Função Modular

JLC048 \ JCE023

Prof.º Carlos Galvão

Campus Avançado em Jandaia do Sul
Universidade Federal do Paraná

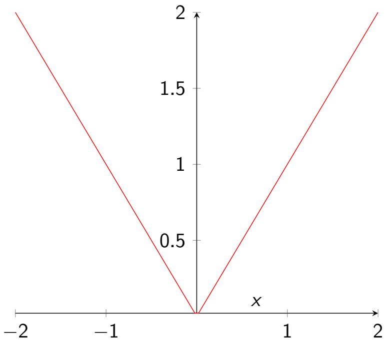
Definição

Definição

Uma **função modular** será uma função que contenha, em sua regra, uma expressão modular.

Ex.:

$$\begin{aligned} f:\ \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\rightarrow |x| \end{aligned}$$



Características

O **valor** da expressão modular é sempre positivo, mas uma **função modular** pode não ser sempre positiva, em especial quando envolvem outros termos

O **comportamento** da função dependerá da expressão na qual se calcula o módulo.

Ex.: $f(x) = \left|x^2 - x - 6\right|$. Note-se que para valores onde a expressão original $(x^2 - x - 6)$ era negativa, sua imagem fica substituída pela expressão oposta $-x^2 + x + 6$.

Características

O **valor** da expressão modular é sempre positivo, mas uma **função modular** pode não ser sempre positiva, em especial quando envolvem outros termos

O **comportamento** da função dependerá da expressão na qual se calcula o módulo.

Ex.: $f(x) = |x^2 - x - 6|$. Note-se que para valores onde a expressão original $(x^2 - x - 6)$ era negativa, sua imagem fica substituída pela expressão oposta $-x^2 + x + 6$. Temos que

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 6, & \text{se } x < -2 \text{ ou } x > 3 \\ -x^2 + x + 6, & \text{se } -2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

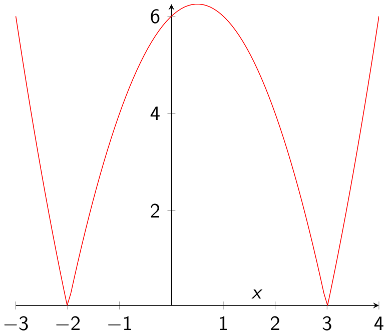
Características

O **valor** da expressão modular é sempre positivo, mas uma **função modular** pode não ser sempre positiva, em especial quando envolvem outros termos

O **comportamento** da função dependerá da expressão na qual se calcula o módulo.

Ex.: $f(x) = \left|x^2 - x - 6\right|$. Note-se que para valores onde a expressão original $(x^2 - x - 6)$ era negativa, sua imagem fica substituída pela expressão oposta $-x^2 + x + 6$. Temos que

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 6, & \text{se } x < -2 \text{ ou } x > 3 \\ -x^2 + x + 6, & \text{se } -2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$



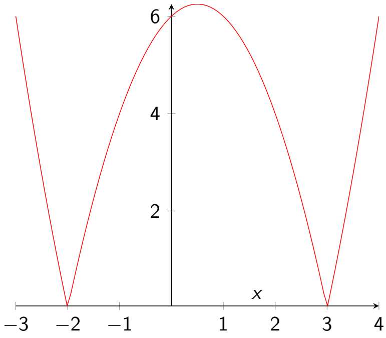
Características

O **valor** da expressão modular é sempre positivo, mas uma **função modular** pode não ser sempre positiva, em especial quando envolvem outros termos

O **comportamento** da função dependerá da expressão na qual se calcula o módulo.

Ex.: $f(x) = \left|x^2 - x - 6\right|$. Note-se que para valores onde a expressão original $(x^2 - x - 6)$ era negativa, sua imagem fica substituída pela expressão oposta $-x^2 + x + 6$. Temos que

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 6, & \text{se } x < -2 \text{ ou } x > 3 \\ -x^2 + x + 6, & \text{se } -2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$



Calculando $x_v = \dfrac{-(-1)}{2 \cdot 1} = \dfrac{1}{2}$. Assim

$$f(x) = \begin{cases} \text{crescente}, & \text{para } x \in \left(-2, \frac{1}{2}\right) \cup (3, \infty) \\ \text{decrescente}, & \text{para } x \in (-\infty, -2) \cup \left(\frac{1}{2}, 3\right) \end{cases}$$

Separar Casos

Ex: Avaliar o comportamento de $f(x) = \Big| x^2 - |x^2 - x - 2| + x \Big|$.

R.: Começamos pela expressão "mais interna" $\left|x^2 - x - 2\right|$. Temos

$$|x^2 - x - 2| = \begin{cases} x^2 - x - 2, & \text{para } x \in (-\infty, -1) \cup (2, \infty) \\ -x^2 + x + 2, & \text{para } x \in (-1, 2) \end{cases}$$

Aplicando em $f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} \left|x^2 - (x^2 - x - 2) + x\right|, & \text{para } x \in (-\infty, -1) \cup (2, \infty) \\ \left|x^2 - (-x^2 + x + 2) + x\right|, & \text{para } x \in (-1, 2) \end{cases}$$

Separar Casos

Ex: Avaliar o comportamento de $f(x) = \left| x^2 - |x^2 - x - 2| + x \right|$.

