necessita-se definir a precipitação média na bacia hidrográfica. Através do estudo realizado por KAVISKI (1992), a série de precipitação média de duas leituras diárias é determinada empregando-se o método de interpolação conhecido como interpolação pelo inverso do quadrado da distância, onde o valor estimado  $h_0$  de uma grandeza  $h$  para um ponto com coordenadas  $(x_0, y_0)$  é calculado em função das distâncias do ponto aos demais pontos com dados observados, com coordenadas  $(x_j, y_j), j = 1, \dots, n$ :

$$h_0 = \sum_{j=1}^n w_j h_j, \quad (2.26)$$

onde  $w_j$  é o peso atribuído a cada valor observado, calculado por:

$$w_j = \frac{1/d_{0j}^2}{\sum_{i=1}^n 1/d_{0i}^2}, \quad (2.27)$$

onde  $d_{0j}$  é a distância entre os pontos com coordenadas  $(x_0, y_0)$  e  $(x_j, y_j)$ :

$$d_{0j} = \sqrt{(x_0 - x_j)^2 + (y_0 - y_j)^2}. \quad (2.28)$$

As coordenadas  $x$  e  $y$  utilizadas no cálculo são, respectivamente, a longitude e latitude dos pontos.

Para o cálculo da precipitação média em um instante  $t$  qualquer, são pesquisados os  $n$  locais com dados observados naquele instante, e, através de um

algoritmo apropriado (fundamentado no conhecimento das coordenadas do contorno da bacia hidrográfica), são realizadas  $m$  estimativas uniformemente distribuídas na área da bacia, onde  $m$  representa o número de *pixels*, de  $1\text{km}^2$ , com centro geométrico contido internamente ao contorno da bacia. O valor da precipitação média na bacia no instante  $t$  é estimado pela média dos valores calculados:

$$\bar{h}_t = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m h_j \quad (2.29)$$

No Apêndice B apresenta-se a listagem do programa desenvolvido para aplicação deste método.

### 3. SOLUÇÃO NUMÉRICA

#### 3.1. GERAL

Neste capítulo apresenta-se o método numérico adotado para solucionar a equação de Boussinesq. O método numérico é validado através da solução de um exemplo numérico, comprovando-se a eficácia do mesmo.

#### 3.2. MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

##### 3.2.1. Introdução

Algumas técnicas matemáticas utilizadas na solução de problemas têm na sua essência a solução de uma equação diferencial, como acontece nesse estudo. Para a resolução da equação de Boussinesq não linearizada, foi utilizado o Método das Diferenças Finitas. Esse método oferece uma condição de estabilidade melhor que outros métodos, porém requer muito mais trabalho para se obter um resultado específico. O método consiste em resolver problemas com valores de contorno, repassando as derivadas da equação diferencial para uma aproximação apropriada de diferença/quociente (BURDEN, 1997). Dentro deste método existe o esquema implícito e o explícito. Neste estudo foi utilizado o esquema explícito, onde são usadas três variáveis conhecidas para se obter uma variável desconhecida.

O esquema explícito pode convergir para o resultado da equação diferencial, tendo muitos problemas de instabilidade, dependendo da magnitude dos intervalos adotados, tornando obrigatório um cuidado com a estabilidade do esquema. O esquema implícito, ao contrário do explícito, é considerado incondicionalmente estável.

### 3.2.2. Esquema de diferenças finitas explícito.

A base de todos os métodos de diferenças finitas é a série de Taylor, para equações diferenciais ordinárias e parciais e de qualquer ordem.

Nos métodos de diferenças finitas leva-se em consideração a variação da função  $f(x)$  com a variável independente  $x$ . Assume-se que o valor da função  $f(x_0)$  em  $x_0$  é conhecido. Pela expansão da série de Taylor, a função  $f(x_0 + \Delta x)$  pode ser escrita como:

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0)\Delta x + f''(x_0)\frac{\Delta x^2}{2!} + O(\Delta x)^3. \quad (3.1)$$

Onde a primeira derivada correspondente a  $x$  é  $f'(x_0) = dy/dx$ ,  $x = x_0$ , e  $O(\Delta x)^3$  indica termos de terceira e ordens superiores de  $\Delta x$ .

Da mesma forma  $f(x_0 - \Delta x)$  pode ser escrita como:

$$f(x_0 - \Delta x) = f(x_0) - f'(x_0)\Delta x + f''(x_0)\frac{\Delta x^2}{2!} + O(\Delta x)^3. \quad (3.2)$$

Operando-se com as equações (3.1) e (3.2) (CHAUDHRY, 1993), resultam as seguintes aproximações:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}, \quad (3.3)$$

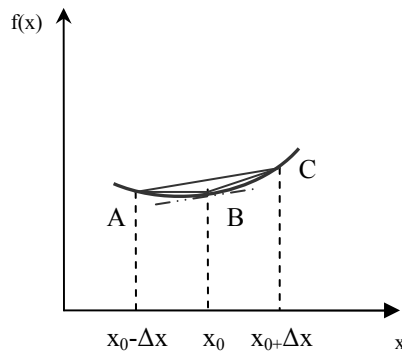
$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} = \frac{f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}. \quad (3.4)$$

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x}. \quad (3.5)$$

As expressões (3.3) e (3.4) são denominadas de aproximação por diferenças finitas não centradas e a expressão (3.5) é chamada de aproximação por diferenças finitas central. A figura 3.1 mostra a representação geométrica das equações (3.3), (3.4) e (3.5).

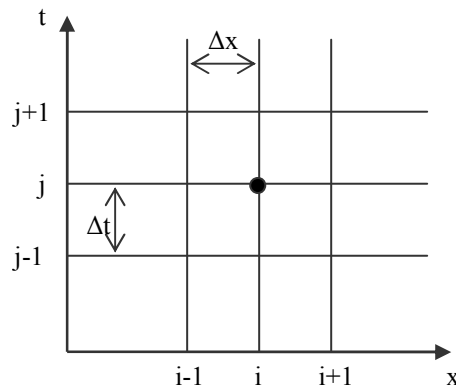


FIGURA 3.1 – APROXIMAÇÃO POR DIFERENÇAS FINITAS. In: CHAUDHRY, 1993, p. 311.



Considerando-se uma função  $f(x,t)$ , sendo  $x$  e  $t$  duas variáveis independentes, representando o plano  $x-t$  que está dividido em grade como na figura 3.2. O intervalo no eixo  $x$  é representado por  $\Delta x$  e o intervalo no eixo  $t$  é representado por  $\Delta t$ . Na representação chama-se  $i \Delta x$  de  $i$  e  $(i+1) \Delta x$  de  $i+1$ . Para o tempo a notação é semelhante,  $j \Delta t$  de  $j$  e  $(j+1) \Delta t$  de  $j+1$ .

FIGURA 3.2 – REPRESENTAÇÃO DE GRADE EM DIFERENÇAS FINITAS.



Na figura 3.2 considera-se  $j$  como nível de tempo conhecido e  $j+1$  como desconhecido. Algumas aproximações por diferenças finitas para a derivada parcial espacial,  $\partial f / \partial x$ , no ponto  $(i,j)$  para o esquema explícito são:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_i^j - f_{i-1}^j}{\Delta x}, \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1}^j - f_i^j}{\Delta x}, \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1}^j - f_{i-1}^j}{2\Delta x}. \quad (3.8)$$

As diferenças de primeira ordem no tempo são:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f_i^j - f_i^{j-1}}{\Delta t}, \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f_i^{j+1} - f_i^j}{\Delta t}, \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f_i^{j+1} - f_i^{j-1}}{2\Delta t}. \quad (3.11)$$

Tem-se ainda:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( f \frac{\partial f}{\partial x} \right) = \frac{f_{i+1/2} (f_{i+1}^j - f_i^j) - f_{i-1/2} (f_i^j - f_{i-1}^j)}{\Delta x^2}, \quad (3.12)$$

onde:

$$f_{i+1/2} = \frac{f_{i+1}^j + f_i^j}{2}, \quad (3.13)$$

$$f_{i-1/2} = \frac{f_i^j + f_{i-1}^j}{2}. \quad (3.14)$$

A equação (2.1), através das equações (3.7), (3.10) e (3.12), fazendo as aproximações necessárias, apresenta-se como:

$$h_i^{j+1} = h_i^j + \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{k}{f} \left\{ \cos \theta \left[ \frac{\left( \frac{h_{i+1}^j + h_i^j}{2} \right) (h_{i+1}^j - h_i^j)}{\Delta x} \right] + \sin \theta (h_{i+1}^j - h_i^j) \right\} + \Delta t \frac{N_t}{f}. \quad (3.15)$$

### 3.2.3. Estabilidade do método

No método das diferenças finitas explícito é necessário que os valores de  $\Delta x$  e  $\Delta t$  satisfaçam a condição de estabilidade de Courant. Para tornar-se estável, é necessário que o erro introduzido na solução não cresça com o tempo de execução do programa, caso contrário a solução é instável e esconde em poucos intervalos de tempo a solução verdadeira (ROBERSON *et al.*, 1997).

Em BURDEN (1997), a condição de estabilidade é avaliada para o esquema estudado através da equação diferencial parcial parabólica linear. Como a equação estudada nesta dissertação é não linear torna-se difícil chegar à condição de estabilidade. A equação (2.1) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k}{f} \left[ h \cos \theta \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \cos \theta \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \sin \theta \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{N_0}{f}. \quad (3.16)$$

Aproxima-se a equação diferencial (3.16) pela equação:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \alpha^2 \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}. \quad (3.17)$$

Verificando-se as correlações existentes entre os coeficientes envolvidos nas equações (3.16) e (3.17), chega-se a:

$$\alpha^2 = \frac{kh \cos \theta}{f}. \quad (3.18)$$

Para esse estudo foi considerado um valor de  $h$  como sendo  $h_{m\acute{a}x}$  e  $\cos \theta = 1$ .

Com isso obtém-se o maior valor possível de  $\alpha$ . Então:

$$\alpha^2 = \frac{kh_{máx}}{f}. \quad (3.19)$$

BURDEN (1997) mostra que a condição de estabilidade acontece quando:

$$\alpha^2 \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{2}. \quad (3.20)$$

Logo:

$$\frac{\Delta t}{\Delta x^2} \leq \frac{f}{2hk \cos \theta}. \quad (3.21)$$

Com as mesmas condições apresentadas anteriormente, temos:

$$\Delta t \leq \frac{f}{2h_{máx}k} \Delta x^2. \quad (3.22)$$

As verificações serão feitas para alguns valores apresentados.

### 3.3. VALIDAÇÃO DO ESQUEMA NUMÉRICO

#### 3.3.1. Introdução

O objetivo desta aplicação foi demonstrar que o método proposto neste trabalho fornece soluções muito próximas da solução apresentada por PAUWELS *et al.*(2002), obtidas através de métodos diferentes. Serão realizadas comparações entre os resultados, porém sem entrar no mérito do trabalho desenvolvido por PAUWELS *et al.*(2002).

#### 3.3.2. Problema analisado

Em PAUWELS *et al.*(2002) foi proposto um problema com a finalidade validar os resultados obtidos através da solução analítica da equação de Boussinesq

linearizada. Neste estudo é utilizado o problema proposto por PAUWELS *et al.*(2002) para se comparar os resultados obtidos através da equação de Boussinesq linearizada e os obtidos por meio do Método das Diferenças Finitas utilizando a equação de Boussinesq não linearizada.

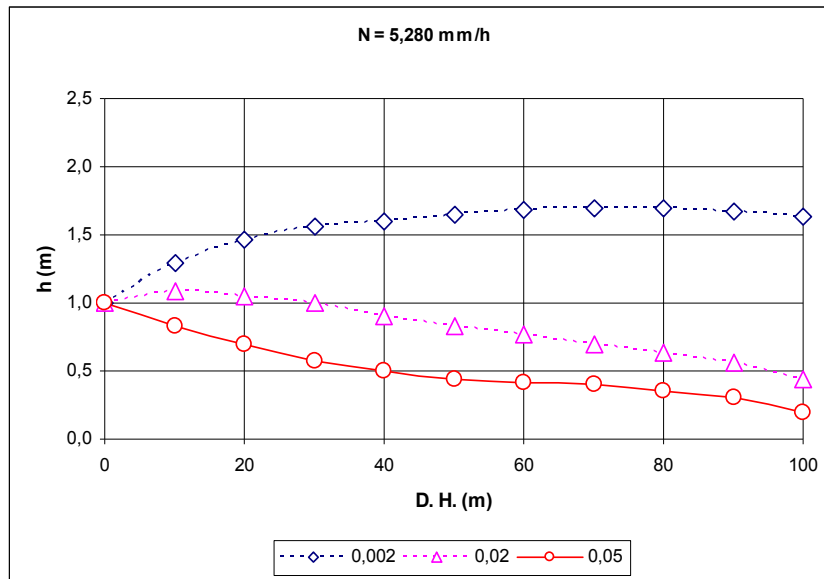
O problema propõe uma série sintética de tempo de recarga aplicada a um aquífero com os seguintes parâmetros: altura do aquífero  $D=1.5\text{m}$ ; condutividade hidráulica  $k=0.0008\text{ m/s}$ ; comprimento  $L=100\text{ m}$ ; e porosidade  $f=0.34$ . Foram analisados para três inclinações diferentes do aquífero:  $\theta=0.005$ ;  $0.02$  e  $0.5$  radianos. As condições iniciais foram as mesmas obtidas por PAUWELS *et al.*(2002) para um tempo de 20 horas e recarga  $N=5.28\text{ mm/h}$ , como mostra a tabela 3.1.

TABELA 3.1 – CONDIÇÕES INICIAIS ADOTADAS: T=20 H E N=5.28 MM/H.

| $\theta$ (rad) | D. H. (m) | 0    | 10   | 20   | 30   | 40   | 50   | 60   | 70   | 80   | 90   | 100  |
|----------------|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0,002          | h (m)     | 1,00 | 1,29 | 1,46 | 1,56 | 1,60 | 1,65 | 1,68 | 1,69 | 1,70 | 1,67 | 1,64 |
| 0,02           |           | 1,00 | 1,09 | 1,05 | 1,00 | 0,90 | 0,83 | 0,77 | 0,70 | 0,64 | 0,56 | 0,44 |
| 0,05           |           | 1,00 | 0,83 | 0,69 | 0,57 | 0,50 | 0,44 | 0,42 | 0,40 | 0,35 | 0,30 | 0,20 |

As condições iniciais adotadas por PAUWELS *et al.* (2002) foram a solução da equação de Boussinesq linearizada para um estado estacionário a uma taxa de recarga de  $3\text{ mm/h}$ , onde foi obtido após um tempo de 20 horas as condições apresentadas na tabela 3.1.

FIGURA 3.3 – NÍVEL DE ÁGUA NO AQUÍFERO AO FINAL DO EVENTO DE RECARGA. In: PAUWELS *et al*, 2002, p. 8.



A figura 3.3 é uma representação gráfica das condições iniciais adotadas na solução do exemplo numérico.

### 3.3.3. Solução do problema

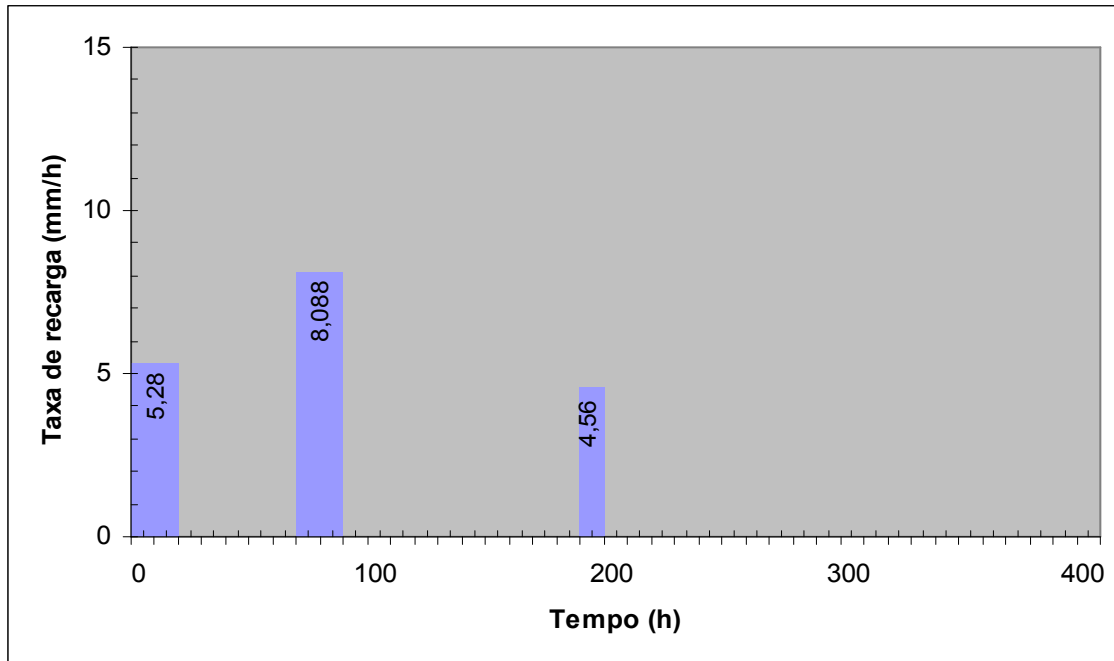
Para solucionar esse exemplo foi utilizado o método demonstrado anteriormente, com a equação de Boussinesq não linearizada aproximada por um esquema de diferenças finitas e representada na equação (3.15).

A equação 3.15 fornece o nível de água  $h_i^{j+1}$  no aquífero para um ponto  $i\Delta x$  no instante  $(j+1)\Delta t$ , sendo  $i$  incrementado por  $\Delta x$  e  $j$  por  $\Delta t$ . Os valores adotados foram:  $\Delta x = 0,5$  e  $\Delta t = 0,1$ . Esses valores foram adotados de forma que os resultados não variassem muito caso os incrementos fossem modificados e justifica-se a condição de estabilidade. Testes com outros valores de  $\Delta x$  e  $\Delta t$  foram feitos e comprovou-se que valores muito menores não alteram significativamente os resultados finais. Para reduzir o tempo de processamento do programa adotaram-se os valores citados no início deste parágrafo.

A linguagem de programação utilizada para desenvolver o programa foi Turbo Pascal 7.0. A listagem do programa encontra-se no Apêndice C.

Neste exemplo, as variáveis que mudam durante o tempo são  $\theta$  e  $N$ . A recarga varia de acordo com a figura 3.4 abaixo.

FIGURA 3.4 – RECARGA ENTRANDO NO AQÜÍFERO.



FONTES: PAUWELS et al .(2002)

#### 3.3.4. Resultados

Aplicando as condições descritas no item 3.3.3 no programa desenvolvido, chegou-se em resultados muito semelhantes aos apresentados por PAUWELS *et al* .(2002). Mesmo adotando-se condições iniciais diferentes das apresentadas por PAUWELS *et al* .(2002), comprovou-se a funcionalidade do programa desenvolvido.

A figura 3.5 apresenta os resultados da altura de água no aquífero quando  $\theta=0.002$  rad. Para todos os períodos de tempo analisados, os resultados são satisfatórios, com uma diferença mínima entre eles. Na figura 3.6, que mostra a altura de água para  $\theta=0.02$  rad, tem-se resultados semelhantes, com diferenças muito menores que os apresentados na figura 3.5. Para essa inclinação os resultados ficaram

muito próximos, mostrando a viabilidade do método. Analisando a figura 3.7 observa-se que para uma inclinação  $\theta=0.05$  rad, os resultados apresentam o mesmo comportamento demonstrado na figura 3.5, com pequena diferença entre os resultados de PAUWELS *et al.* (2002) e o Método das Diferenças Finitas.



FIGURA 3.5 – ALTURA DE AGUA NO AQUIFERO PARA  $\Theta=0.002$ . COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS DE PAUWELS *et al* (2002) E O MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS.

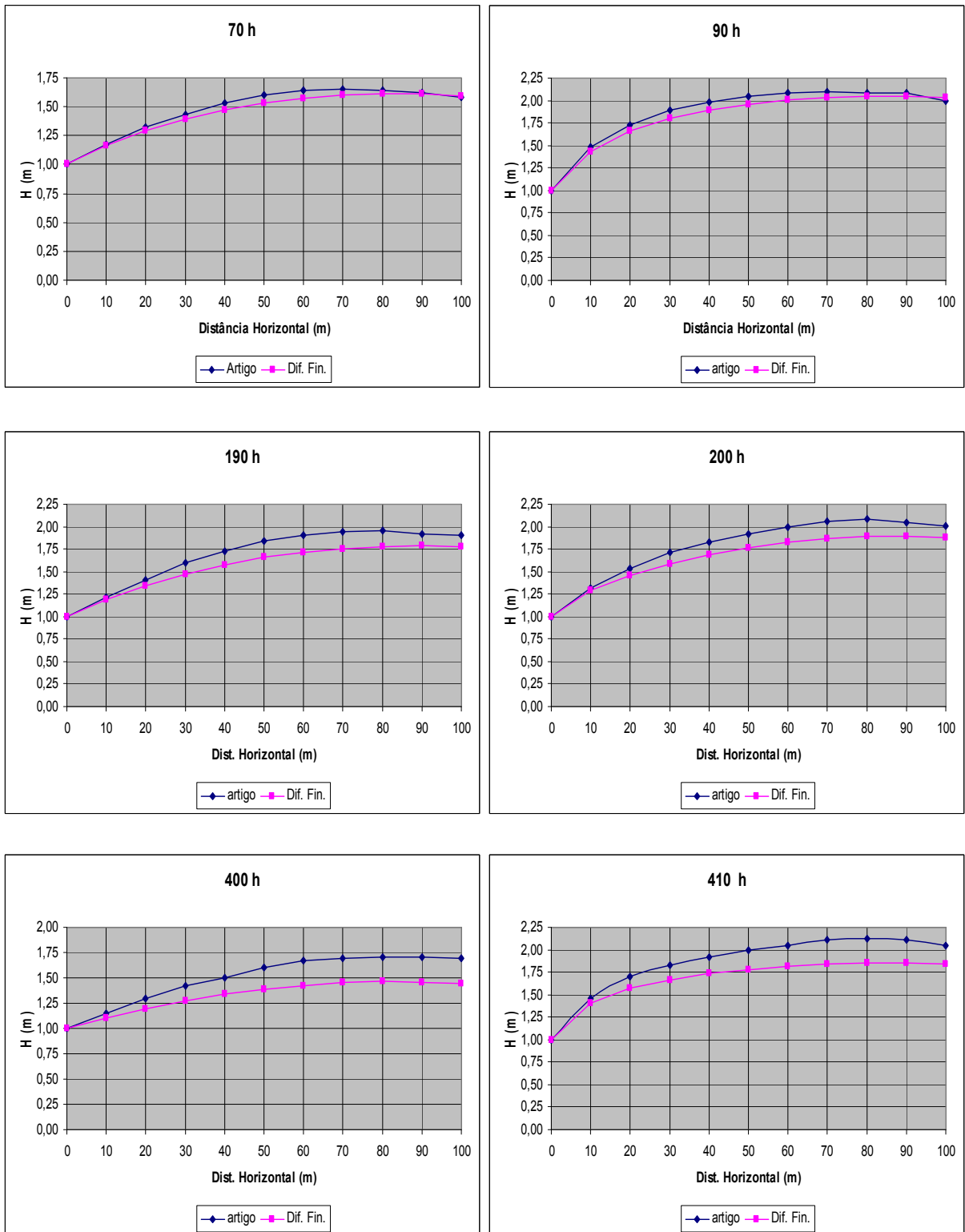


FIGURA 3.6 – ALTURA DE AGUA NO AQUIFERO PARA  $\Theta=0.02$ . COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS DE PAUWELS *et al* (2002) E O MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS.

