Expoentes

JCE048 \ JCE023

Prof.º Carlos Galvão

Campus Avançado em Jandaia do Sul
Universidade Federal do Paraná

Esta obra tem a licença Creative Commons "Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional".

Potenciação

base

expoente

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ parcelas}}$$

Potenciação

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ parcelas}}$$

base

expoente

Propriedades:

- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ pois $a^n \cdot a^m = \underbrace{\underbrace{a \cdots a}_{n \text{ parcelas}} \cdot \underbrace{a \cdots a}_{m \text{ parcelas}}}_{n+m \text{ parcelas}}.$

Potenciação

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots \cdot a}_{n \text{ parcelas}}$$

base expoente

Propriedades:

- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$.
- $(ab)^m = \underbrace{a \cdot b \cdots a \cdot b}_{m \text{ parcelas}} = \underbrace{a \cdots a}_{m \text{ parcelas}} \cdot \underbrace{b \cdots b}_{m \text{ parcelas}} = a^m b^m$.

Potenciação

base $\qquad a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ parcelas}}$ $\qquad$ expoente

Propriedades:

- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$.
- $(ab)^m = \quad = a^m b^m$.
- $(a^n)^m = \underbrace{a^n \cdots a^n}_{m \text{ parcelas}} = a^{\overbrace{n + n + \cdots + n}^{m \text{ parcelas}}} = a^{nm}$.

Potenciação

base

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ parcelas}}$$

expoente

Propriedades:

- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$.
- $(ab)^m = \quad = a^m b^m$.
- $(a^n)^m = \quad = a^{nm}$.
- a^{-n}: Seja m, n, $k > 0$ com $m + n = k$ (e $m = k - n$). $a^k = a^{m+n} = a^m \cdot a^n$.

Para "isolar" a^m e "subtrair" n do expoente, é preciso dividir tudo por a^n, e necessário $a \neq 0$.

$\implies \dfrac{a^k}{a^n} = a^m$. Embora isso não seja uma demonstração formal, ilustra que

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$.

Potenciação

base $\qquad a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n \text{ parcelas}} \qquad$ expoente

Propriedades:

- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$.
- $(ab)^m = \; = a^m b^m$.
- $(a^n)^m = \; = a^{nm}$.
- $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$, para $a \neq 0$.
- $a^0 = a^{n-n} = \dfrac{\cancel{a^n}}{\cancel{a^n}} = 1$ para $a \neq 0$. 0^0 é uma *indeterminação matemática!*

Potenciação

base

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots \cdot a}_{n \text{ parcelas}}$$

expoente

Propriedades:

- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$.
- $(ab)^m = \; = a^m b^m$.
- $(a^n)^m = \; = a^{nm}$.
- $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$, para $a \neq 0$.
- $a^0 = 1$ para $a \neq 0$. 0^0 é uma *indeterminação matemática!*
- $a^{1/n}$: Sendo $x = a^{1/n}$, elevando ambos os lados a n fica $x^n = \left(a^{1/n}\right)^n = a^{n/n} = a$.

Assim $a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$ para os valores de a e n em que essa expressão exista em números reais.

Potenciação

$$\underbrace{a^n}_{\text{base}} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots \cdot a}_{n \text{ parcelas}}$$

expoente

Propriedades:

- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$.
- $(ab)^m = \quad = a^m b^m$.
- $(a^n)^m = \quad = a^{nm}$.
- $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$, para $a \neq 0$.
- $a^0 = 1$ para $a \neq 0$. 0^0 é uma *indeterminação matemática!*
- $a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$ para os valores de a e n em que essa expressão exista em números reais.
- $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$, nas mesmas condições acima.

Convenções

Ao se tratar de variáveis

A menos que seja especificado ao contrário, consideram-se que as bases são *positivas*.

Com isso $(x^n)^{1/n} = x$.

$$\text{Caso contrário} \begin{cases} (x^n)^{1/n} = x & \text{se } n \text{ é ímpar ou } n \text{ par com } x > 0 \\ (x^n)^{1/n} = |x| & \text{se } n \text{ par com } x < 0 \end{cases}$$

Para números:

- $64^{1/6} = (2^6)^{1/6} = 2^{6/6} = 2^1 = 2.$
- $(-1296)^{1/4} \quad \nexists$ em $\mathbb{R}$.

Até a próxima!!!