R.: Começamos pela expressão "mais interna" $\left|x^2 - x - 2\right|$. Temos

$$\left|x^2 - x - 2\right| = \begin{cases} x^2 - x - 2, & \text{para } x \in (-\infty, -1) \cup (2, \infty) \\ -x^2 + x + 2, & \text{para } x \in (-1, 2) \end{cases}$$

Aplicando em $f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} |2x + 2|, & \text{para } x \in (-\infty, -1) \cup (2, \infty) \\ \left|2x^2 - 2\right|, & \text{para } x \in (-1, 2) \end{cases}$$

Separar Casos

Ex: Avaliar o comportamento de $f(x) = \left| x^2 - |x^2 - x - 2| + x \right|$.

R.: Analisando $|2x+2|$, temos

$$|2x+2| = \begin{cases} -2x-2, & \text{para } x \in (-\infty, -1) \\ 2x+2, & \text{para } x \in (-1, \infty) \end{cases}$$

Considerando o intervalo $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$ em $f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} -2x-2, & \text{para } x \in (-\infty, -1) \\ \left|2x^2 - 2\right|, & \text{para } x \in (-1, 2) \\ 2x+2, & \text{para } x \in (2, \infty) \end{cases}$$

Note que, apesar de $|2x+2| = 2x+2$, para $x \in (-1, \infty)$, a aplicação em $f(x)$ se restringe à interseção entre $(-1, \infty)$ e $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$

Separar Casos

Ex: Avaliar o comportamento de $f(x) = \left| x^2 - |x^2 - x - 2| + x \right|$.

R.: Analisando $|2x^2 - 2|$, temos

$$|2x^2 - 2| = \begin{cases} 2x^2 - 2, & \text{para } x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty) \\ -2x^2 + 2, & \text{para } x \in (-1, 1) \end{cases}$$

Considerando o intervalo $(-1, 2)$ em $f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 2, & \text{para } x \in (-\infty, -1) \\ -2x^2 + 2, & \text{para } x \in (-1, 1) \\ 2x^2 - 2, & \text{para } x \in (1, 2) \\ 2x + 2, & \text{para } x \in (2, \infty) \end{cases}$$

Da mesma forma que o anterior, é preciso fazer interseção dos intervalos de aplicação

Separar Casos

Ex: Avaliar o comportamento de $f(x) = \left|x^2 - |x^2 - x - 2| + x\right|$.

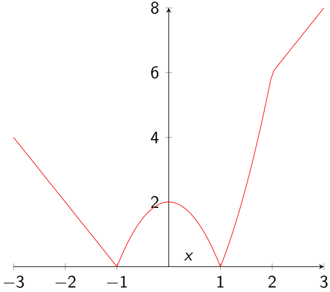
R.: Analisando $|2x^2 - 2|$, temos

$$|2x^2 - 2| = \begin{cases} 2x^2 - 2, & \text{para } x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty) \\ -2x^2 + 2, & \text{para } x \in (-1, 1) \end{cases}$$

Considerando o intervalo $(-1, 2)$ em $f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 2, & \text{para } x \in (-\infty, -1) \\ -2x^2 + 2, & \text{para } x \in (-1, 1) \\ 2x^2 - 2, & \text{para } x \in (1, 2) \\ 2x + 2, & \text{para } x \in (2, \infty) \end{cases}$$

Da mesma forma que o anterior, é preciso fazer interseção dos intervalos de aplicação



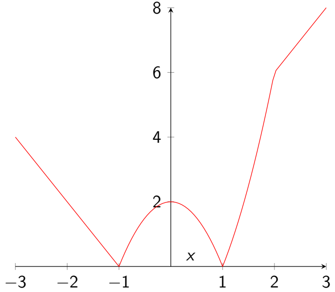
$f(x) = \left|x^2 - |x^2 - x - 2| + x\right|$

Separar Casos

Ex: Avaliar o comportamento de $f(x) = \left| x^2 - |x^2 - x - 2| + x \right|$.

Analisando o comportamento, teremos

- Decrescente para $x \in (-\infty, -1)$, pois $-2x - 2$ é decrescente;
- Crescente para $x \in (-1, 0)$, pois $-2x^2 + 2$ é crescente para $x < 0$;
- Decrescente para $x \in (0, 1)$, pois $-2x^2 + 2$ é decrescente para $x > 0$;
- Crescente para $x \in (1, 2)$, pois $2x^2 - 2$ é crescente para $x > 0$;
- Crescente para $x \in (2, \infty)$, pois $2x + 2$ é crescente.



$f(x) = \left| x^2 - |x^2 - x - 2| + x \right|$

Até a próxima!!!