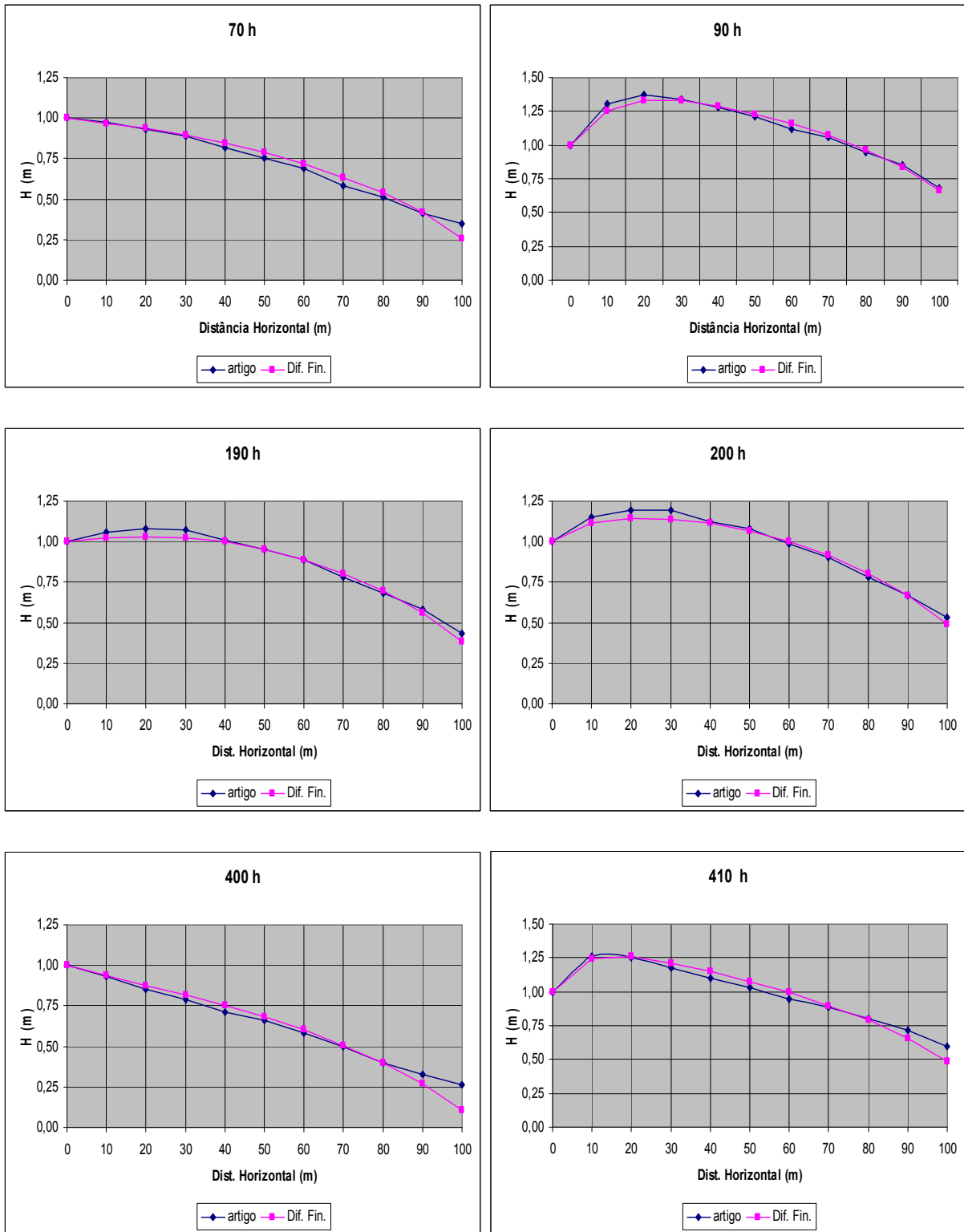
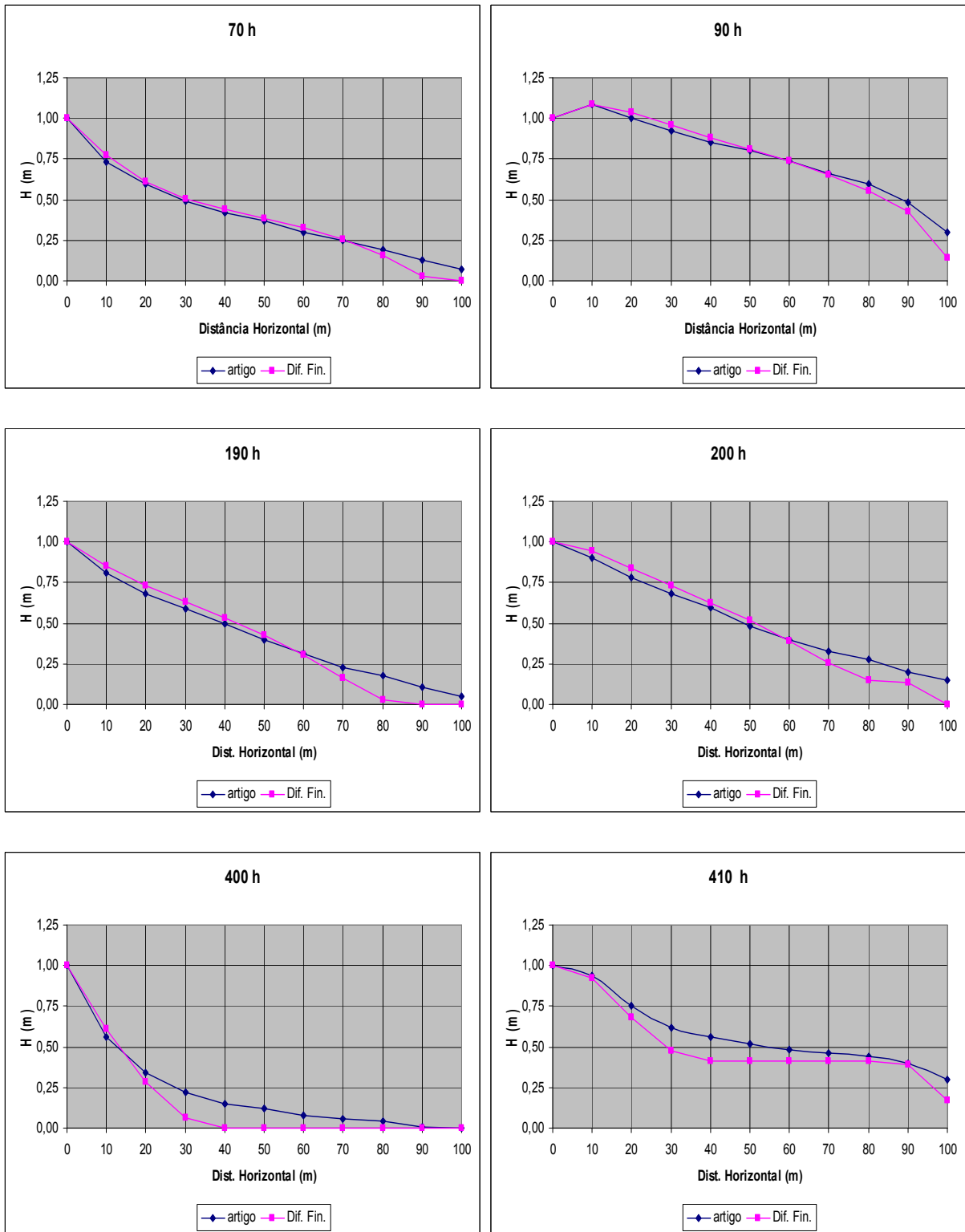


FIGURA 3.7 – ALTURA DE AGUA NO AQUIFERO PARA  $\Theta=0.05$ . COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS DE PAUWELS *et al* (2002) E O MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS.

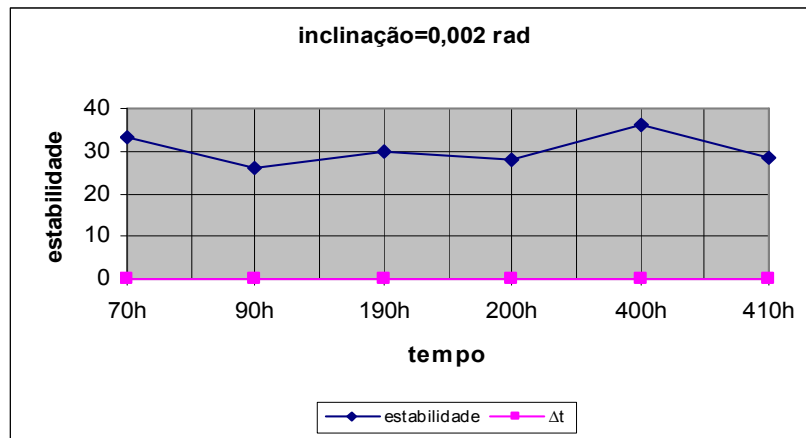
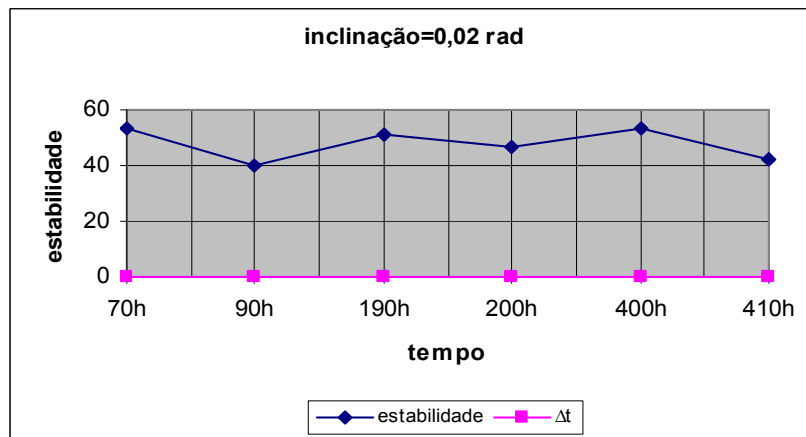
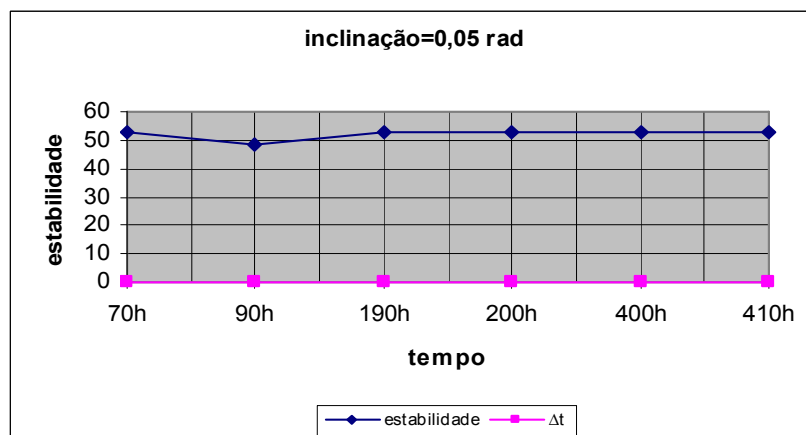


### 3.3.5. Verificação de estabilidade

Para a verificação de estabilidade do esquema numérico aplicaram-se as condições de Courant apresentadas na seção 3.2.3. Os valores de  $h_{máx}$  são os valores máximos correspondentes para cada intervalo de tempo e inclinação estudados. Os valores de condutividade hidráulica  $k$  e porosidade  $f$  são iguais a 0.0008 m/s e 0.34 respectivamente, e o valor de  $\cos\theta$  sempre será 1. Nas condições descritas, para  $\Delta x=0.5$ , aplicou-se a condição de Courant, resultando  $\Delta t=0.1$ .

Nas figuras (3.8) e (3.9) apresentam-se a verificação de estabilidade para o exemplo apresentado na seção 3.3.4.

As figuras 3.8, 3.9, 3.10, mostram a verificação de estabilidade do exemplo numérico para os resultados obtidos com o programa. Para fazer essa verificação selecionou-se o maior valor de  $h$  obtido em cada período de tempo analisado como sendo o  $h_{máx}$  e aplicou-se na equação (3.22), resultando valor de estabilidade apresentado nos gráficos. Fazendo a análise, observa-se que a condição de estabilidade é respeitada para todos os resultados obtidos, como mostram as figuras 3.8, 3.9, 3.10.

FIGURA 3.8 – VERIFICAÇÃO DE ESTABILIDADE PARA  $\Theta=0.002$ .FIGURA 3.9 – VERIFICAÇÃO DE ESTABILIDADE PARA  $\Theta=0.02$ .FIGURA 3.10 – VERIFICAÇÃO DE ESTABILIDADE PARA  $\Theta=0.05$ .

## 4. ESTUDO DE CASO

### 4.1. GERAL

Foi realizado um estudo de caso com o objetivo de analisar a viabilidade do uso do método pesquisado em aplicações práticas de engenharia hidrológica. Neste capítulo descreve-se o local do estudo e os meios usados para obtenção dos dados e parâmetros para a aplicação do método. Os meios utilizados para estimação dos parâmetros e o método analisado foram apresentados no capítulo 2. Com esta aplicação pretende-se estimar a vazão de base em períodos de estiagem num trecho da bacia do Rio Ivaí.

### 4.2. LOCAL DE ESTUDO

O local escolhido para aplicação do método analisado situa-se na região noroeste do Estado do Paraná entre as coordenadas  $-53^{\circ}27'$  e  $-52^{\circ}17'$  de longitude e  $-22^{\circ}52'$  e  $-23^{\circ}56'$  de latitude, na bacia hidrográfica do Rio Ivaí sobre o aquífero Caiuá. Foi selecionada uma bacia incremental que inicia na estação fluviométrica de Porto Paraíso do Norte (64685000) e termina na estação fluviométrica de Novo Porto Taquara (64693000), como mostrado na figura 4.1.

A bacia hidrográfica do Rio Ivaí tem uma área total de  $36.594 \text{ km}^2$ , onde  $6000 \text{ km}^2$  correspondem à bacia incremental de drenagem. O estudo não foi realizado em toda a bacia hidrográfica porque a bacia do Rio Ivaí encontra-se em parte sobre o aquífero Caiuá e parte sobre o aquífero Serra Geral Norte. As características físicas necessárias para que seja possível aplicar o método estão presentes no aquífero Caiuá, que são: condutividade hidráulica, porosidade, ângulo de inclinação e constante de recarga.

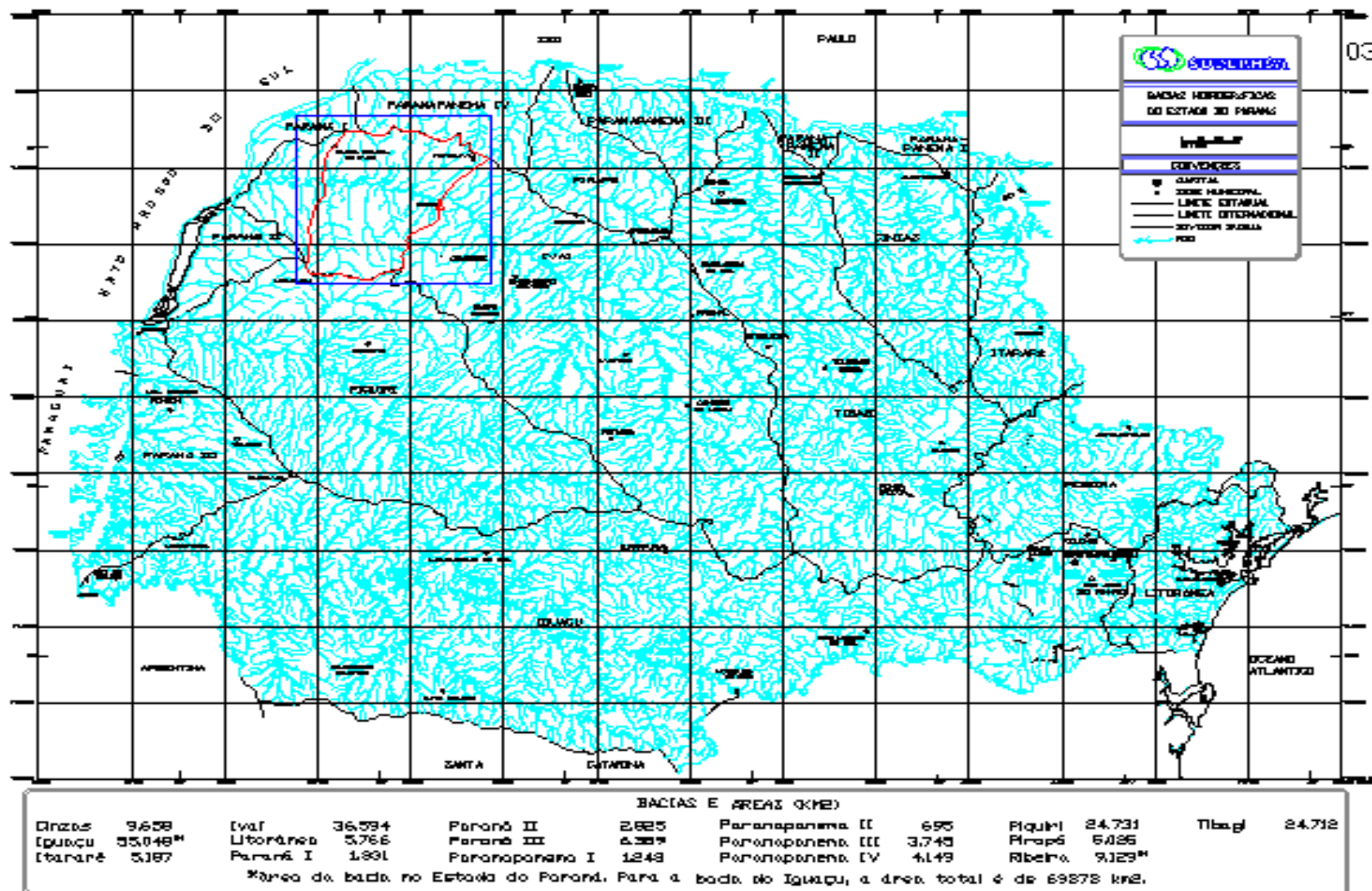
A bacia incremental selecionada, apresentada na figura 4.2, está em sua totalidade sob o aquífero Caiuá. Estão representados na figura os códigos dos poços existentes, as estações pluviométricas e fluviométricas, respectivamente.

O aquífero em estudo encontra-se localizado nas regiões norte e noroeste do Paraná, com litologias do Grupo Bauru, onde afloram as rochas sedimentares da Formação Caiuá, estando delimitado pelos rios Paraná, Paranapanema e Piquiri, respectivamente a oeste, norte e sul e pelo limite de ocorrência do Grupo acima a leste, perfazendo cerca de 24.000 km<sup>2</sup> (CELLIGOI & DUARTE, 2002).

CELLIGOI & DUARTE (2002) descreve o Aquífero Caiuá como um meio poroso constituído geologicamente pelas rochas sedimentares cretáceas pós-basálticas da Bacia Sedimentar do Paraná. No estado do Paraná, os depósitos sedimentares alcançam espessuras da ordem de 270 metros. Essas unidades sedimentares apresentam características litológicas relativamente homogêneas e podem ser classificados como aquíferos livres, condição necessária para aplicação do método analisado neste estudo. A região do baixo rio Ivaí apresenta relevo plano e seu nível freático é alto.

Na figura 4.3 são apresentadas as diversas unidades aquíferas do Estado do Paraná. A figura 4.4 mostra a localização mais precisa do aquífero Caiuá dentro do Estado do Paraná.

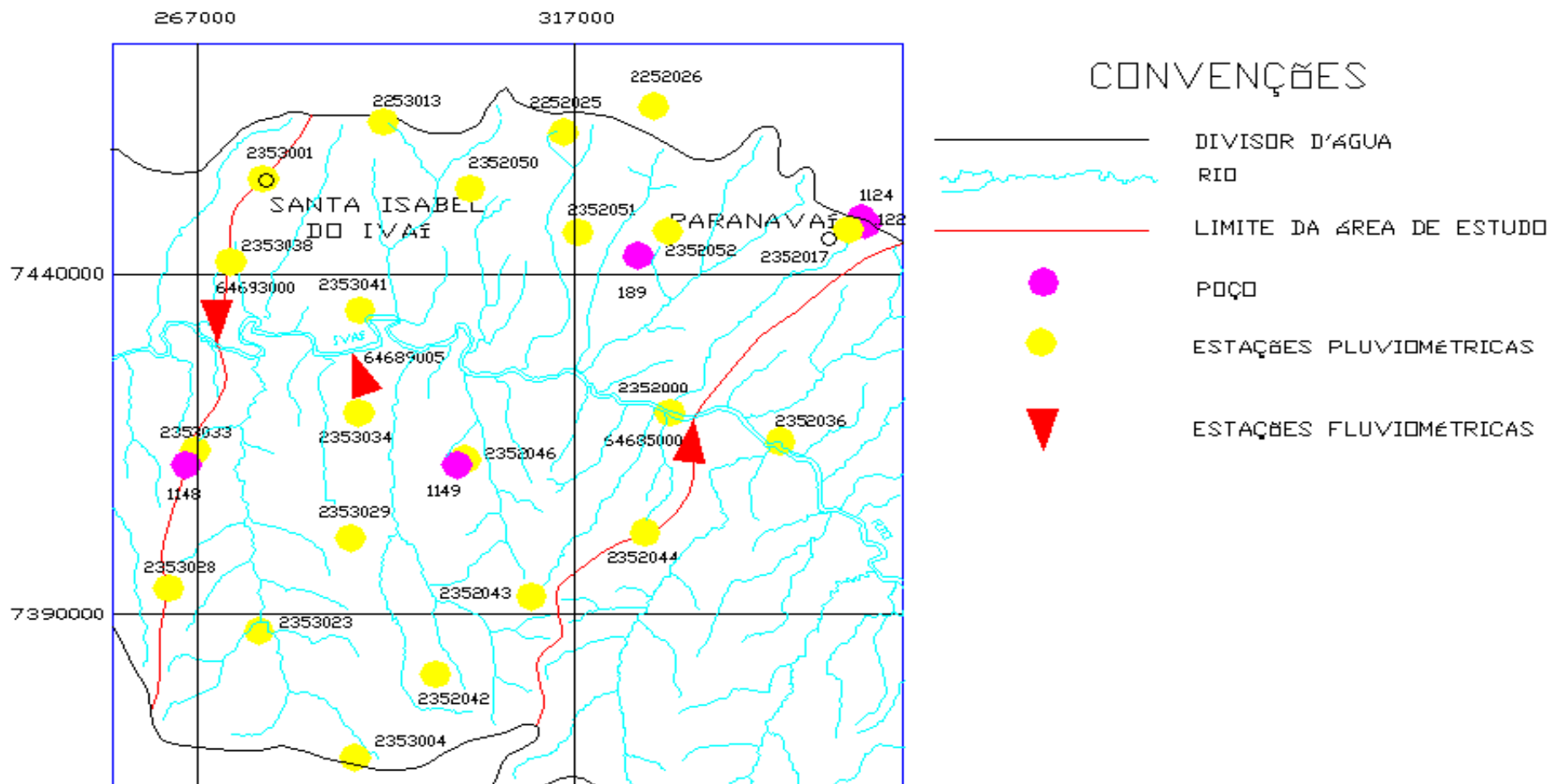
FIGURA 4.1 - BACIAS HIDROGRÁFICAS DO ESTADO DO PARANÁ .



