Departamento de matemática
CM302 - Cálculo em Várias Variáveis Reais
1ª Lista de Exercícios
ERE4 - 2021

Mudança de Coordenadas:

1. Coordenadas Polares

> Seja um ponto de coordenadas polares (r, θ) para o sistema cartesiano usamos
> $x = r.\ cos\ \theta; y = r.\ sen\ \theta$

Exercício 1 Encontrar as coordenadas cartesianas do ponto cujas coordenadas polares são:

(a) $P_1 = (2, \dfrac{\pi}{3})$

(b) $P_2 = (4, \dfrac{-\pi}{3})$

(c) $P_3 = (9, \dfrac{2\pi}{3})$

(d) $P_4 = (1, 0)$

Exercício 2 Encontrar as coordenadas polares do ponto cujas coordenadas cartesianas são:

(a) $P_1 = (0, -1)$

(b) $P_2 = (0, 1)$

(c) $P_3 = (-1, 0)$

(d) $P_4 = (1, 1)$

Exercício 3 Transformar as seguintes equações para coordenadas polares:

(a) $x^2 + y^2 = 16$

(b) $y + x = 0$

(c) $x = 3$

(d) $x^2 + y^2 = 2x$

Exercício 4 Transformar as seguintes equações para coordenadas cartesianas:

(a) $r = \cos\theta$

(b) $r = a,\ a > 0$

(c) $\theta = \frac{\pi}{4}$

(d) $r = \frac{2}{1+\cos\theta}$

Exercício 5 Sejam P um ponto no gráfico $r\text{sen}\theta = 2$ e Q um ponto no gráfico $r = -2\cos\theta$. Determine a menor distância entre P e Q.

Exercício 6 Dados dois pontos $(1, \frac{\pi}{2})$ e $(1, \pi)$, determine a distância entre os dois pontos.

2. Coordenadas cilíndricas

Seja um ponto de coordenadas cilíndricas para o sistema cartesiano usamos

$x = r.\ cos\ \theta; y = r.\ seno\ \theta;\ z = z$ e para o contrário temos $r^2 = x^2 + y^2;\ tg\ \theta = \dfrac{y}{x};\ z = z$

Exercício 7 Mude de coordenadas cilíndricas para retangulares:

(a) $(4, \frac{\pi}{3}, -2)$

(b) $(2, -\frac{\pi}{2}, 1)$

(c) $(\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}, 2)$

(d) $(1, 1, 2)$

Exercício 8 Mude de coordenadas retangulares para cilíndricas.

(a) $(1, \sqrt{3}, -1)$

(b) $(3, -3, 2)$

(c) $(-\sqrt{2}, \sqrt{2}, 1)$

(d) $(2, 2, 2)$

Exercício 9 Escreva as equações em coordenadas cilíndricas.

(a) $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

(b) $z = x^2 - y^2$

(c) $2x^2 + 2y^2 - z^2 = 4$

(d) $2x - y + z = 1$

Exercício 10 Uma casca cilíndrica tem 20 cm de comprimento, com raio interno de 6 cm e raio externo 7cm. Escreva desigualdades que descrevam a casca em um sistema de coordenadas adequado. Explique como você posicionou o sistema de coordenadas em relação à casca.

Exercício 11 Determine a distância entre os dois pontos dados:

(a) $(1, \frac{\pi}{2}, 1)$ e $(1, \pi, 1)$

(b) $(1, \frac{\pi}{2}, 1)$ e $(1, \pi, 2)$

3. Coordenadas esféricas

As relações entre as coordenadas: $x = \rho\ sen\ \phi cos\ \theta; y = \rho\ sen\ \phi sen\ \theta; z = \rho\ cos\ \phi$ e as inversas $\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2};\ cos\ \phi = \dfrac{z}{\rho};\ cos\ \theta = \dfrac{x}{\rho\ sen\ \phi}$

Exercício 12 Marque o ponto cujas coordenadas esféricas são dadas. A seguir, encontre as coordenadas retangulares do ponto.

(a) $(6, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6})$

(b) $(3, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4})$

(c) $(2, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

(d) $(4, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3})$

Exercício 13 Transforme de coordenadas retangulares para esféricas.

(a) $(1, 0, -1)$

(b) $(\sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{2})$

(c) $(1, 0, \sqrt{3})$

(d) $(\sqrt{3}, -1, 2\sqrt{3})$

Exercício 14 Escreva a equação em coordenadas esféricas.

(a) $x^2 + y^2 + z^2 = 9$

(b) $x^2 - y^2 - z^2 = 1$

(c) $z = x^2 + y^2$

(d) $z = x^2 - y^2$

Exercício 15 Determine a distância entre os dois pontos dados:

(a) $(3, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4})$ e $(3, \pi, \frac{\pi}{4})$.

(b) $(3, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4})$ e $(3, \frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{4})$.

(c) $(3, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4})$ e $(3, \pi, \frac{3\pi}{4})$.