FONTE: SUDERHSA (1998)



FIGURA 4.2 – BACIA INCREMENTAL COM CÓDIGO DAS ESTAÇÕES FLUVIOMÉTRICAS E DOS POÇOS SELECIONADOS.







### 4.3. ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS

Como em um projeto de engenharia hidrológica os dados e parâmetros necessários para aplicação do método analisado foram obtidos indiretamente, considerando-se que não existem dados fluviométricos observados.

Para aplicação do método analisado são necessários dados de poços, como vazão, nível dinâmico, nível estático, diâmetro do poço e profundidade e os seguintes parâmetros: condutividade hidráulica, porosidade, constante de recarga e ângulo de inclinação do aquífero.

O método analisado foi aplicado em separado na bacia hidrográfica. Olhando para jusante, considerou-se o lado direito como uma região e o lado esquerdo como outra, como mostra a figura 4.5. A condutividade hidráulica e a porosidade são iguais para as duas regiões. A constante de recarga é obtida em separado para cada região em função das estações pluviométricas selecionadas para cada uma delas. O ângulo de inclinação foi arbitrado, devido a falta de dados, e considerado igual para as duas regiões analisadas.

#### 4.3.1. Parâmetros do aquífero

O comprimento do aquífero  $L$  foi estimado através da seguinte equação:

$$L = \frac{A}{W}. \quad (4.1)$$

Sendo  $A$  a área do aquífero em  $\text{km}^2$  e  $W$  trecho do rio em km.

A área da bacia foi obtida por um método aproximado, utilizando um mapa digitalizado da região. Da mesma forma foi obtido o comprimento do rio. Com isso chega-se a valores aproximados de  $A$  e  $W$  para o lado direito e esquerdo do rio. Na tabela 4.1 são apresentados os valores de  $A$ ,  $W$  e  $L$ , sendo o último calculado através da equação (4.1).

TABELA 4.1 – COMPRIMENTO DO AQUÍFERO.

| Lado     | W (km) | A (km <sup>2</sup> ) | L (m)    |
|----------|--------|----------------------|----------|
| Direito  | 100,41 | 2667,92              | 26570,26 |
| Esquerdo | 100,41 | 3282,84              | 32694,35 |

Para facilitar na execução do programa, foram utilizados os valores de  $L=26600$  m para o lado direito e  $L=32700$  m para o lado esquerdo.

A condutividade hidráulica  $k$  teve seus valores obtidos através da equação (2.17) apresentada por TOOD (1959). Os valores de  $Q$ ,  $h_0$ ,  $h_w$  e  $r_w$  foram obtidos através do Boletim de Avaliação e Características Técnicas fornecidos pela SANEPAR (Companhia Paranaense de Saneamento do Paraná). O único valor arbitrado nessa equação foi o valor de  $r_0$  que não influencia neste estudo, pois a vazão tem variação pequena para uma grande mudança no valor de  $r_0$ . Dentro do intervalo sugerido por TOOD (1959), que foi entre 152 e 304 metros, ficou-se com o valor médio de 228,6 m.

Os dados dos poços obtidos na SANEPAR (2005) e que existem na área de estudo e que estão em atividade estão listados na tabela 4.2. A localização dos poços na bacia incremental apresenta-se na figura 4.2.

TABELA 4.2 – LOCALIZAÇÃO DOS POÇOS.

| Código do poço | Município     | Localidade           | Situação | Tipo    | Norte(m)   | Este(m)   | Altitude(m) |
|----------------|---------------|----------------------|----------|---------|------------|-----------|-------------|
| 189            | Paranavaí     | Deputado José Afonso | Operante | Sanepar | 7442697,83 | 325374,45 | 392,17      |
| 1122           | Paranavaí     | Paranavaí            | Operante | Sanepar | 7447313,00 | 355488,00 | 462,00      |
| 1124           | Paranavaí     | Paranavaí            | Operante | Sanepar | 7448223,00 | 354943,00 | 468,00      |
| 1148           | Douradina     | Douradina            | Operante | Sanepar | 7411943,00 | 265400,00 | 385,00      |
| 1149           | Cidade Gaúcha | Cidade Gaúcha        | Operante | Sanepar | 7412748,00 | 301301,00 | 391,00      |

FONTE: SANEPAR (2005)

A tabela 4.3 mostra os valores de vazão, nível estático ( $NE$ ), nível dinâmico ( $ND$ ), profundidade ( $pr$ ) e volume obtidos no momento de abertura dos poços. Os poços 1148 e 1149 não possuem esses dados.

TABELA 4.3 – DADOS DE ABERTURA.

| Código do poço | Vazão (m <sup>3</sup> /h) | ND (m) | NE (m) | pr (m) | d (m)  | Volume (m <sup>3</sup> /mês) |
|----------------|---------------------------|--------|--------|--------|--------|------------------------------|
| 189            | 10,73                     | 27,02  | 21,74  | 135    | 0,1524 | 6438                         |
| 1122           | 17,00                     | 62,00  | 26,67  | 106    | 0,1524 | 10200                        |
| 1124           | 24,00                     | 53,00  | 28,50  | 82     | 0,1524 | 14400                        |

FONTE: SANEPAR (2005)

Na tabela 4.4 são apresentados os valores da condutividade hidráulica para os poços cujos dados existem para realizar o cálculo. Os valores de  $h_w$  foram obtidos através da seguinte equação:

$$h_w = pr - ND, \quad (4.2)$$

com a profundidade  $pr$  e o nível dinâmico  $ND$  em metros.

Para o cálculo de  $h_0$  usou-se a seguinte expressão:

$$h_0 = pr - NE, \quad (4.3)$$

Sendo a profundidade  $pr$  e o nível estático  $NE$  dado em metros.

O raio  $r_w$  corresponde à metade do valor do diâmetro  $d$  do poço. Na figura 2.2 apresentam-se as variáveis utilizadas para o cálculo da condutividade hidráulica.

TABELA 4.4 – CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA PARA CADA POÇO.

| Código do poço | $h_w$ (m) | $h_0$ (m) | Q (10 <sup>-3</sup> m <sup>3</sup> /s) | $r_w$ (m) | $r_0$ (m) | $k$ (10 <sup>-6</sup> m/s) |
|----------------|-----------|-----------|--|-----------|-----------|----------------------------|
| 189            | 107,98    | 113,26    | 2,98                                   | 0,0762    | 228,6     | 6,50                       |
| 1122           | 79,33     | 44,00     | 4,72                                   | 0,0762    | 228,6     | 2,76                       |
| 1124           | 29,00     | 53,50     | 6,67                                   | 0,0762    | 228,6     | 8,41                       |

FONTE: SANEPAR (2005)

Em poços que possuem dados sobre a análise litológica do local, foi possível fazer uma comparação entre os valores obtidos pela equação (2.17) e os valores da tabela 2.1, extraída de FEITOSA & MANOEL FILHO (2000).

Somente foram obtidos dados da litologia de três dos cinco poços selecionados, que são mostrados nas tabelas 4.5, 4.6 e 4.7.

TABELA 4.5 – DESCRIÇÃO DA LITOLOGIA – POÇO NO 189\*.

| Profundidade (m) | Litologia   |
|------------------|---|
| 0 – 10           | Areia argilosa com marrom escuro, granulometria fina à média.                                       |
| 10 – 53          | Arenito cor marrom escuro, pouco argiloso, granulometria fina à média, com aspecto de borra.        |
| 53 – 68          | Arenito cor marrom escuro a avermelhado, granulometria média à fina, poço argiloso.                 |
| 68 – 100         | Arenito cor marrom escuro, com presença de matéria carbonática com agente cimentante em sua matriz. |

\* A DESCRIÇÃO APRESENTADA PARA ESTE POÇO É A DESCRIÇÃO CORRESPONDENTE AO POÇO N<sup>o</sup> 1692, LOCALIZADO AO LADO DO POÇO DE N<sup>o</sup> 189.

TABELA 4.6 – DESCRIÇÃO DA LITOLOGIA – POÇO NO 1124.

| Profundidade (m) | Litologia  |
|------------------|--|
| 0 – 3            | Solo arenoso argiloso de coloração avermelhada.  |
| 3 – 18           | Arenito acastanhado de granulometria fina.   |
| 18 – 27          | Arenito claro de granulometria fina, com grãos bem arredondados.   |
| 27 – 45          | Arenito arroxeadado de granulometria fina e com bom grau de seleção.   |
| 45 – 60          | Arenito acastanhado com granulometria fina, algo argiloso.   |
| 60 – 67          | Arenito acastanhado com granulometria fina, bem arredondado.   |
| 67 – 76          | Arenito argiloso de coloração acastanhada, com granulometria média.  |
| 76 – 80          | Arenito arroxeadado de granulometria média, com bom grau de seleção e arredondamento dos grãos.              |
| 80 – 92          | Arenito arroxeadado de granulometria média com grãos bem arredondados, bom grau de seleção e arredondamento. |

TABELA 4.7 – DESCRIÇÃO DA LITOLOGIA – POÇO NO 1148.

| Profundidade (m) | Litologia  |
|------------------|--|
| 0 – 30           | Arenito castanho avermelhado, amostragem fina a muito fina, grãos subarredondados a angulosos, mal selecionados e apresentam em sua matriz silte e argila. |
| 30 – 87          | Arenito castanho avermelhado, amostragem fina a muito fina, grãos subarredondados a angulosos, mal selecionados e apresentam em sua matriz silte e argila. |
| 87 – 154         | Arenito castanho avermelhado, amostragem fina a muito fina, grãos subarredondados a angulosos, mal selecionados e apresentam em sua matriz silte e argila. |

Pode-se verificar que os valores obtidos na tabela 4.4 estão dentro dos limites mostrados na tabela 2.1, em função da litologia apresentada.

O valor da condutividade hidráulica adotada nesse trabalho é a média dos valores apresentados na tabela 4.4, ou seja,  $k_{\text{médio}} = 5.89 \times 10^{-6}$  m/s.

A porosidade efetiva foi calculada através de duas formas. Uma das formas foi utilizando a equação (2.20), chamada de equação de Bieciniski (VASCONCELOS, 2005), e a outra forma foi através da tabela 2.2 que relaciona a litologia da região com a porosidade efetiva.

Para o uso da equação (2.20), os valores da condutividade hidráulica deve estar em m/dia. Aplicando-se a equação (2.20) chega-se nos valores mostrados na tabela 4.8. Verifica-se que esses valores, quando comparados com os valores apresentados na tabela 2.2, estão dentro dos intervalos apresentados para a litologia dos diversos locais analisados.

TABELA 4.8 – POROSIDADE EFETIVA PARA CADA POÇO.

| Código do poço | k (m/dia) | f     |
|----------------|-----------|-------|
| 189            | 0,5616    | 0,108 |
| 1122           | 0,2386    | 0,095 |
| 1124           | 0,7266    | 0,111 |

Convém lembrar que os valores de porosidade efetiva somente foram calculados para os poços cujos valores de condutividade hidráulica foram obtidos. Para o poço de código 1148, por ser conhecida a sua litologia, foi possível obter a sua porosidade. Optou-se por tomar como valores de porosidade somente os calculados pela equação (2.20), dado que esses valores vieram de dados existentes na região e podem ser comparados em sua maioria com os valores apresentados na tabela 2.2.

Para se obter um valor final de porosidade efetiva, foi adotado uma média dos valores calculados na tabela 4.8, dado que a variação nos valores é mínima. Com isso a porosidade efetiva  $f$  resulta 0.105.

A inclinação do aquífero  $\theta$  foi arbitrado por não haver dados sobre a inclinação da linha impermeável do aquífero. Esse tipo de informação não existe na região em questão, o que dificulta o cálculo da inclinação. Para esse estudo de caso foram escolhidos quatro ângulos, cujos valores foram baseados na grandeza dos valores aplicados no problema proposto por PAUWELS *et al.*(2002). Os ângulos são 0; 0,001; 0,01 e 0.1 rad.

A altura  $h_0^j$ , correspondente a altura inicial, quando  $x=0$  é adotada como 1 m, pois essa condição não influencia significativamente nos demais valores de  $h$ .



#### 4.3.2. Parâmetros da bacia hidrográfica

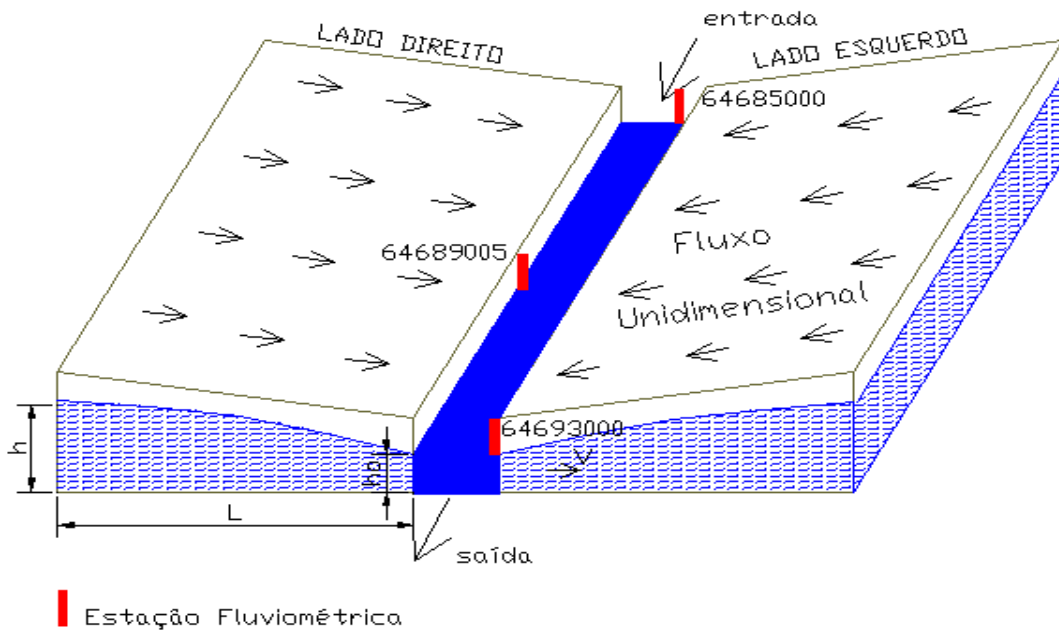
As informações das estações fluviométricas utilizadas encontram-se no Apêndice D e estão representadas na figura 4.2. Os dados de altitude apresentados no Apêndice D foram obtidos da seguinte forma: para a estação 64685000 a altitude foi extraída de um mapa altimétrico na escala 1:50000; a partir dessa altitude e das distâncias entre as estações, podem-se obter as demais altitudes, utilizando-se a declividade média do rio Ivaí, cujo valor é 0,55m/km (COPEL, 1985).

Os valores da constante de recarga  $N_0$  foram estimados através do método descrito no item 2.5, que necessita de dados de precipitações de estações pluviométricas da região do estudo para determinação da precipitação média. Para a quantificação da precipitação na área incremental da bacia hidrográfica analisada definiu-se uma série de duas leituras diárias de precipitações médias para cada lado do rio. Para atingir este objetivo, foram usados os dados de precipitações com duas leituras diárias das 22 estações pluviométricas da região em estudo, sendo 12 estações localizadas no lado direito do Rio Ivaí e 10 do lado esquerdo, como mostra a figura 4.2. Para o cálculo da constante de recarga são necessários valores dos parâmetros  $A$ ,  $a$  e  $p$ , que foram estimados para a região do médio Iguaçu em CEHPAR (1980). O programa apresentado no Apêndice B foi utilizado para o cálculo das séries de recarga nas duas regiões em separado.

As estações pluviométricas utilizadas no estudo de caso foram selecionadas em função da disponibilidade dos dados. Como as estações em atividade e com históricos significativos são poucas, foram escolhidas todas as estações que obedecessem a este critério na região. As principais informações das estações pluviométricas selecionadas encontram-se no Apêndice E.

O método de diferenças finitas é aplicado para o lado direito e esquerdo do Rio Ivaí. A figura 4.5 mostra a direção do fluxo da vazão em direção ao rio e o fluxo do rio em relação às estações fluviométricas utilizadas.

FIGURA 4.5 – REPRESENTAÇÃO DA DIREÇÃO DO FLUXO UNIDIMENSIONAL.



#### 4.3.3. Condições iniciais e método de processamento

Para a geração dos resultados foram utilizados os programas desenvolvidos na linguagem de programação Turbo Pascal 7.0. O Apêndice F apresenta as listagens dos programas com os dados preparados para o lado esquerdo e lado direito do Rio Ivaí.

Os processamentos foram realizados a partir de condições iniciais arbitrárias adotadas para o dia 01/01/1998, com os resultados sendo considerados válidos somente após o ano 2000, ou seja, podem ser considerados independentes das condições iniciais adotadas. Esse método foi aplicado para as duas regiões da bacia hidrográfica. Os valores de  $\Delta x$  e  $\Delta t$  são 100 e 3600 respectivamente. Foram adotados valores maiores do que os apresentados no item 3.3.3, porque os valores de  $L$  no estudo de caso são significativamente maiores, porém respeitam a condição de Courant. Valores de grandezas semelhantes foram adotados em STEINSTRASSER (2005). Os resultados apresentados correspondem aos últimos períodos de tempo dentro de cada período de estiagem, para quatro ângulos de inclinação do aquífero. A inclinação do aquífero foi arbitrada, pois o cálculo dessa inclinação depende de dados

que não existem na região. Com esses resultados é traçada a linha de tendência tipo polinomial de quinto grau usando-se os primeiros valores de  $x$ : 0, 100, 200, 300, 400 e 500m. Usando-se o resultado do ajuste calcula-se:

$$\left. \frac{dh}{dx} \right|_{x=0} . \quad (4.4)$$

A velocidade  $v$  do fluxo no aquífero é estudada pela equação:

$$v = -k \left. \frac{dh}{dx} \right|_{x=0} , \quad (4.5)$$

onde  $k$  é a condutividade hidráulica (m/s).

Para realizar a análise dos resultados usam-se os dados de vazão diária das estações fluviométricas e os dados observados dos poços. Calcula-se o fluxo médio para um dado período de avaliação através da seguinte equação:

$$q_{\text{médio}} = \frac{Q_2 - Q_1}{W_{1-2}} , \quad (4.6)$$

onde  $q_{\text{médio}}$  ( $\text{m}^2/\text{s}$ ) é o fluxo médio entre as estações de montante (1) e jusante (2),  $Q_1$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ ) é a vazão na estação de montante,  $Q_2$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ ) é a vazão na estação de jusante e  $W_{1-2}$  (m) é a distância ao longo do canal entre as duas estações. Através das equações (4.5) e (4.6) calcula-se  $d^*$  que é a distância ao longo do qual o aquífero supre o canal em períodos de estiagem:

$$d^* = \frac{q_{\text{médio}}}{|v|} . \quad (4.7)$$

#### 4.4. RESULTADOS

Foram analisadas estiagens que ocorreram no período de cinco anos, correspondente a 01/01/2000 até 31/12/2004. Os períodos de estiagem foram selecionados analisando-se a precipitação média em cada lado da bacia, fornecida pelo programa apresentado no Apêndice B. Os resultados apresentados correspondem aos

últimos períodos de tempo dentro de cada período de estiagem, para quatro ângulos de inclinação diferentes: 0, 0.001, 0.01 e 0.1 radianos.

O lado direito do Rio Ivaí foi analisado para três períodos de estiagem, como mostra a tabela 4.9, selecionados em função do número de dias, sendo escolhidos os três períodos de estiagem mais longos que ocorreram entre os anos 2000 e 2004.

TABELA 4.9 – PERÍODOS DE ESTIAGEM - LADO DIREITO.

| Início     | Fim        |
|------------|------------|
| 29/07/2001 | 22/08/2001 |
| 09/06/2003 | 06/07/2003 |
| 31/07/2004 | 25/08/2004 |

A figura 4.6 representa a altura do nível de água do aquífero no final de cada período de estiagem para cada ângulo de inclinação do aquífero. Pode-se observar que o nível de água aumenta com o tempo, mesmo passando por períodos de estiagem. Para  $\theta=0.1$  há pouca variação na altura da água no aquífero, sendo essa variação mais presente no início do comprimento do aquífero.

FIGURA 4.6 – ALTURA DO NÍVEL DE ÁGUA DO AQUIFERO – LADO DIREITO.

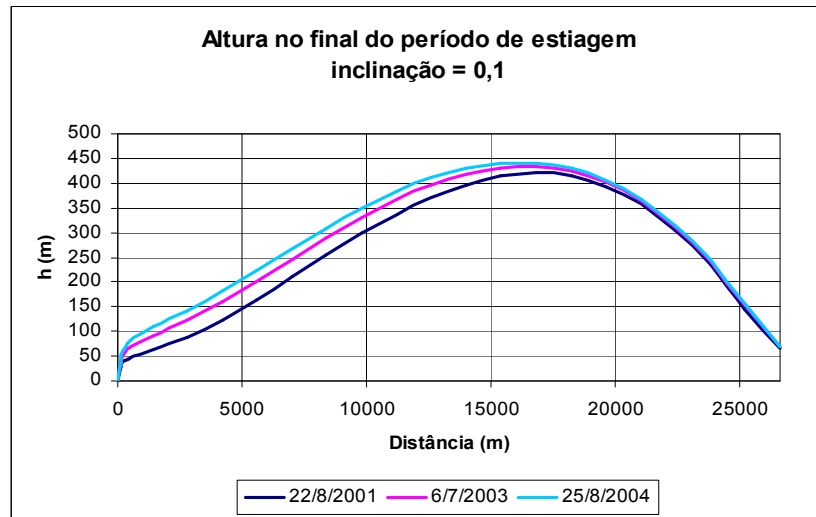
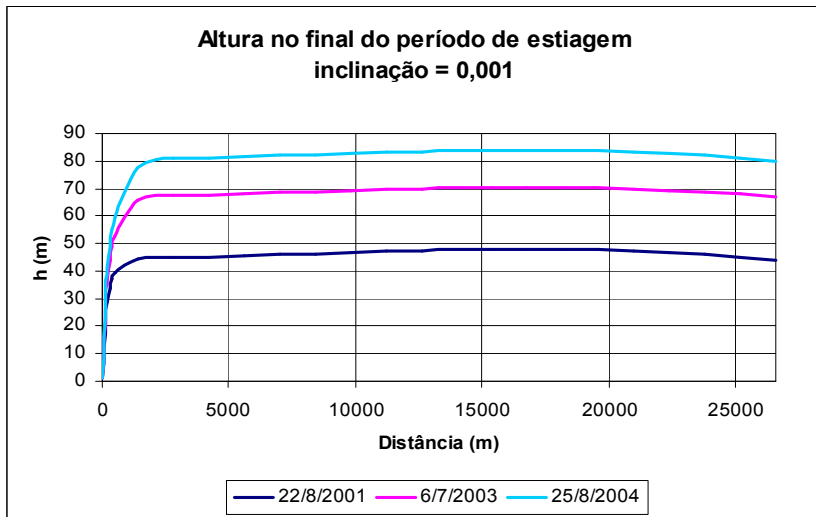
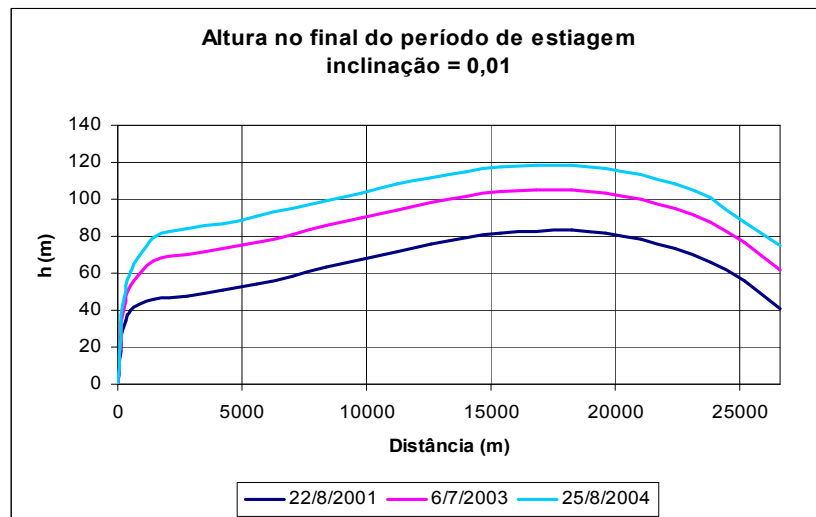
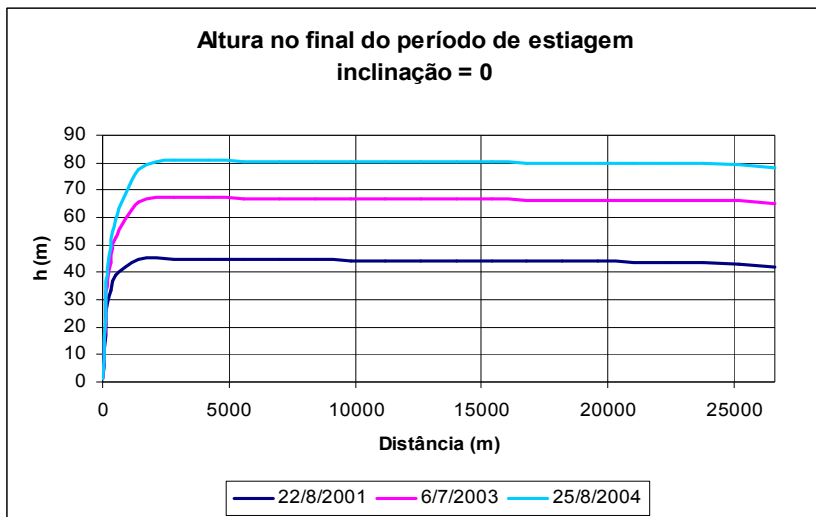


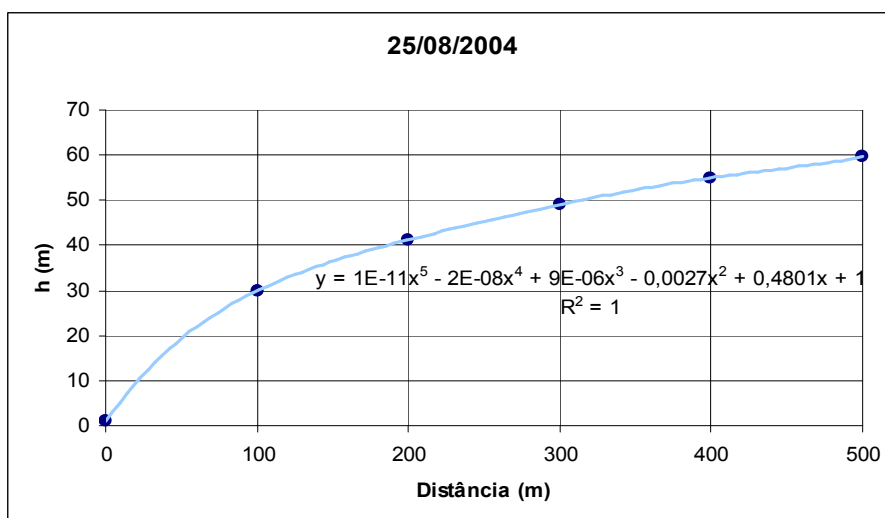
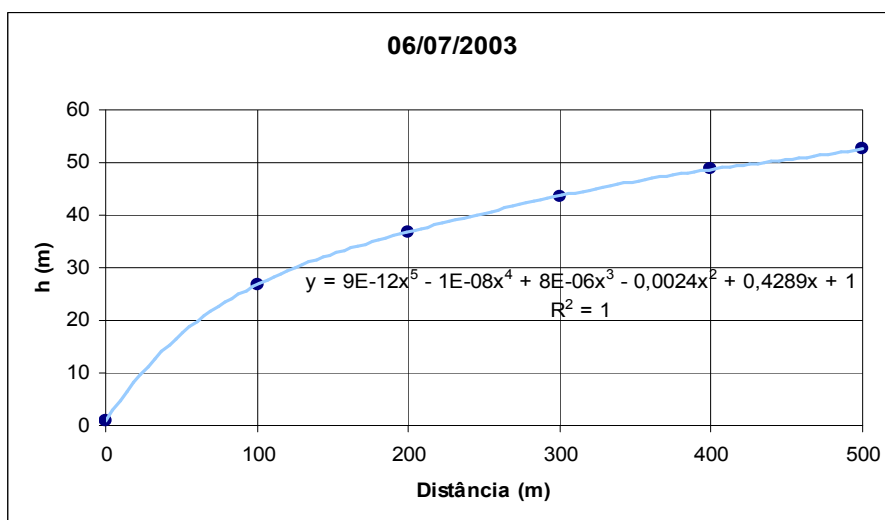
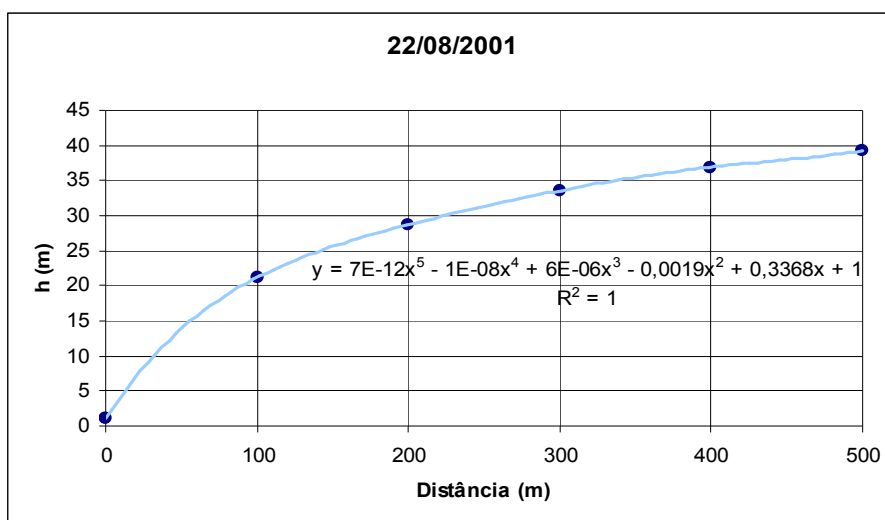
FIGURA 4.7 – LINHAS DE TENDÊNCIA PARA  $\theta = 0$  – LADO DIREITO.

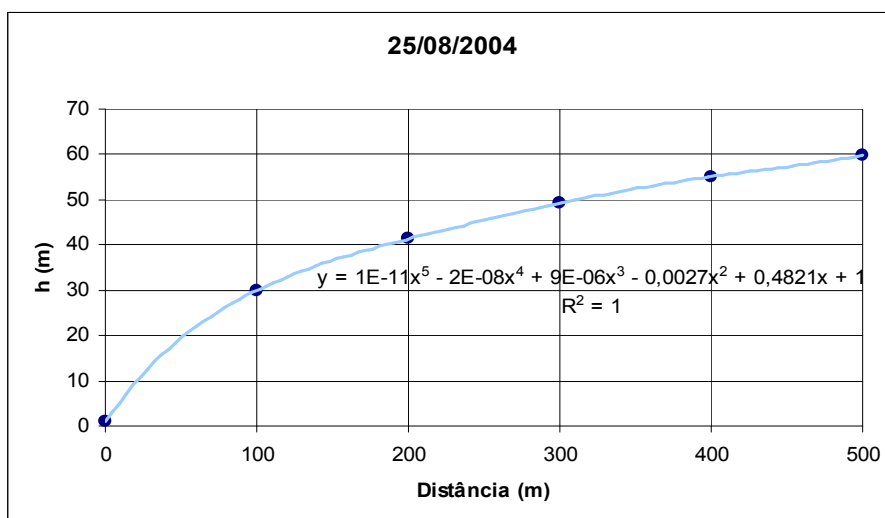
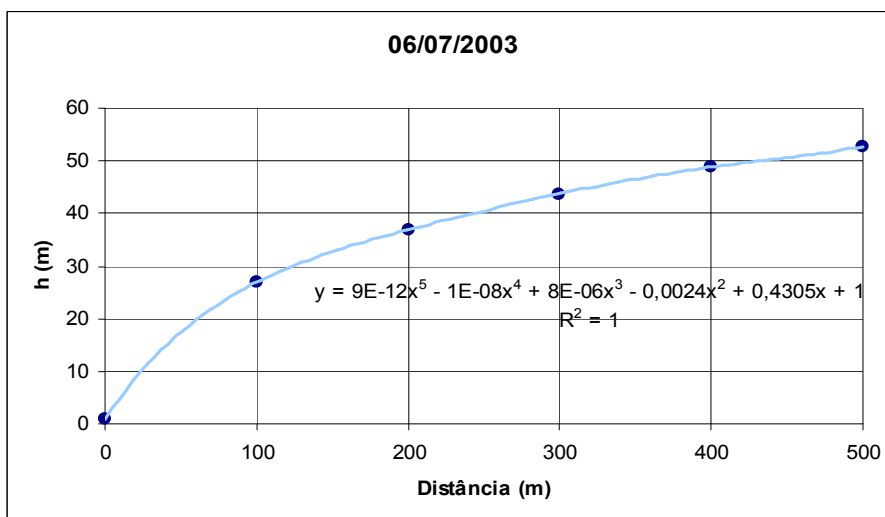
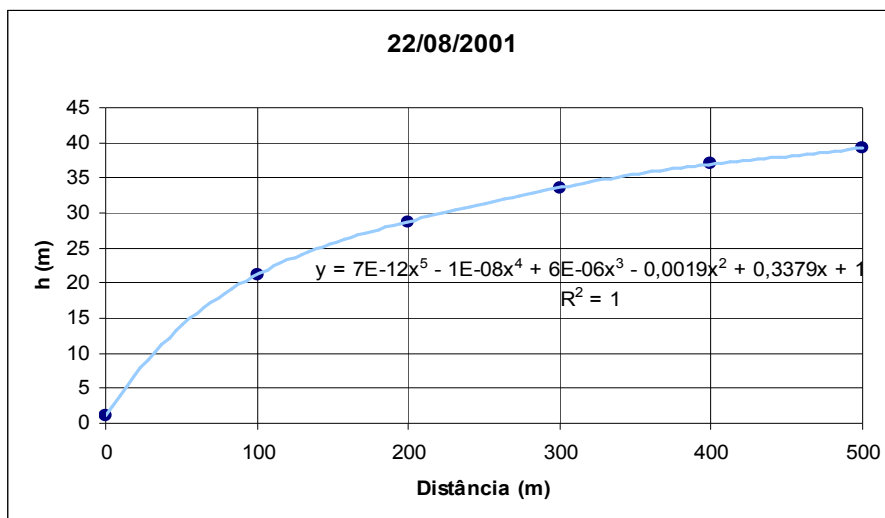
FIGURA 4.8 – LINHAS DE TENDÊNCIA PARA  $\theta = 0.001$  RAD. – LADO DIREITO.

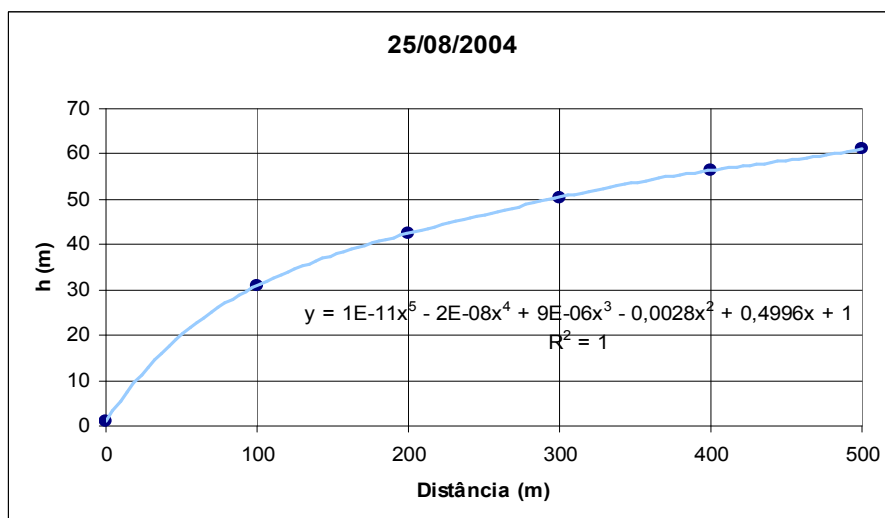
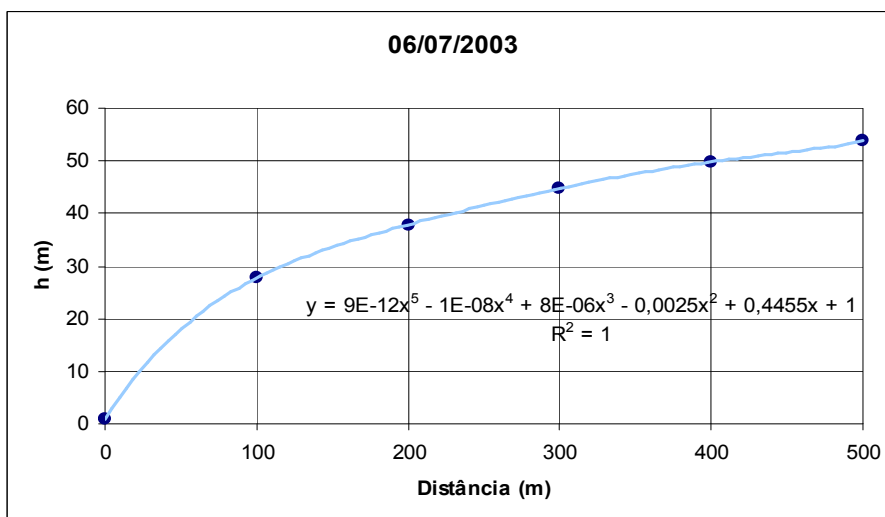
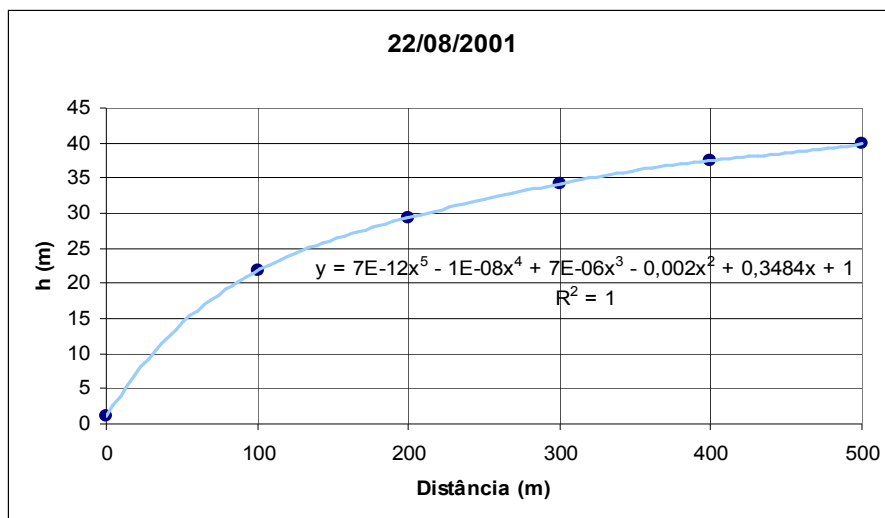
FIGURA 4.9 – LINHAS DE TENDÊNCIA PARA  $\theta = 0.01$  RAD. – LADO DIREITO.



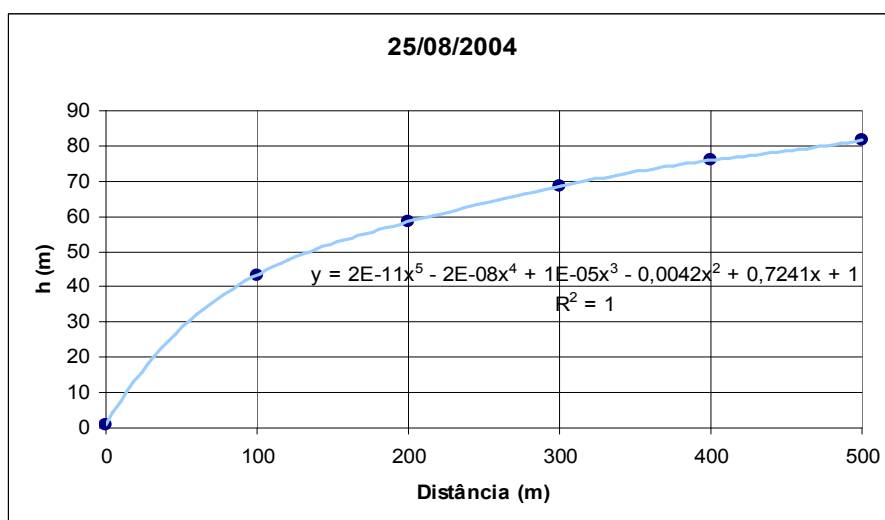
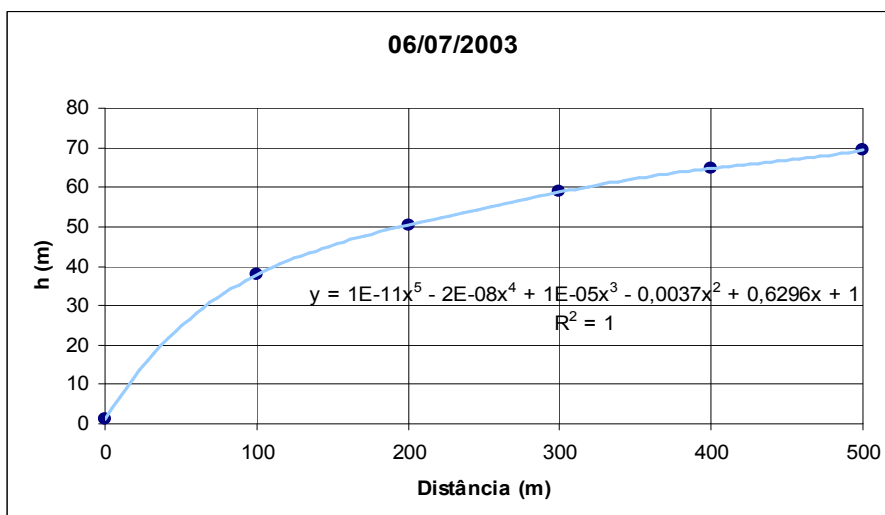
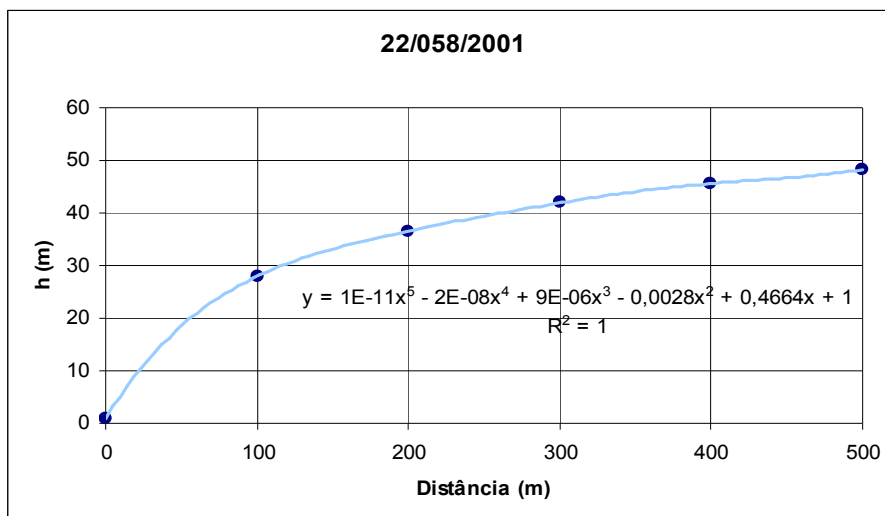
FIGURA 4.10 – LINHAS DE TENDÊNCIA PARA  $\theta = 0.1$  RAD. – LADO DIREITO.

TABELA 4.10 – RESULTADO GERAL - LADO DIREITO.

| inclinação (rad) | data      | $dh/dx \rightarrow x=0$ | $v$ (m/s)   | $q_{(e-i)}$ ( $m^2/s$ ) | $q_{(i-s)}$ ( $m^2/s$ ) | $d^*_{(e-i)}$ (m) | $d^*_{(i-s)}$ (m) |
|------------------|-----------|-------------------------|-------------|-------------------------|-------------------------|-------------------|-------------------|
| 0                | 22/8/2001 | 0,3368                  | -1,9838E-06 | 0,0006975               | 0,0014604               | 351,61            | 736,18            |
|                  | 6/7/2003  | 0,4289                  | -2,5262E-06 | 0,0009147               | 0,0008257               | 362,08            | 326,85            |
|                  | 25/8/2004 | 0,4801                  | -2,8278E-06 | 0,0014604               | 0,0007185               | 516,45            | 254,09            |
| 0,001            | 22/8/2001 | 0,3379                  | -1,9902E-06 | 0,0006975               | 0,0014604               | 350,46            | 733,78            |
|                  | 6/7/2003  | 0,4305                  | -2,5356E-06 | 0,0009147               | 0,0008257               | 360,74            | 325,64            |
|                  | 25/8/2004 | 0,4821                  | -2,8396E-06 | 0,0014604               | 0,0007185               | 514,30            | 253,03            |
| 0,01             | 22/8/2001 | 0,3484                  | -2,0521E-06 | 0,0006975               | 0,0014604               | 339,90            | 711,67            |
|                  | 6/7/2003  | 0,4455                  | -2,6240E-06 | 0,0009147               | 0,0008257               | 348,59            | 314,67            |
|                  | 25/8/2004 | 0,4996                  | -2,9426E-06 | 0,0014604               | 0,0007185               | 496,29            | 244,17            |
| 0,1              | 22/8/2001 | 0,4664                  | -2,7471E-06 | 0,0006975               | 0,0014604               | 253,90            | 531,62            |
|                  | 6/7/2003  | 0,6296                  | -3,7083E-06 | 0,0009147               | 0,0008257               | 246,66            | 222,66            |
|                  | 25/8/2004 | 0,7241                  | -4,2649E-06 | 0,0014604               | 0,0007185               | 342,42            | 168,47            |

As figuras 4.7, 4.8, 4.9 e 4.10 representam as equações de tendência para os períodos analisados em cada ângulo de inclinação no lado direito. Nas figuras encontram-se as equações de tendência utilizadas para se chegar aos valores apresentados na tabela 4.10, onde  $\left. \frac{dh}{dx} \right|_{x=0}$  é o resultado da equação (4.4) aplicada para cada estiagem,  $v$  é a velocidade obtida pela equação (4.5),  $q_{(e-i)}$  é o fluxo médio do período de estiagem entre as estações fluviométricas de entrada (64685000) e intermediária (64689005), obtida pela equação (4.7) e  $q_{(i-s)}$  é o fluxo médio do período de estiagem entre as estações fluviométricas intermediária (64689005) e de saída (64693000), resultante da equação (4.7). Os valores de  $d^*_{(e-i)}$  e  $d^*_{(i-s)}$  são obtidos através da equação (4.8), para os fluxos entre as estações de entrada e intermediária e saída e intermediária respectivamente.

O lado esquerdo do Rio Ivaí foi estudado para três períodos de estiagem, como mostra a tabela 4.11, selecionados em função do número de dias, sendo os três períodos de estiagem mais longos entre os anos 2000 e 2004.

TABELA 4.11 – PERÍODOS DE ESTIAGEM - LADO ESQUERDO.

| Início     | Fim        |
|------------|------------|
| 03/08/2001 | 23/08/2001 |
| 09/06/2003 | 03/07/2003 |
| 30/07/2004 | 25/08/2004 |

FIGURA 4.11 – ALTURA DO NÍVEL DE ÁGUA DO AQUÍFERO – LADO ESQUERDO.

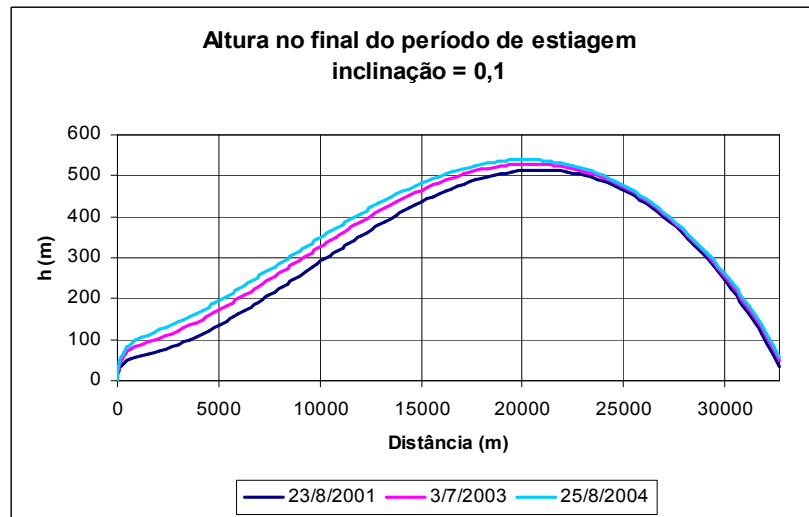
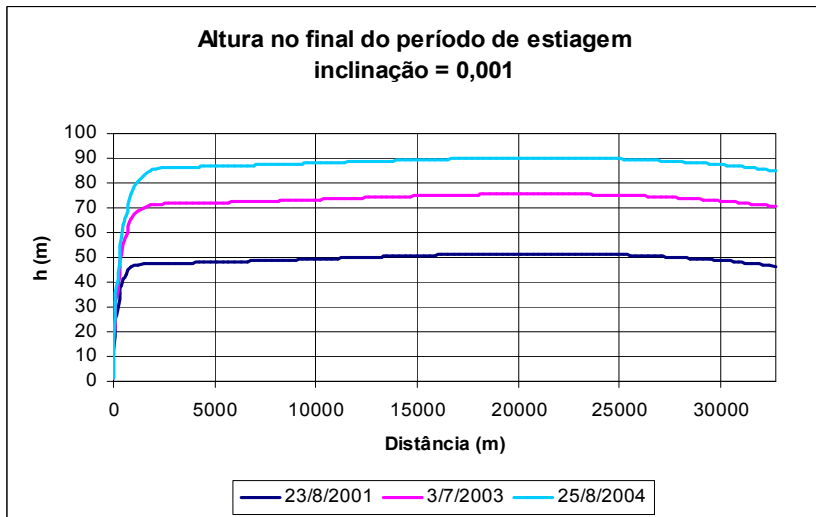
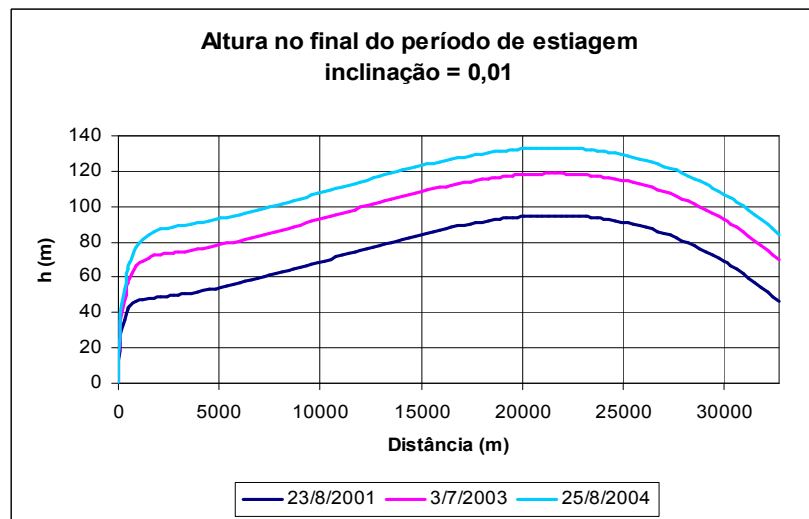
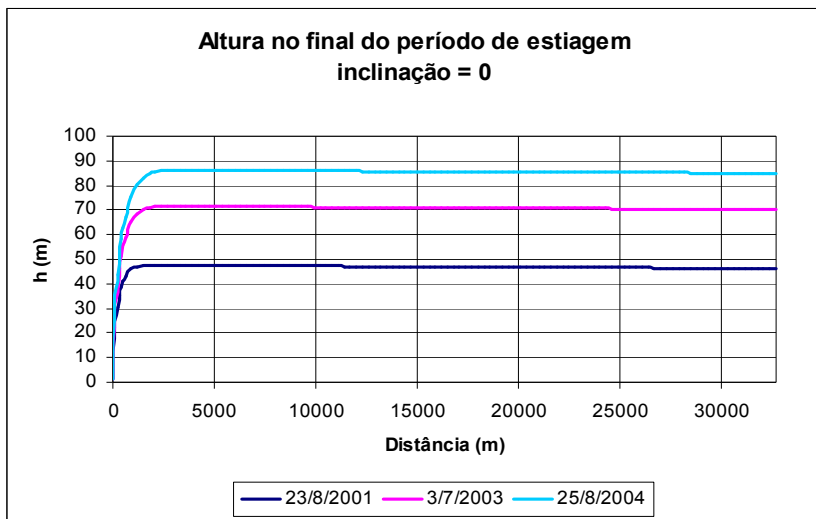


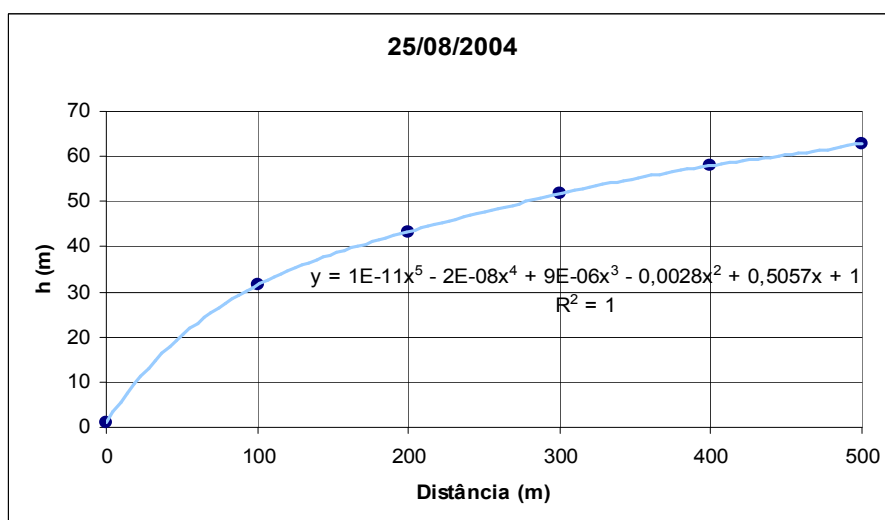
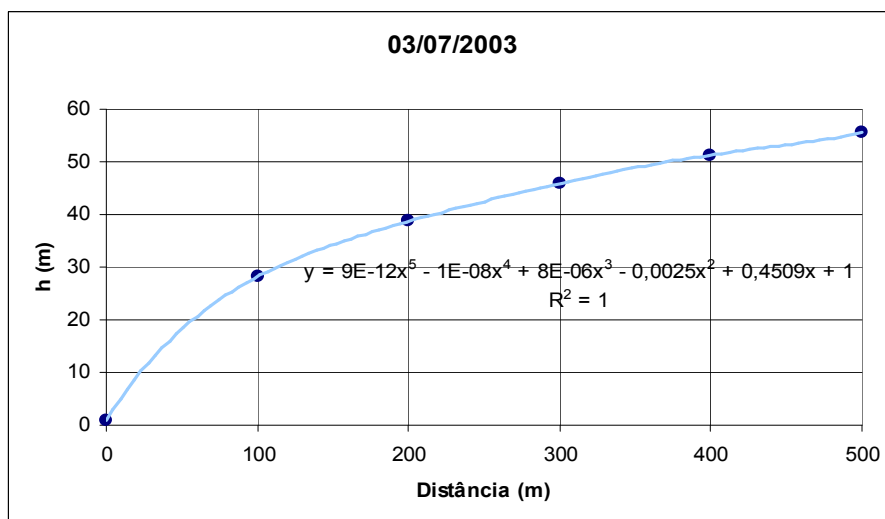
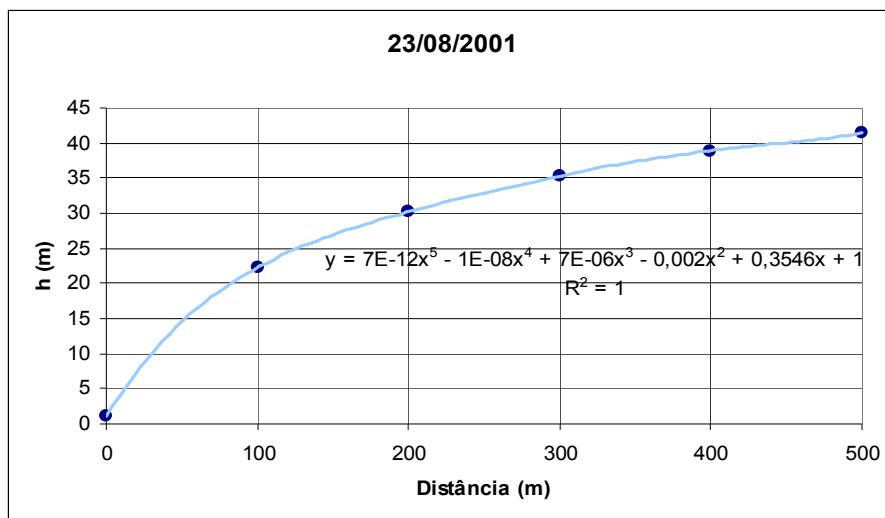
FIGURA 4.12 – LINHAS DE TENDÊNCIA PARA  $\theta = 0$  – LADO ESQUERDO.

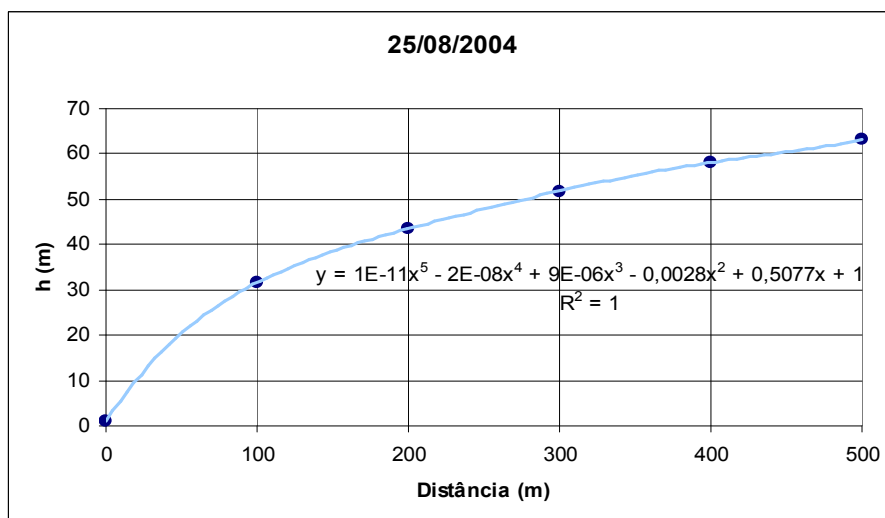
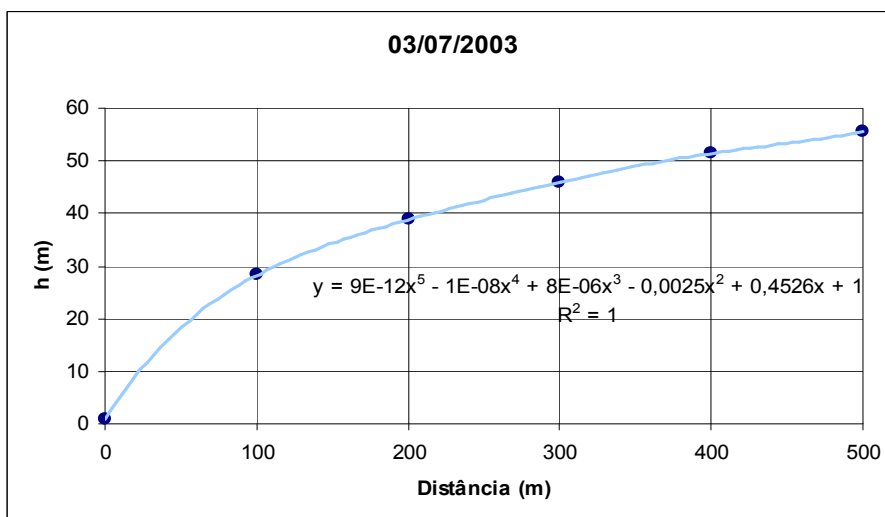
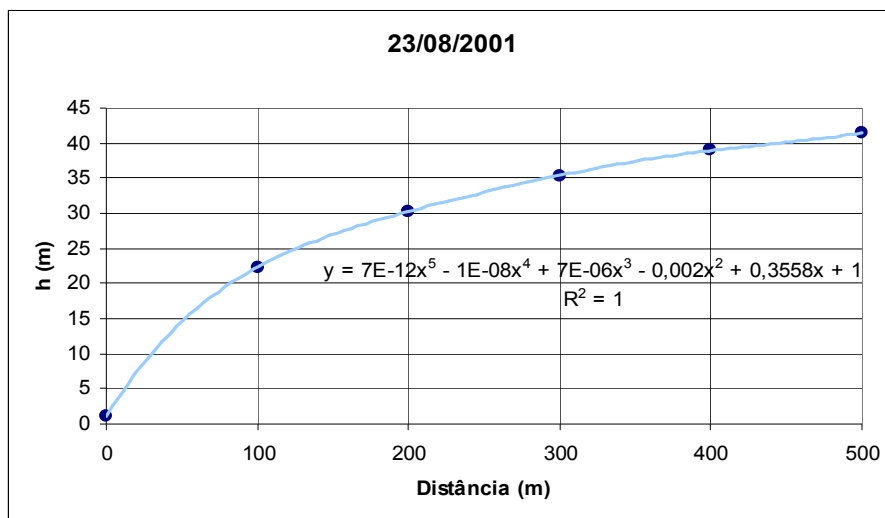
FIGURA 4.13 – LINHAS DE TENDÊNCIA PARA  $\theta = 0.001$  RAD.. – LADO ESQUERDO.

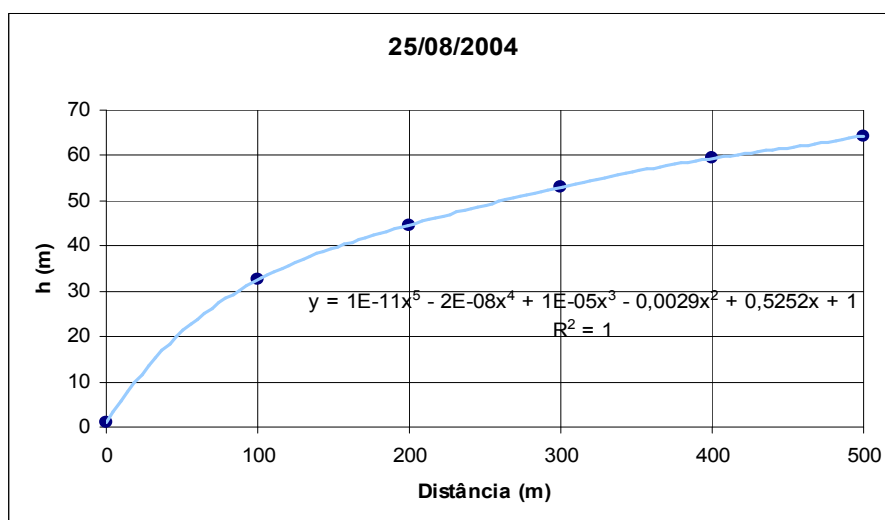
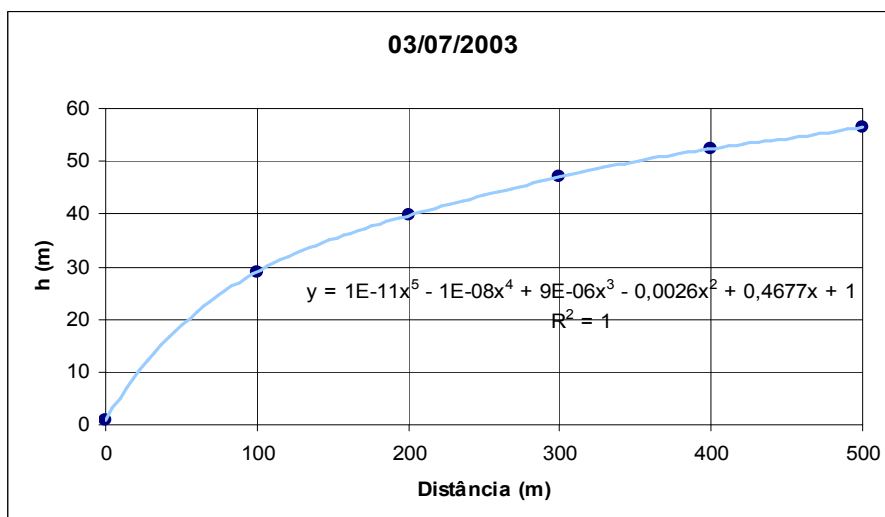
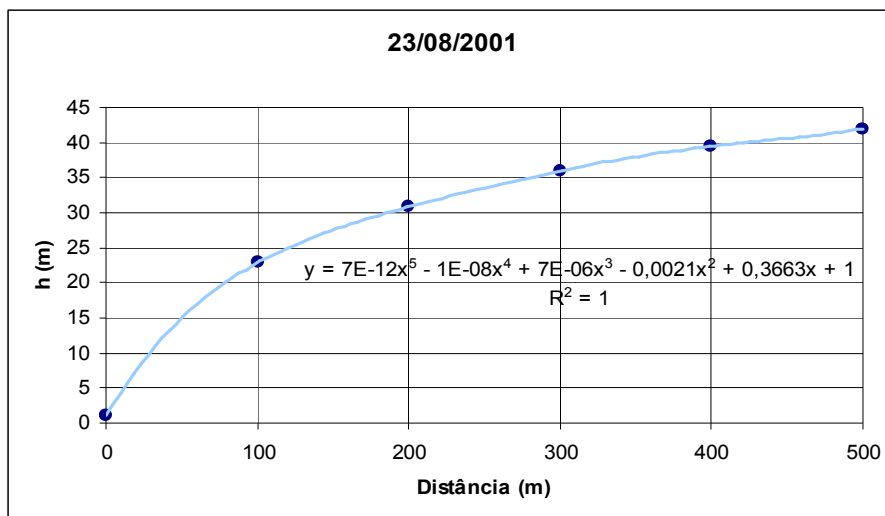
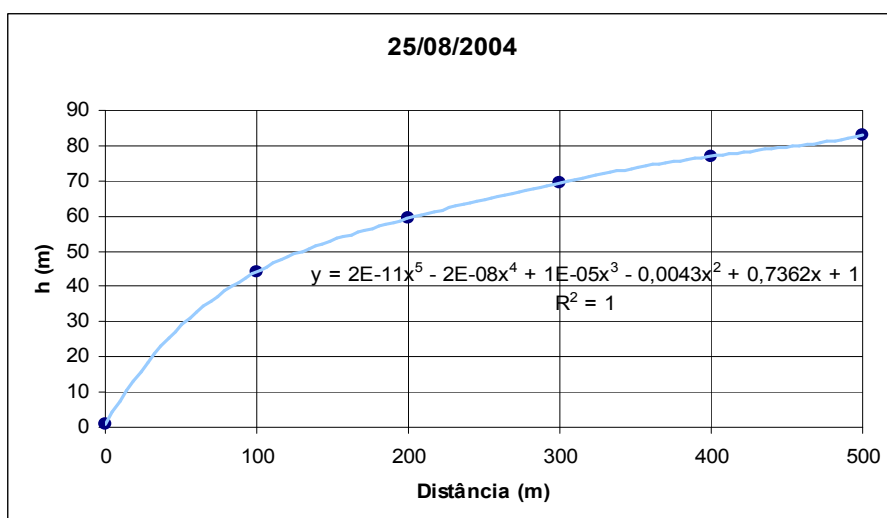
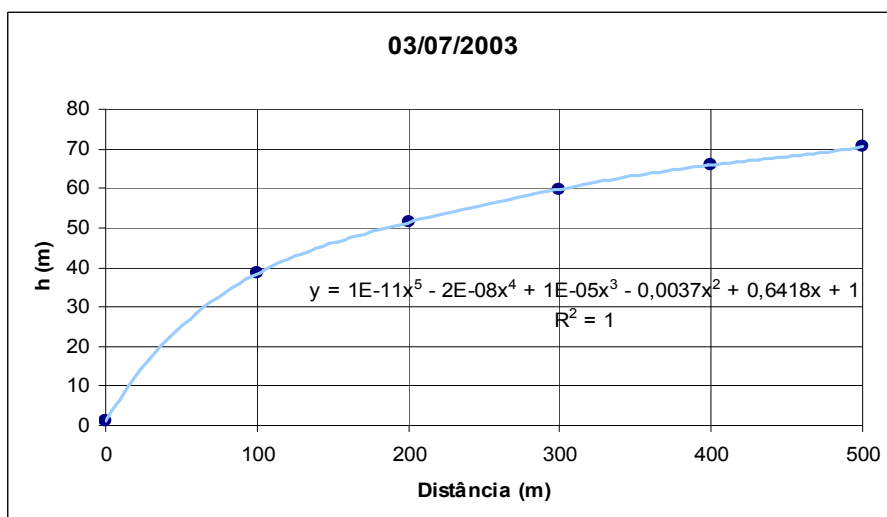
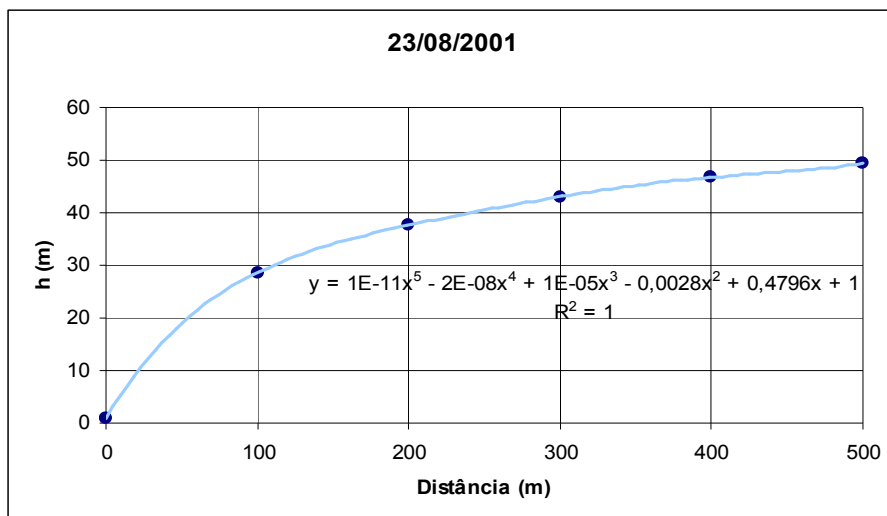
FIGURA 4.14 – LINHAS DE TENDÊNCIA PARA  $\theta = 0.01$  RAD. – LADO ESQUERDO.

FIGURA 4.15 – LINHAS DE TENDÊNCIA PARA  $\theta = 0.1$  RAD. – LADO ESQUERDO.

A figura 4.11 representa a altura do nível de água do aquífero no final de cada período de estiagem para cada ângulo de inclinação. Da mesma forma que no lado direito, observa-se que o nível de água aumenta com o tempo. Quando  $\theta=0.1$  rad há pouca variação na altura da água no aquífero, sendo semelhante ao ocorrido para o lado direito.

As figuras 4.12, 4.13, 4.14 e 4.15 representam as equações de tendência para os períodos analisados em cada ângulo de inclinação no lado esquerdo, onde se encontram as equações de tendência utilizadas para se chegar nos valores apresentados na tabela 4.12.

TABELA 4.12 – RESULTADO GERAL - LADO ESQUERDO.

| Inclinação (rad) | data      | $dh/dx \rightarrow x=0$ | $v$ (m/s)   | $q_{(e-i)}$ ( $m^2/s$ ) | $q_{(i-s)}$ ( $m^2/s$ ) | $d^*_{(e-i)}$ (m) | $d^*_{(i-s)}$ (m) |
|------------------|-----------|-------------------------|-------------|-------------------------|-------------------------|-------------------|-------------------|
| 0                | 23/8/2001 | 0,3546                  | -2,0886E-06 | 0,0006975               | 0,0014604               | 333,96            | 699,23            |
|                  | 3/7/2003  | 0,4509                  | -2,6558E-06 | 0,0009147               | 0,0008257               | 344,42            | 310,90            |
|                  | 25/8/2004 | 0,5057                  | -2,9786E-06 | 0,0014604               | 0,0007185               | 490,30            | 241,22            |
| 0,001            | 23/8/2001 | 0,3558                  | -2,0957E-06 | 0,0006975               | 0,0014604               | 332,83            | 696,87            |
|                  | 3/7/2003  | 0,4526                  | -2,6658E-06 | 0,0009147               | 0,0008257               | 343,12            | 309,74            |
|                  | 25/8/2004 | 0,5077                  | -2,9904E-06 | 0,0014604               | 0,0007185               | 488,37            | 240,27            |
| 0,01             | 23/8/2001 | 0,3663                  | -2,1575E-06 | 0,0006975               | 0,0014604               | 323,29            | 676,89            |
|                  | 3/7/2003  | 0,4677                  | -2,7548E-06 | 0,0009147               | 0,0008257               | 332,04            | 299,74            |
|                  | 25/8/2004 | 0,5252                  | -3,0934E-06 | 0,0014604               | 0,0007185               | 472,10            | 232,27            |
| 0,1              | 23/8/2001 | 0,4796                  | -2,8248E-06 | 0,0006975               | 0,0014604               | 246,92            | 516,98            |
|                  | 3/7/2003  | 0,6418                  | -3,7802E-06 | 0,0009147               | 0,0008257               | 241,97            | 218,43            |
|                  | 25/8/2004 | 0,7362                  | -4,3362E-06 | 0,0014604               | 0,0007185               | 336,79            | 165,70            |

Para a tabela 4.12, os parâmetros são os mesmos descritos para a tabela 4.10.

Fazendo uma análise dos resultados apresentados nas tabelas 4.10 e 4.12, pode-se observar que a velocidade varia em torno de 20% de período a período e nas diferentes inclinações para os dois lados do rio. Os valores de  $d^*$  tendem a diminuir com o aumento da inclinação para ambos os trechos. Para o primeiro trecho ( $e-i$ ), entre a estação de entrada (64685000) e a estação intermediária (64689005), os valores de  $d^*_{(e-i)}$  crescem com o tempo e os valores de  $d^*_{(i-s)}$  decrescem. Esse resultado repete-se para todas as inclinações. Os valores de  $d^*$



fisicamente representam um perímetro molhado na seção transversal do rio. Nos trechos do rio Ivaí analisado, o valor do perímetro molhado em períodos de estiagem severas é da ordem de 160 m. Para o cálculo do perímetro molhado utilizou-se as seções transversais das estações fluviométricas utilizadas neste estudo, que se encontram no Apêndice G. Os valores de  $d^*$  resultantes para os períodos de estiagem estudados sempre foram superiores a 160m, comprovando que as vazões estudadas pelo método analisado representam a vazão de base para os trechos estudados no rio Ivaí. Como as estiagens foram selecionadas através das precipitações e não coincidem dos dois lados da bacia, pode ser que as vazões observadas neste período não representem estiagens extremas, porque a bacia incremental não é homogênea.

Realizou-se outra interpretação dos resultados utilizando-se as leituras mensais de vazão nos poços existentes na área da incremental. Esses dados foram fornecidos por SANEPAR (2005). Os poços que são monitorados encontram-se do lado direito, o que restringe a análise para essa região. Porém pode-se considerar essa análise válida para o lado esquerdo porque os valores obedecem a mesma sistemática.

Os códigos dos poços utilizados são 189, 1122 e 1124. Foram selecionados os meses onde se encontram os últimos dias dos períodos de estiagem analisados para o lado direito, sendo possível a análise somente para os dias 06/07/2003 e 25/08/2004. Para o dia 22/08/2001 não foi possível realizar a análise devido a falta de monitoramento no mês em questão.

TABELA 4.13 – ANÁLISE DE RESULTADOS - LADO DIREITO.

| Período | poço | Q (m <sup>3</sup> /h) | Q (m <sup>3</sup> /s) | ND (m) | pr (m) | d (m)  | h <sub>w</sub> (m) | A (m <sup>2</sup> ) | v (m/s)  |
|---------|------|-----------------------|-----------------------|--------|--------|--------|--------------------|---------------------|----------|
| jul/03  | 189  | 3,80                  | 0,0011                | 24,10  | 135,0  | 0,1524 | 110,900            | 53,0696             | 0,000020 |
|         | 1122 | 15,12                 | 0,0042                | 57,17  | 106,0  | 0,1524 | 48,830             | 23,3669             | 0,000180 |
|         | 1124 | 21,96                 | 0,0061                | 46,33  | 82,0   | 0,1524 | 35,670             | 17,0694             | 0,000357 |
| ago/04  | 189  | 2,58                  | 0,0007                | 24,13  | 135,0  | 0,1524 | 110,870            | 53,0553             | 0,000014 |
|         | 1122 | 15,12                 | 0,0042                | 58,44  | 106,0  | 0,1524 | 47,560             | 22,7592             | 0,000185 |
|         | 1124 | 21,24                 | 0,0059                | 46,19  | 82,0   | 0,1524 | 35,810             | 17,1364             | 0,000344 |

Na tabela 4.13 tem-se  $Q$  a vazão mensal monitorada no poço,  $ND$  o nível dinâmico,  $pr$  a profundidade e  $d$  o diâmetro do poço. O valor de  $h_w$  é calculado através da equação 4.2.  $A$  é a área da superfície do poço e  $v$  a velocidade do fluxo de água liberada no poço. Os valores de  $Q$ ,  $ND$ ,  $pr$  e  $d$  foram extraídos de SANEPAR (2005).

Nos resultados apresentados na tabela 4.13, observa-se que a velocidade  $v$  para os poços 1122 e 1124 nos diferentes períodos de estiagem são muito próximas, demonstrando coerência, dado que os poços estão em locais próximos, como mostra a figura 4.2. O poço 189 apresenta uma velocidade menor, pois situa-se mais distante dos outros poços. O poço 189 está localizado aproximadamente na distância média entre o rio Ivaí e o divisor de águas da bacia hidrográfica. A velocidade apresentada no poço 189 é maior que os valores apresentados na tabela 4.10, demonstrando que a velocidade diminui a medida que se aproxima do rio. Essa comparação mostra que os resultados estimados pelo método analisado são coerentes com os dados de vazões mínimas observados nos poços.

## 5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

### 5.1. GERAL

Neste capítulo apresentam-se as conclusões e recomendações obtidas durante a pesquisa e o desenvolvimento do método analisado. O objetivo desta dissertação consiste na aplicação de um método, fundamentado na teoria hidráulica, para o cálculo do escoamento de base de uma bacia hidrográfica. Neste estudo foi utilizada a equação de Boussinesq não linearizada, e para a solução foi utilizado o Método das Diferenças Finitas. O método foi aplicado na bacia hidrográfica do Rio Ivaí. O local escolhido situa-se na região noroeste do estado do Paraná, sobre o aquífero Caiuá.

Os parâmetros utilizados foram obtidos utilizando dados de poços e dados de estações pluviométricas da região de estudo. O método analisado não necessita de dados fluviométricos, diferentemente do que ocorre com a maioria dos problemas de engenharia hidráulica. As conclusões do estudo são baseadas na análise dos valores obtidos para a velocidade do fluxo contribuinte no rio e também são comparados com a velocidade do fluxo em poços.

Através da verificação do esquema numérico usado na solução da equação de Boussinesq foi possível atingir a primeira parte do estudo, que era comprovar a funcionalidade do algoritmo desenvolvido através do Método das Diferenças Finitas. Com o estudo de caso foi possível atingir o objetivo desta dissertação, ou seja, verificar que a aplicação do Método das Diferenças Finitas para a equação de Boussinesq não linearizada gera valores de altura de nível de água para o aquífero, coerentes para se obter a velocidade do fluxo do escoamento de base, sendo possível estimar o escoamento de base na exutória da bacia hidrográfica.

## 5.2. CONCLUSÕES

A equação de Boussinesq não linearizada, foi solucionada sem a necessidade de ser linearizada. Neste estudo pode-se observar, através de um exemplo numérico, que tanto a equação de Boussinesq linearizada quanto a equação de Boussinesq não linearizada apresentam resultados semelhantes. Para se fazer essa análise foi desenvolvido um programa utilizando o Método das Diferenças Finitas para a equação de Boussinesq não linearizada. O Método das Diferenças Finitas é uma ótima ferramenta para se calcular equações diferenciais não linearizadas ou linearizadas. Os resultados são confiáveis, dependendo apenas da sua correta aplicação. Os valores das incrementais  $\Delta x$  e  $\Delta t$  influenciam o resultado, porém para esse estudo não mudaram significativamente os resultados, porque tomou-se o cuidado de verificar a estabilidade para os valores adotados em cada lado da incremental. Essa verificação é de suma importância para se obter resultados confiáveis com esse método. PAUWELS *et al* .(2002) obteve uma solução analítica para a equação de Boussinesq linearizada, fundamentado em séries infinitas, onde para a obtenção de resultados numéricos necessita-se desenvolver um método computacional com complexidades maiores que o método computacional desenvolvido para solucionar por diferenças finitas a equação de Boussinesq não linearizada.

Neste trabalho, obtiveram-se valores da altura do nível de água do aquífero para o final dos períodos de estiagem selecionados entre os dias 01/01/2000 e 31/12/2004. Através desses resultados foi possível obter a velocidade do fluxo de água que entra no rio. Esse resultado foi analisado comparando-se seu valor com o valor da velocidade de fluxo de água que entra em cada poço e sua localização. Os resultados produzidos pelo método estudado foram coerentes com os resultados fornecidos pelos poços, o que justifica a aplicação do método.

A diferença entre os resultados deve-se principalmente à qualidade dos dados, que dificultam a obtenção de resultados melhores.

Através da análise dos resultados obtidos com a aplicação do método

investigado nesta pesquisa para a área incremental da bacia do rio Ivaí, conclui-se que as vazões de base podem ser estimadas com segurança. Esta conclusão pôde ser confirmada quando as avaliações foram realizadas em função dos dados monitorados em poços.

### 5.3. RECOMENDAÇÕES

Recomenda-se, por considerar de grande importância, o constante monitoramento de poços, estações pluviométricas e fluviométricas. Uma grande dificuldade encontra-se na obtenção de dados de altitudes com precisão. O ideal seria que cada estação fluviométrica e pluviométrica tivessem suas altitudes obtidas através de meios mais confiáveis, como GPS, por exemplo, e não retiradas de cartas na escala 1:100000. Outra alternativa seria a confecção de cartas na escala 1:50000 ou em escalas melhores. Algumas regiões têm cartas na escala 1:500000, porém são raras.

Outra recomendação seria a realização de análises de sensibilidade nos resultados, impondo-se variáveis nos pontos de entrada do método, tal como se realizou neste trabalho com o ângulo de inclinação do aquífero.

Seria interessante a investigação de métodos computacionais para solucionar a versão da equação de Boussinesq para duas e três dimensões, lembrando que o método desenvolvido neste trabalho é para a forma unidimensional da equação de Boussinesq.

A solução apresentada nesta dissertação utiliza o Método das Diferenças Finitas Explícita, porém existem outros métodos numéricos, como: Diferenças Finitas Implícita, elementos finitos, análise espectral, etc; que podem ser investigados para futura aplicação.

O método utilizado nesse estudo pode ser melhorado com essas recomendações e incentivando outros estudos sobre o assunto, pois a bibliografia sobre esse assunto é muito restrita.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BEVEN, K. J. **Rainfall-runoff modelling, the primer**. New York: J. Wiley, 2001. 360 p.
- BRUTSAERT, Wilfried. “The unit response of groundwater outflow from a hillslope”. **Water Resources Research**, n.30, p. 2759-2763, 1994.
- BURDEN, Richard L. & J. Douglas FAIRES. **Numerical Analysis**. 6<sup>a</sup> edição. Califórnia: Brooks/Cole Publishing Company, p. 686-688, 1997.
- CEHPAR. Centro de Hidráulica e Hidrologia Professor Parigot de Souza. **Projeto HG – 43. Previsão de cheias em Foz do Areia. Relatório final**. Curitiba: CEHPAR, 1980.
- CEHPAR. Centro de Hidráulica e Hidrologia Professor Parigot de Souza. **Projeto HG – 52. Aproveitamento hidrelétrico de pequeno porte. Regionalização de vazões de estiagem em pequenas bacias hidrográficas do Estado do Paraná. Relatório final**. Curitiba: CEHPAR, V.2, 1985.
- CELLIGOI, André & Uriel DUARTE. “Hidrogeoquímica do aquífero Caiuá no Estado do Paraná.” **Boletim Paranaense de Geociências**. Editora UFPR, n.51, p. 19-32, 2002.
- CHAUDHRY, M. Hanif. **Open-channel flow**. New Jersey: Prentice-Hall, 1993. 483 p.
- CIRILO, J. A.; M. B. BAPTISTA; M. M. L. P. COELHO & F.C.B. MASCARENHAS. **Hidráulica Aplicada**. Coleção ABRH de Recursos Hídricos, v. 8. Porto Alegre: ABRH, 2003.

- COPEL. Companhia paranaense de energia. Superintendência de planejamento e estudos. **Rio Ivaí, estudos de inventário energético**. Curitiba: COPEL, 1984. V.2. Apêndices.
- FEITOSA, Antonio C., João MANOEL FILHO. Coordenadores. **Hidrogeologia: conceitos e aplicações**. Fortaleza: CPRM, LABHID-UFPE, 2000. 391 p.
- HOGARTH, W. & J. Y. PARLANGE. “Solving the Boussinesq equation using solutions of the Blasius equation”. **Water Resources Research**, n.35, p. 885-887, 1999.
- KAVISKI, Eloy. “Métodos de regionalização de eventos e parâmetros hidrológicos”. Dissertação de Mestrado, UFPR, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Hidráulica, Curitiba: novembro, 1992.
- LI, Yanguang. **Global regularity for the viscons Boussinesq equations**. arxiv: math.ap/0302199. V.1, 2003.
- LOCKINGTON, D. “Response of unconfined aquifer to sudden change in boundary head”. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, v.123, p. 24-27, 1997.
- MINE, Miriam R. M. e Robin T. CLARKE. “O uso do TOPMODEL em condições brasileiras: resultado preliminar.” **RBRH – Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v.1, n.2, p. 89-105, jul./dez. 1996.
- MOORE, Robert D.. “Storage-outflow modelling of streamflow recessions, with application to a shallow-soil forested catchment”. **Journal of Hydrology**, v.198, p. 260-270, 1997.
- PAUWELS, Valentijn R.N., Niko E.C. VERHOEST & François P. De TROCH. “A metahillslope model based on an analytical solution to a linearized Boussinesq

equation for temporally variable recharge rates”. **Water Resources Research**, n.38, p. 1297-1310, 2002.

PINTO, Nelson L. de Souza, Antonio Carlos T. HOLTZ, José Augusto MARTINS e Francisco Luiz S. GOMIDE. **Hidrologia Básica**. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1976. 276 p.

REFSGAARD, J. C. & B. STORM. “Mike She”. In Computer Models of Watershed Hydrology, **Water Resource Public**, Highlands Ranch, Colo., p. 809-846, 1995.

ROBERSON, John A. & Clayton T. CROWE. **Engineering Fluid Mechanics**. Washington: Houghton Mifflin Company, 1990. 785 p.

ROBERSON, John A., J. J. CASSIDY & M. Hanif CHAUNDHRY. **Hydraulic Engineering**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1997. 653p.

SANEPAR. Companhia de saneamento do Paraná. **Boletim de avaliação e características técnicas de poços**. Curitiba, 2005.

SCOTT, A. **Nonlinear Science**. New York: Oxford, 1999.

SILVA FILHO, Hamilton Simões da. “O problema de Cauchy para uma equação de Boussinesq generalizada.” Dissertação de mestrado, IMPA. Rio de Janeiro, 1996.

STEINSTRASSER, Carlos Eduardo. “Método difuso de Lax aplicado na solução das equações de Saint Venant.” Dissertação de Mestrado, UFPR, Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental, Curitiba: novembro, 2005.

SUDERHSA. Superintendência de desenvolvimento de recursos hídricos e saneamento ambiental. **Atlas de recursos hídricos do Estado do Paraná**. Curitiba, 1998. 27 p.



- TOLIKAS, Panagiotis K., Epaminondas G. SIDIROPOULOS & Christos D. TZIMOPOULOS. “A simple analytical solution for the Boussinesq one-dimensional groundwater flow equation”. **Water Resources Research**, v.20, n.1, p. 24-28, 2002.
- TOOD, David K. **Hidrologia de águas subterrâneas**. Nova York: Ed. Edgard Blücher Ltda, 1959. 319 p.
- TUCCI, Carlos E. M. **Hidrologia: ciência e aplicação**. Porto Alegre: Ed. da Universidade. ABRH. EDUSP, 1993. 943 p.
- VASCONCELOS, Sônia Maria S. “Avaliação da recarga subterrânea através da variação do nível potenciométrico no aquífero Dunas/Paleodunas, Fortaleza, Ceará.” **RBRH – Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v.10, n.2, p. 49-57, abr./jun. 2005.
- VERHOEST, N. E. & P. A. TROCH. “ Some analytical solutions of the linearized Boussinesq equation with recharge for a sloping aquifer.” **Water Resources Research**, v.36, p. 793-800, 2000.
- WITTENBERG, H. & M. SIVAPALAN. “Watershed groundwater balance estimation using streamflow recession analysis and baseflow separation”. **Journal of Hydrology**, v.219, p. 20-33, 1999.

## **APÊNDICE A – EQUAÇÕES DE BOUSSINESQ**

## EQUAÇÕES DE BOUSSINESQ

Joseph Boussinesq (1842-1929) nasceu em Saint-André de Sangonis na França, realizou importantes contribuições teóricas no estudo de diversos fenômenos físicos (CIRILO *et. al.* , 2003). Na literatura científica encontrou-se com a denominação da equação de Boussinesq para três modelos matemáticos com objetivos distintos, podendo causar uma certa confusão no leitor.

Por volta de 1870, Boussinesq (SILVA FILHO, 1996) desenvolveu alguns modelos de equação para a propagação de ondas com pequenas amplitudes na superfície da água. Tais equações possuem soluções chamadas de ondas solitárias e a teoria de Boussinesq foi a primeira a dar uma explicação científica satisfatória do fenômeno de ondas solitárias descoberto por John Scott Russel em 1834 (SCOTT, 1999). A maioria dos modelos de equação de onda na água possuem a característica de serem uma perturbação da equação de onda linear clássica, a qual considera efeitos pequenos de não linearidade e dispersão. A equação de Boussinesq que descreve este fenômeno tem a seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 u^2}{\partial x^2} = 0, \quad (\text{A-1})$$

sendo  $u$  o deslocamento da superfície livre.

A equação que descreveu o escoamento de fluido viscoso, que também recebe o nome de equações de Boussinesq, tem a seguinte forma (LI, 2003):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \theta &= \alpha \Delta \theta \\ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} + \vec{\nabla} p &= \begin{pmatrix} 0 \\ \theta \end{pmatrix} + \nu \Delta \vec{v} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{v} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (\text{A-2})$$

onde  $\theta$  é a temperatura,  $\vec{v} = (v_1, v_2)$  é a velocidade,  $p$  a pressão,  $\alpha$  é a difusividade

térmica e  $\nu$  a viscosidade cinemática. Nas equações (A-2),  $\bar{\nabla}$  é o operador delta, definido como:

$$\bar{\nabla} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x_1} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial x_2} \quad \text{e} \quad (\text{A-3})$$

$\Delta$  é o operador laplaciano, definido por:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}. \quad (\text{A-4})$$

Finalmente, a equação de Boussinesq que é utilizada para descrever o estudo de VERHOEST & TROCH (2000) e PAUWELS *et al* (2002), usado nesta dissertação tem a seguinte forma:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k}{f} \left[ \cos \theta \frac{\partial}{\partial x} \left( h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \sin \theta \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{N_0}{f}. \quad (\text{A-5})$$

sendo  $N_0$  [L/T] a constante de recarga que varia com o tempo,  $f$  [adimensional] a porosidade,  $k$  [L/T] a condutividade hidráulica,  $h$  [L] a altura do nível de água no aquífero, perpendicular a linha impermeável do aquífero,  $x$  [L] a coordenada paralela a linha impermeável,  $t$  [T] o tempo e  $\theta$  [radianos] o ângulo de inclinação do aquífero. Nesta dissertação faz-se uso da equação de Boussinesq não linearizada, considerando um processo não-estacionário e unidimensional.

**APÊNDICE B – CONSTANTE DE RECARGA**

**LISTAGEM DO PROGRAMA**

program prmd;  
 (\*Determinação da parcela média (12h) da precipitação infiltrada.

Limites:

50 estações pluviométricas.  
 21 anos (vet1).  
 5000 coordenadas da bacia hidrográfica.

Autores: Eloy Kaviski  
 Silvia Maria Maximiano

Versão: 11/2005\*)

uses

winCRT;

type

vet1 = array[0..20,1..12,1..62] of single;  
 vet2 = array[1..50] of longint;  
 vet3 = array[1..200] of single;  
 vet4 = array[1..20] of single;  
 vet5 = array[1..200] of byte;  
 vet6 = array[0..30,1..12] of byte;  
 vet7 = array[0..5000] of single;  
 vet8 = array[0..30,0..12] of single;

var

p, sfator : array[1..50] of ^vet1;  
 pm, npto : ^vet1;  
 pmes : ^vet8;  
 ndias : vet6;  
 codp : vet2; { Código estações plu. }  
 ep : vet5;  
 latp, { Coord. estações plu. }  
 lonp : vet3;  
 latb, { Coord. contorno bacia }  
 lonb : ^vet7;  
 np, { tamanho vetor p }  
 nep, { n. est. plu. }  
 npb, { n. coord. bacia }  
 nper : integer;  
 ano1, ano2 : word;  
 xcg, ycg, sent, cost, area, carea, raio : single;  
 ita, txt, lst : text;  
 mt, i, j : integer;

```

rc      : boolean;
bac     : string[3];

```

```

procedure transfor(var x:single);
{Transforma ggmms em não decimal}
{ entrada: gg.mmss; saída: gg+mm/60+ss/3600. }
var
  g,ms,m,s : integer;

begin
  g := trunc(x);
  ms := trunc(10000.0*(x - g));
  m := ms div 100;
  s := ms mod 100;

  x := g + (m + (s/60.0))/60.0;
end;

```

```

procedure dias;
{Determinação do número de dias de cada mês e ano do período analisado}

```

```

var
  a,m : integer;

```

```

const
  d : array[1..12] of byte = (31,28,31,30,31,30,31,31,30,31,30,31);

```

```

begin
  for a := 0 to 30 do
    begin
      for m := 1 to 12 do
        ndias[a,m] := 2*d[m];
        if ((a+ano1) mod 4) = 0
        then
          ndias[a,2] := 58;
        end;
      end;
    end;
end;

```

```

procedure fantolli(var prec,drec,i,pmd:single);
{Aplicação do método de Fantolli para o cálculo da precipitação escoada
superficialmente e infiltrada}

```

```

var
  aux : double;

```

```

c : single;

const
  ap : single = 0.106;
  p  : single = 0.8;
  ag : single = 300.0; { mm*10 }

begin
  i := prec + p*i;
  if i > ag
  then
    begin
      aux := 0.1*(i - ag);
      c   := ap*exp(0.3333333*ln(aux));
      drec := c*prec;
      pmd  := prec - drec;
    end
  else
    begin
      drec := 0.0;
      pmd  := prec;
    end
  end;

procedure lerplu(var nc:integer);
{Leitura e preparação para uso dos dados pluviométricos – duas leituras diárias}

var
  a,m,d : word;
  nome  : string;
  s     : string[7];
  cod,
  valor : longint;
  arq,
  acod  : text;
  x     : array[1..300] of char;
  sl    : string;
  i     : integer;

function valox(i1,i2:integer):longint;
{Transforma caractere em número}

var
  i : integer;

```



```

p,s : longint;

begin
  s := ord(x[i2]) - 48;
  p := 10;
  for i := i2-1 downto i1 do
    begin
      s := s + p*(ord(x[i]) - 48);
      p := 10*p;
    end;

  valox := s;

end;

begin
  assign(acod,'c:\eloy\chuvass\estplu.txt');
  reset (acod);

  nc := 0;
  repeat

    nc := nc + 1;

    for a := 0 to 20 do
      for m := 1 to 12 do
        for d := 1 to 62 do
          p[nc]^a,m,d := 1.0e6;

        readln(acod,codp[nc],latp[nc],lonp[nc]);

        transfor(latp[nc]);
        transfor(lonp[nc]);

        str(codp[nc],s);

        writeln(nc:2,' ',codp[nc],latp[nc]:10:5,lonp[nc]:10:5);

        assign(arq,'c:\eloy\chuvass\0'+s+'.txt');
        reset (arq);

        repeat
          for i := 1 to 264 do
            read(arq,x[i]);

```

```

valor := valox(1,8);
if valor <> codp[nc]
then
begin
writeln(codp[nc]:10,valor:10,' ',x[9],x[10],x[11],x[12],' ',x[13],x[14]);
readln;
end;

```

```

a := valox(9,12);
if (a >= ano1) and (a <= ano2)
then
begin
m := valox(13,14);
for d := 1 to ndias[a-ano1,m] do
begin
i := 11 + 4*d;
valor := valox(i,i+3);
if valor < 7000
then
p[nc]^[a-ano1,m,d] := valor;
end;
end;

```

```
until eof(arq);
```

```
close(arq);
```

```
until eof(acod);
```

```
close(acod);
```

```
end;
```

```
procedure sel_eplu1;
```

{Seleção das estações pluviométricas usadas no cálculo da precipitação média – método 1}

```
var
```

```
i : integer;
```

```
d : single;
```

```
begin
```

```
writeln(lst,'sel_eplu1');
```

```

repeat
  np := 0;
  raio := 1.1025*raio;

  for i := 1 to nep do
    begin
      d := sqr(xcg-latp[i]) + sqr(ycg-lonp[i]);
      if d < raio
        then
          begin
            np := np + 1;
            ep[np] := i;
          end;
        end;

      writeln(lst,np:5,raio:15:5);

    until np > 2;

  for i := 1 to np do
    writeln(lst,i:4,ep[i]:4);

  end;

```

procedure sel\_eplu2;  
 {Seleção das estações pluviométricas usadas no cálculo da precipitação média –  
 método 2}

```

var
  x,y,dx,dy,
  xmin,xmax,
  ymin,ymax : single;
  i          : integer;

begin
  writeln(lst,'sel_eplu2');

  xmin := 1.0e30;
  ymin := 1.0e30;
  xmax := -1.0e30;
  ymax := -1.0e30;

  for i := 1 to npb do
    begin

```

```

x := lonb^[i]*cost + latb^[i]*sent;
y := latb^[i]*cost - lonb^[i]*sent;

if x < xmin
  then
    xmin := x;

if x > xmax
  then
    xmax := x;

if y < ymin
  then
    ymin := y;

if y > ymax
  then
    ymax := y;

end;

dx := (xmax - xmin)/20.0;
dy := (ymax - ymin)/20.0;
repeat
  np := 0;
  xmin := xmin - dx;
  ymin := ymin - dy;
  xmax := xmax + dx;
  ymax := ymax + dy;

for i := 1 to nep do
  begin
    x := lonp[i]*cost + latp[i]*sent;
    y := latp[i]*cost - lonp[i]*sent;

    if (x >= xmin) and (x <= xmax) and
      (y >= ymin) and (y <= ymax)
      then
        begin
          np := np + 1;
          ep[np] := i;
        end;

end;

end;

```

```

writeln(lst);
writeln(lst,xmin:9:2,xmax:9:2,ymin:9:2,ymax:9:2,np:4);

until np > 2;

for i := 1 to np do
  writeln(lst,i:4,ep[i]:4);

end;

procedure lerbac;
{Leitura do contorno da bacia hidrográfica}

var
  arq : text;
  s   : string;
  i   : longint;

begin
  assign(arq,'c:\eloy\chuvas\bac'+bac+'.txt');
  reset (arq);

  readln(arq,s);

  npb := 0;
  repeat

    npb := npb + 1;
    readln(arq,i,latb^[npb],lonb^[npb]);

    transfor(latb^[npb]);
    transfor(lonb^[npb]);

  until eof(arq);

  close(arq);

end;

procedure precmed;
{Cálculo da precipitação média para as duas leituras de todos os dias do período
analizado}

var
  aux,

```

```

alat,alon,
lat,lon,
latmin,
latmax  : single;
i1,j1,k1,
i,j,k,m,d : integer;
lonk    : vet4;
fora    : boolean;
db,sp,sd : double;
nd,s    : single;
ian     : integer;
aaa     : array[1..2] of integer;
fator   : vet3;
drec,irec,
pmd     : single;

begin
  nd := 50;

  for i1 := 0 to ano2-ano1 do
    for m := 1 to 12 do
      for d := 1 to 62 do
        begin
          pm^[i1,m,d] := 0.0;
          npto^[i1,m,d] := 0;
          for k1 := 1 to np do
            sfator[k1]^[i1,m,d] := 0.0;
          end;

          {Determinação do retângulo que circunscreve a bacia hidrográfica}
          latmin := lonb^[1];
          latmax := lonb^[1];

          for i := 2 to npb do
            if latmin > lonb^[i]
            then
              latmin := lonb^[i]
            else
              if latmax < lonb^[i]
              then
                latmax := lonb^[i];

          alon := (latmax - latmin)/nd;

          latmin := latb^[1];

```

```

latmax := latb^[1];

for i := 2 to npb do
  if latmin > latb^[i]
  then
    latmin := latb^[i]
  else
    if latmax < latb^[i]
    then
      latmax := latb^[i];

alat := (latmax - latmin)/nd;

lat      := latmin + alat/2.0;
latb^[np+1] := latb^[1];
lonb^[np+1] := lonb^[1];

{Determinação de malha de pontos interiores do contorno da bacia hidrográfica}
while lat < latmax do
  begin
    writeln(latmin:10:4,lat:10:4,latmax:10:4);

    k := 0;
    for i := 2 to npb+1 do
      if ((lat >= latb^[i-1]) and (lat < latb^[i])) or
        ((lat < latb^[i-1]) and (lat >= latb^[i]))
      then
        begin
          k := k + 1;
          if abs(latb^[i]-latb^[i-1]) > 1.0e-10
          then
            lonk[k] := lonb^[i-1] + (lonb^[i]-lonb^[i-1])*(lat-latb^[i-1])/
              (latb^[i]-latb^[i-1])
          else
            begin
              lonk[k] := lonb^[i-1];
              k := k + 1;
              lonk[k] := lonb^[i];
            end;
          end;
        end;

    for i := 2 to k do
      for j := i to k do
        if lonk[i-1] > lonk[j]
        then

```







```

else
  pm^[i1,m,d] := 999999.0;
end;

irec := 150.0;
for i1 := 0 to ano2-ano1 do
  for m := 1 to 12 do
    for d := 1 to ndias[i1,m] do
      begin
        writeln (ita);
        fantolli(pm^[i1,m,d],drec,irec,pmd);
        write (ita,(i1+ano1):5,m:3,d:3,pm^[i1,m,d]:10:3,drec:10:3,pmd:10:3,np:4);
        s := 0.0;
        for k1 := 1 to np do
          begin
            {write(ita,ep[k1]:4,sfator[k1]^[i1,m,d]:10:7); }
            s := s + sfator[k1]^[i1,m,d];
          end;
        write(ita,s:12:7);
        if abs(s-1.0) > 1.0e-4
          then
            writeln((i1+ano1):4,m:3,d:3,s:10:4);
        end;
      end;
    end;
  end;
end;

```

procedure centgrav;

{Determinação do centro de gravidade da bacia hidrográfica usada no processo de seleção de estações pluviométricas}

var

```

i   : integer;
rmin,
rmax,
d   : single;

```

begin

```

xcg := 0.0; { longitude }
ycg := 0.0; { latitude }
area := 0.0;

```

```

latb^[npb+1] := latb^[1];
lonb^[npb+1] := lonb^[1];
for i := 1 to npb do
  begin

```

```

area := area + (latb^[i+1]-latb^[i])*(lonb^[i] + lonb^[i+1])/2.0;
ycg := ycg + (lonb^[i+1]-lonb^[i])*(sqr(latb^[i]) + sqr(latb^[i+1]))/4.0;
xcg := xcg + (latb^[i+1]-latb^[i])*(sqr(lonb^[i]) + sqr(lonb^[i+1]))/4.0;
end;

```

```

area := abs(area);
xcg := abs(xcg)/area;
ycg := abs(ycg)/area;

```

```

rmax := 0.0;
for i := 1 to npb do
begin
d := sqr(xcg-lonb^[i]) + sqr(ycg-latb^[i]);
if d > rmax
then
begin
rmax := d;
d := sqrt(d);
sent := (latb^[i]-ycg)/d;
cost := (lonb^[i]-xcg)/d;
end;
end;

```

```

rmin := 1.0e30;
for i := 1 to npb do
begin
d := sqr(xcg-lonb^[i]) + sqr(ycg-latb^[i]);
if d < rmin
then
rmin := d;
end;

```

```

if (rmin/rmax) > 0.49 { rmin >= 0.7*rmax }
then
begin
mt := 1;
raio := rmax;
exit;
end;

```

```

{ writeln(sent:10:5,cost:10:5); }
mt := 2;

```

```

end;

```

```

procedure impr1;
{Armazenamento dos resultados}

var
  i,m,d,k1 : integer;
  pmlp     : single;

begin
  writeln(lst);
  for i := 1 to 80 do
    write(lst,'-');

  writeln(lst);
  writeln(lst,' - N.est.plu.',np:3);
  writeln(lst,'Area: ',area*careas:12:2,' - C.G.: ',xcg:10:3,ycg:10:3);
  for i := 1 to np do
    begin
      if ((i-1) mod 8) = 0
      then
        writeln(lst);
        write(lst,'0',codp[ep[i]]:7,' ');
      end;

  pmlp := 0.0;
  for i := 0 to ano2-ano1 do
    begin
      pmes^[i,0] := 0.0;
      for m := 1 to 12 do
        begin
          pmes^[i,m] := 0.0;
          for d := 1 to ndias[i,m] do
            if pm^[i,m,d] < 90000.0
            then
              pmes^[i,m] := pmes^[i,m] + pm^[i,m,d];
            pmes^[i,0] := pmes^[i,0] + pmes^[i,m];
          end;
          pmlp := pmlp + pmes^[i,0];
        end;

  pmlp := pmlp/(ano2-ano1+1.0);

  writeln(lst);
  writeln(lst);
  writeln(lst,'Média de Longo período: ',0.1*pmlp:10:2);
  for i := 0 to ano2-ano1 do

```

```

begin
  writeln(lst);
  write (lst,(ano1+i):5);
  for m := 1 to 12 do
    write(lst,0.1*pmes^[i,m]:8:2);
    write(lst,0.1*pmes^[i,0]:10:2);
  end;

  writeln(lst);
  for i := 0 to ano2-ano1 do
    for m := 1 to 12 do
      for d := 1 to ndias[i,m] do
        begin
          writeln(lst);
          write(lst,(i+ano1):5,m:3,d:3,pm^[i,m,d]:7:0,np:4);
          write((i+ano1):5,m:3,d:3,pm^[i,m,d]:7:0,np:4);
          for k1 := 1 to np do
            write(lst,ep[k1]:4,' 0',codp[ep[k1]]:7,sfator[k1]^[i,m,d]:10:7);
          end;
        end;
      end;
    end;
  end;

begin
  {Programa principal}
  new(pm);
  new(npto);
  new(latb);
  new(lonb);
  new(pmes);
  for i := 1 to 50 do
    begin
      new(sfator[i]);
      new(p[i]);
    end;
  end;

  bac := 'dir';
  ano1 := 1985;
  ano2 := 2005;

  {carea := sqr(40009.1/360.0)*cos(xcg*pi/180.0); }
  carea := 24.5*26.85*16.0;

  dias;

  lerplu(nep);

```

```
assign (lst,'c:\eloy\chuvas\prmd_'+bac+'.lst');
rewrite(lst);

assign (ita,'c:\eloy\chuvas\prmd_'+bac+'.ita');
rewrite(ita);

writeln(lst,'Precipitação Média. Período analisado: ',ano1:5,ano2:5);
writeln(lst);

lerbac;

writeln(nep:5,npb:5,ano1:5,ano2:5);

centgrav;

writeln(xcg,ycg);
writeln(area*carea,raio,mt:4);

if mt = 1
  then
    sel_eplu1
  else
    sel_eplu2;

writeln(np);
(*)
close(lst);
close(ita);

halt;
*)
precmed;

impr1;

close(lst);
close(ita);

end.
```

**APÊNDICE C – ALTURA DO NÍVEL DA ÁGUA NO AQÜÍFERO**

**VALIDAÇÃO DO MÉTODO**

**LISTAGEM DO PROGRAMA**

```

program altura_h;

  {Determinação da altura h do nível de água do aquífero

    autores: Silvia Maria Maximiano
            Eloy Kaviski

    constante de recarga = 0
    inclinação = 0,002
    período de 410h à 1410h      }

uses wincrt;

const

  dx : double = 0.5;
  dt : double = 0.1;

type

  vet = array [0..200,0..1]of double;
  ptr = ^ vet;

var

  h          : ptr; {dh/dt}
  i,j,m,aux  : longint; {i --> distância horizontal (m), j,m --> tempo (s)}
  n,ka,nr    : double; {nr=constante de recarga (mm/h), ka=condutividade
                        hidráulica (m/s)}
  f,tta      : double; {f=porosidade, tta=ângulo de inclinação}
  dx2,a,b,t  : double;
  a1, b1, c1 : double;
  costta, sintta: double;
  tgta       : double;
  arq, arq2  : text; {arquivo de saída}

begin

  assign (arq, 'h.txt');
  assign (arq2, 'b.txt');
  rewrite (arq);
  reset (arq2);
  new (h);

  ka := 0.0008;

```



```

f := 0.34;
nr := 0; {valor alterado por período}
tta := 0.002;

a := ka/f;
b := dt/dx;
a1 := a*b;
n := nr*(0.001/3600);
costta := cos(tta);
sintta := sin(tta);
tgta := sintta/costta;
b1 := costta/dx;
c1 := (dt/f)*n;
dx2 := 0.5*dx;

{condições de iniciais}
if eof(arq2) then
begin {se não tiver o arquivo, deve-se calcular}
  aux := 1;
  for i:=0 to 200 do
    h^[i,0] := (1-(tgta/200)*(sqr(i*dx)));
  end
else
begin {se tiver o arquivo, carrega-se o conteúdo para h}
  readln (arq2, aux); {carrega o último valor de j}
  aux := aux+1;
  for i:=0 to 200 do
    read (arq2, h^[i,0]);
  end;

close(arq2);

{grava todos os valores de h}
writeln (arq, 1476); {aux é igual ao j}

for i:=0 to 200 do
begin
  if i mod 20 = 0 then
    write (arq, h^[i,0]:9:5);
  end;
writeln(arq);

{cálculo de h}

```

```

for j:=aux to 5076 do {looping de tempo}
begin
  writeln(arq);
  for m:=1 to 10000 do
  begin

    for i:=1 to 199 do {looping de largura = 100 m}
    begin
      h^[i,1] := h^[i,0]+(a1*((b1*(((h^[i+1,0]+h^[i,0])/2))*(h^[i+1,0]-h^[i,0]))-
      (((h^[i,0]+h^[i-1,0])/2))*(h^[i,0]-h^[i-1,0])))))+(sintta*(h^[i+1,0]-
h^[i,0]))))+(c1);
      end;

      {condições de contorno}
      h^[0,0] := 1;
      h^[200,0] := h^[199,0]+dx*(-(tgтта));

      {preparação da matriz para a próxima iteração}
      for i:=1 to 199 do
      h^[i,0] := h^[i,1];

      end;

      {backup de valores}
      assign (arq2, 'b2.txt');
      rewrite (arq2);
      writeln (arq2, j);
      for i:=0 to 200 do
      writeln (arq2, h^[i,0]:9:5);
      writeln (arq2, j);
      close(arq2);

      {grava todos os valores de h}
      writeln (arq, j);

      for i:=0 to 200 do
      begin

        if i mod 20 = 0 then
          write (arq, h^[i,0]:9:5);

        end;

      writeln(arq);
      end;

```

```
close(arq);  
end.
```

## **APÊNDICE D – ESTAÇÕES FLUVIOMÉTRICAS**

| Cód. ANEEL | Estação                | Município        | Rio  | Bacia | Área de Drenagem      | Latitude    | Longitude   | Altitude | Entidade | Data inst. |
|------------|------------------------|------------------|------|-------|-----------------------|-------------|-------------|----------|----------|------------|
| 64685000   | PORTO PARAISO DO NORTE | Paraíso do Norte | Ivaí | Ivaí  | 28427 Km <sup>2</sup> | 23° 19' 23" | 52° 39' 52" | 268,00 m | ANA      | 23/5/1952  |
| 64689005   | TAPIRA JUSANTE         | Santa Mônica     | Ivaí | Ivaí  | 31956 Km <sup>2</sup> | 23° 13' 52" | 53° 03' 08" | 230,18 m | ANA      | 1/11/1990  |
| 64693000   | NOVO PORTO TAQUARA     | Douradina        | Ivaí | Ivaí  | 34432 Km <sup>2</sup> | 23° 11' 58" | 53° 18' 56" | 212,77 m | ANA      | 12/7/1974  |

## **APÊNDICE E – ESTAÇÕES PLUVIOMÉTRICAS**

| Cód. ANEEL | Estação                          | Município            | Bacia          | UTM (SAD - 69) |           | Altitude (m) | Entidade | Data inst. |
|------------|----------------------------------|----------------------|----------------|----------------|-----------|--------------|----------|------------|
|            |                                  |                      |                | Norte (m)      | Este (m)  |              |          |            |
| 02252025   | FAZENDA NOVO MATÃO               | Guairaçá             | Ivaí           | 7460875,78     | 315443,44 | 460          | SUDERHSA | 13/8/1975  |
| 02252026   | GUAIRAÇÁ                         | Guairaçá             | Paranapanema 4 | 7464709,05     | 327394,16 | 530          | SUDERHSA | 9/8/1975   |
| 02253013   | FAZENDA ERECHIM                  | Loanda               | Paranapanema 4 | 7462440,47     | 291515,33 | 488          | SUDERHSA | 13/8/1975  |
| 02352000   | PORTO PARAISO DO NORTE           | Rondon               | Ivaí           | 7419603,59     | 329562,41 | 250          | ANEEL    | 1/3/1953   |
| 02352017   | ESTAÇÃO CRIAÇÃO ESTADO - PARANAÍ | Paranaíba            | Ivaí           | 7446557,35     | 353217,08 | 480          | IAPAR    | 01/07/1971 |
| 02352036   | PORTO SÃO CARLOS                 | São Carlos do Ivaí   | Ivaí           | 7415397,16     | 344237,74 | 293          | SUDERHSA | 16/12/1975 |
| 02352042   | OURO VERDE                       | Tapejara             | Ivaí           | 7381118,96     | 298467,44 | 447          | SUDERHSA | 7/1/1976   |
| 02352043   | BERNADELLI                       | Rondon               | Ivaí           | 7392520,10     | 311186,66 | 500          | SUDERHSA | 16/12/1975 |
| 02352044   | INDIANÓPOLIS                     | Indianópolis         | Ivaí           | 7401998,08     | 326247,15 | 501          | SUDERHSA | 16/12/1975 |
| 02352046   | CIDADE GAUCHA                    | Cidade Gaúcha        | Ivaí           | 7412743,10     | 302434,36 | 400          | SUDERHSA | 17/12/1975 |
| 02352050   | PLANALTINA DO PARANÁ             | Planaltina do Paraná | Ivaí           | 7452658,04     | 303071,21 | 433          | SUDERHSA | 15/12/1975 |
| 02352051   | AMAPORÃ                          | Amaporã              | Ivaí           | 7446162,69     | 317360,51 | 450          | SUDERHSA | 15/12/1975 |
| 02352052   | DEPUTADO JOSÉ AFONSO             | Paranaíba            | Ivaí           | 7446303,47     | 329284,73 | 450          | SUDERHSA | 14/12/1975 |
| 02353001   | SANTA ISABEL DO IVAÍ             | Santa Isabel do Ivaí | Ivaí           | 7454057,98     | 275651,37 | 400          | ANEEL    | 1/10/1957  |
| 02353004   | CRUZEIRO DO OESTE                | Cruzeiro do Oeste    | Ivaí           | 7368812,15     | 287820,35 | 480          | SUDERHSA | 7/2/1957   |
| 02353023   | MARIA HELENA                     | Maria Helena         | Ivaí           | 7387454,77     | 275098,86 | 372          | SUDERHSA | 17/12/1975 |
| 02353028   | VILA CARBONELLA                  | Maria Helena         | Ivaí           | 7393819,82     | 263055,88 | 455          | SUDERHSA | 9/1/1976   |
| 02353029   | NOVA OLIMPIA                     | Nova Olímpia         | Ivaí           | 7401145,16     | 287178,82 | 453          | SUDERHSA | 16/12/1975 |
| 02353033   | DOURADINA                        | Douradina            | Ivaí           | 7414035,68     | 266622,25 | 450          | SUDERHSA | 15/12/1975 |
| 02353034   | TAPIRA                           | Tapira               | Ivaí           | 7419563,39     | 288333,56 | 401          | SUDERHSA | 16/12/1975 |
| 02353038   | SAO JOSÉ DO IVAÍ                 | Santa Isabel do Ivaí | Ivaí           | 7441806,09     | 271309,05 | 400          | SUDERHSA | 15/12/1975 |
| 02353041   | APARECIDA DO IVAÍ                | Santa Mônica         | Ivaí           | 7434704,59     | 288458,88 | 300          | SUDERHSA | 1/7/1974   |

**APÊNDICE F – ALTURA DO NÍVEL DA ÁGUA NO AQUÍFERO**

**ESTUDO DE CASO**

**LISTAGEM DO PROGRAMA**



```

program altura_h_lado_direito;

{Cálculo da altura h do nível de água no aquífero.
  LADO DIREITO DA INCREMENTAL

autores: Silvia Maria Maximiano
        Eloy Kaviski          }

uses wincrt;

const

  dx : double = 100; {m}
  dt : double = 3600; {1 h}
  l  : double = 26600; {m} {L = 26,6 km}

type

  vet = array [0..266,0..1] of double;
  ptr = ^ vet;

var

  h          : ptr; {dh/dt}
  i,j,aux    : longint; {i --> distância horizontal (m), j,m --> tempo (s)}
  n,ka,nr    : double; {nr=constante de recarga ( mm * 10 / 12 h),
                       ka=condutividade hidráulica (m/s)}
  f,ttta    : double; {f=porosidade, ttta=ângulo de inclinação}
  a, b, t    : double;
  a1,b1,c1   : double;
  costta, sintta : double;
  tgta       : double;
  linha,ano,nrs : string;
  erro, per   : integer;
  arq,arq2,arq3: text; {arquivo de saída}

begin

  assign (arq, 'h.txt');
  assign (arq2, 'b.txt');
  assign (arq3, 'chuva.txt');
  rewrite (arq);
  reset (arq2);
  reset (arq3);

```

```

new (h);

{Parâmetros constantes}
ka := 0.00000589;
f := 0.105;

tta := 0;

a := ka/f;
b := dt/dx;
a1 := a*b;
costta := cos(tta);
sintta := sin(tta);
tgta := sintta/costta;
b1 := costta/dx;

{condições de iniciais}
if eof(arq2) then
begin {se não tiver o arquivo, deve-se calcular}
for i:=0 to 266 do
h^[i,0] := (1-(((6/l)-(2*tgta))/(2*l))*(sqr(i*dx)))+(((2-(1*tgta))/
(sqr(l)*l))*(sqr(i*dx)*(i*dx)));
end
else
begin {se tiver o arquivo, carrega-se o conteúdo para h}
for i:=0 to 266 do
read (arq2, h^[i,0]);
end;

close(arq2);

repeat
{carrega valores da chuva}
readln (arq3, linha);
ano := copy(linha,2,7); {pega o ano, mês}
nrs := copy(linha,10,2); {pega o periodo}
val(nrs,per,erro);
nrs := copy(linha,32,10); {pega o valor do nr para o periodo de 12 horas}
val(nrs,nr,erro);
n := nr*(0.0001/(12*3600));
c1 := (dt/f)*n;

{cálculo de h}

```

```

for j:=1 to 12 do {looping de tempo = 12 horas}
begin

    for i:=1 to 265 do {looping de largura = 26600 m}
    begin
        
$$h^{[i,1]} := h^{[i,0]} + (a1 * ((b1 * (((((h^{[i+1,0]} + h^{[i,0]}) / 2)) * (h^{[i+1,0]} - h^{[i,0]}) - (((h^{[i,0]} + h^{[i-1,0]}) / 2)) * (h^{[i,0]} - h^{[i-1,0]}) + (sintta * (h^{[i+1,0]} - h^{[i,0]}) + c1))))))$$

    end;

    {condições de contorno}
    h^[0,0] := 1;
    h^[266,0] := h^[265,0] + dx * (- (tgta));
    if h^[266,0] < 0 then
        h^[266,0] := 0;

    {preparação da matriz para a próxima iteração}
    for i:=1 to 266 do
        h^[i,0] := h^[i,1];

    {grava todos os valores de h}
    write (arq, ano, (per/2):3:0, (((1 - (per mod 2)) * 12) + j):3);

    for i:=0 to 5 do
        write (arq, h^[i,0]:9:4);
    for i:=6 to 266 do
        begin
            if i mod 14 = 0 then
                write (arq, h^[i,0]:9:4);
            end;
            writeln(arq);
        end;
    until eof(arq3);

    {backup de valores}
    assign (arq2, 'b2.txt');
    rewrite (arq2);
    for i:=0 to 266 do
        writeln (arq2, h^[i,0]:9:4);
    close(arq2);
    close(arq);
    close(arq3);
end.

```

```

program altura_h_lado_esquerdo;

{Cálculo da altura h do nível de água no aquífero.
 LADO ESQUERDO DA INCREMENTAL

autores: Silvia Maria Maximiano
        Eloy Kaviski          }

uses wincrt;

const

dx : double = 100; {m}
dt : double = 3600; {1 h}
l  : double = 32700; {m} {L = 32,7 km}

type

vet = array [0..327,0..1]of double;
ptr = ^ vet;

var

h          : ptr; {dh/dt}
i,j,aux    : longint; {i --> distância horizontal (m), j,m --> tempo (s)}
n,ka,nr    : double; {nr=constante de recarga ( mm * 10 / 12 h),
                    ka=condutividade hidráulica (m/s)}
f,tta      : double; {f=porosidade, tta=ângulo de inclinação}
a, b, t     : double;
a1,b1,c1    : double;
costta, sintta : double;
tgta       : double;
linha,ano,nrs : string;
erro, per   : integer;
arq,arq2,arq3 : text; {arquivo de saída}

begin

assign (arq, 'h.txt');
assign (arq2, 'b.txt');
assign (arq3, 'chuva.txt');
rewrite (arq);
reset (arq2);

```

```

reset (arq3);
new (h);

{Parâmetros constantes}
ka := 0.00000589;
f := 0.105;

tta := 0.001;

a := ka/f;
b := dt/dx;
a1 := a*b;
costta := cos(tta);
sintta := sin(tta);
tgta := sintta/costta;
b1 := costta/dx;

{condições de iniciais}
if eof(arq2) then
begin {se não tiver o arquivo, deve-se calcular}
for i:=0 to 327 do
h^[i,0] := (1-(((6/1)-(2*tgta))/(2*1))*(sqr(i*dx)))+(((2-(1*tgta))/
(sqr(1*1))*(sqr(i*dx)*(i*dx))));
end
else
begin {se tiver o arquivo, carrega-se o conteúdo para h}
for i:=0 to 327 do
read (arq2, h^[i,0]);
end;

close(arq2);

repeat
{carrega valores da chuva}
readln (arq3, linha);
ano := copy(linha,2,7); {pega o ano, mês}
nrs := copy(linha,10,2); {pega o periodo}
val(nrs,per,erro);
nrs := copy(linha,32,10); {pega o valor do nr para o periodo de 12 horas}
val(nrs,nr,erro);
n := nr*(0.0001/(12*3600));
c1 := (dt/f)*n;

{cálculo de h}

```

```

for j:=1 to 12 do {looping de tempo = 12 horas}
begin

    for i:=1 to 326 do {looping de largura = 26600 m}
    begin
        h^[i,1] := h^[i,0]+(a1*((b1*(((h^[i+1,0]+h^[i,0])/2))*h^[i+1,0]-
            h^[i,0]))-(((h^[i,0]+h^[i-1,0])/2))*h^[i,0]-h^[i-1,0])))+
            (sintta*(h^[i+1,0]h^[i,0])))+(c1);

    end;

    {condições de contorno}
    h^[0,0] := 1;
    h^[327,0] := h^[326,0]+dx*(-(tgta));
    if h^[327,0] < 0 then
        h^[327,0] := 0;

    {preparação da matriz pra próxima iteração}
    for i:=1 to 326 do
        h^[i,0] := h^[i,1];

    {grava todos os valores de h}
    write (arq,ano,(per/2):3:0,(((1-(per mod 2))*12)+j):3);

    for i:=0 to 5 do
        write (arq, h^[i,0]:9:4);
    for i:=6 to 327 do
        begin
            if i mod 3 = 0 then
                write (arq, h^[i,0]:9:4);
            end;
        writeln(arq);
        end;
    until eof(arq3);

    {backup de valores}
    assign (arq2, 'b2.txt');
    rewrite (arq2);
    for i:=0 to 327 do
        writeln (arq2, h^[i,0]:9:4);
    close(arq2);

```

```
close(arq);  
close(arq3);  
end.
```

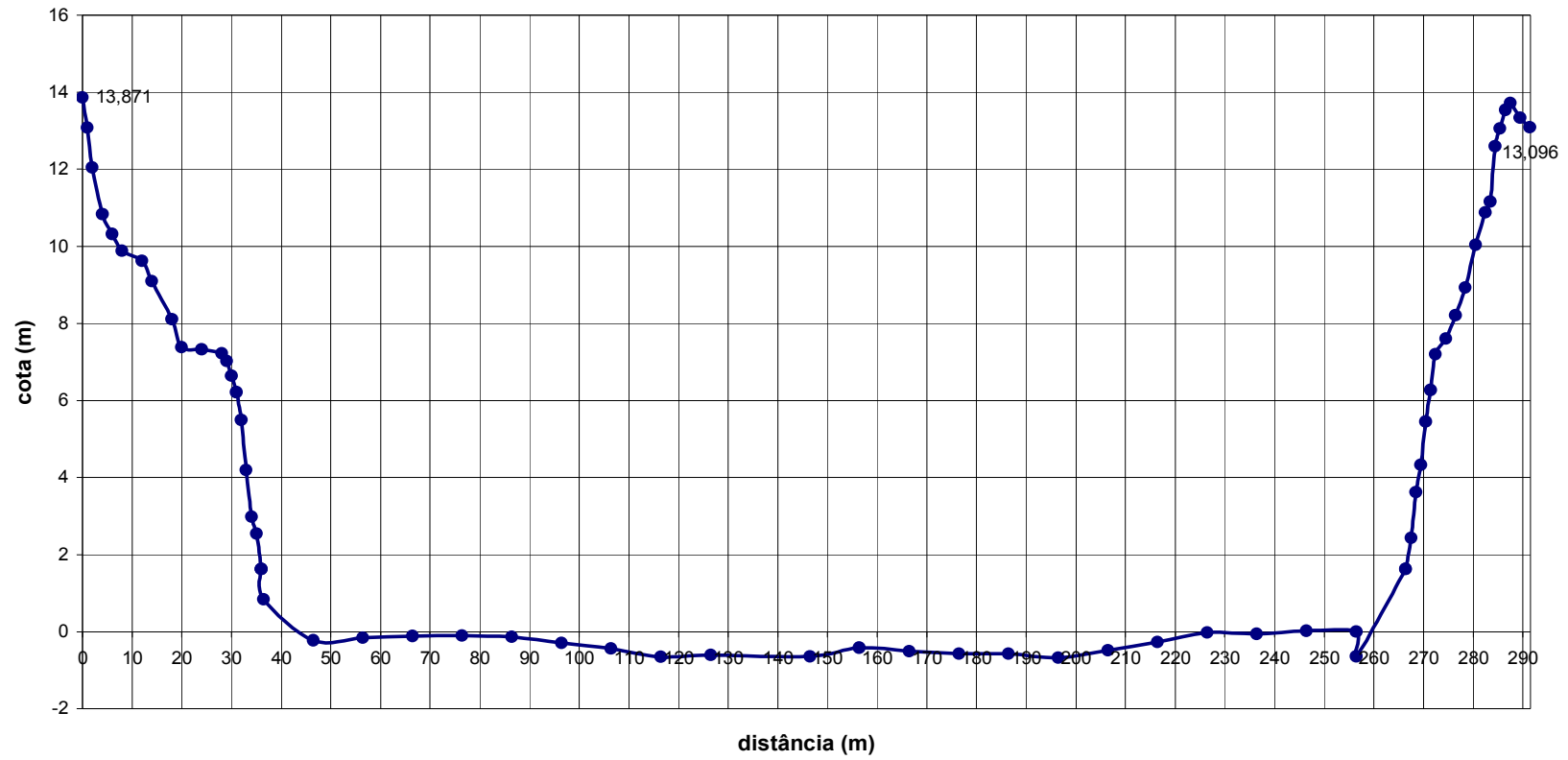
**APÊNDICE G – ESTAÇÕES FLUVIOMÉTRICAS**  
**SEÇÕES TRANSVERSAIS**



**Seção Transversal - estação 64685000**

data:16/10/2003

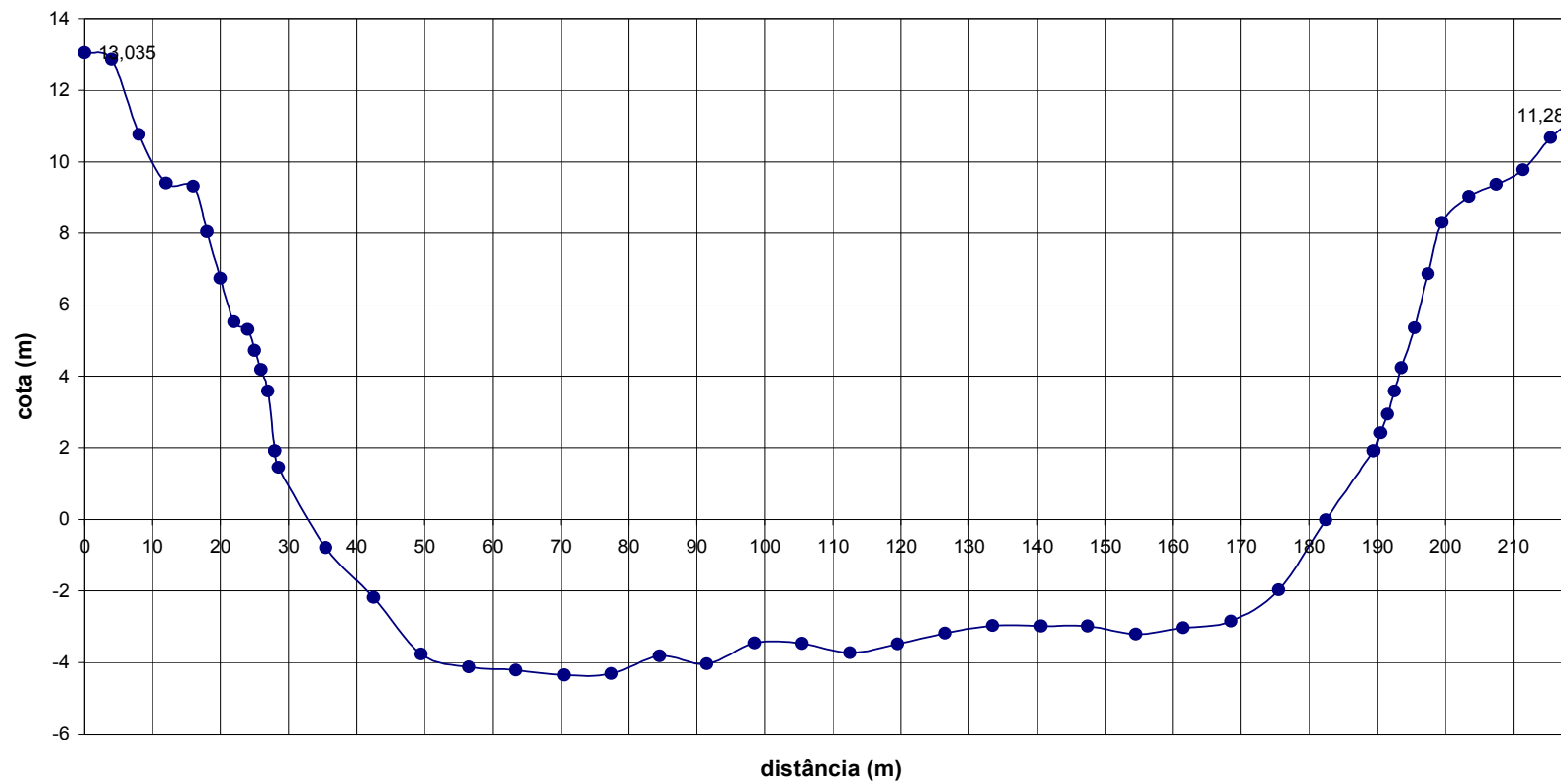
cota:162 cm



**Seção Transversal - estação 64689005**

data: 28/11/2003

cota: 192 cm



**Seção Transversal - estação 64693000**

data: 17/10/2003

cota: 247 cm

