Função Logarítmica

JLC048 \ JCE023

Prof.º Carlos Galvão

Campus Avançado em Jandaia do Sul
Universidade Federal do Paraná

Logaritmos

Definição e Propriedades

Definição

O **logaritmo** é o EXPOENTE que se eleva a base *a* para obter *b*.

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$$

Definição e Propriedades

Definição

O **logaritmo** é o EXPOENTE que se eleva a base a para obter b.

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$$

Propriedades:

- $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ pois, sendo $x = \log_a b$ e $y = \log_a c$, pela definição, $a^x = b$ e $a^y = c$. $bc = (a^x)(a^y) = a^{x+y}$ e, voltando à definição, $x + y = \log_a(bc)$.

Definição e Propriedades

Definição

O **logaritmo** é o EXPOENTE que se eleva a base a para obter b.

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$$

Propriedades:

- $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$
- $\log_a b^c = c \log_a b$

$$\log_a b^c = \log_a \underbrace{b \cdot b \cdot \ldots \cdot b}_{c \text{ fatores}} = \underbrace{(\log_a b + \log_a b + \cdots + \log_a b)}_{c \text{ parcelas}} = c \log_a b$$

Definição e Propriedades

Definição

O **logaritmo** é o EXPOENTE que se eleva a base a para obter b.

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$$

Propriedades:

- $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$
- $\log_a b^c = c \log_a b$
- $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b \cdot c^{-1} = \log_a b + \log_a c^{-1} = \log_a b - \log_a c$$

Definição e Propriedades

Definição

O **logaritmo** é o EXPOENTE que se eleva a base a para obter b.

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$$

Propriedades:

- $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$
- $\log_a b^c = c \log_a b$
- $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$
- $\log_a 1 = 0, \quad \forall a$

$$\log_a 1 = \log_a \frac{b}{b} = \log_a b - \log_a b = 0$$

Definição e Propriedades

Definição

O **logaritmo** é o EXPOENTE que se eleva a base a para obter b.

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$$

Propriedades:

- $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$
- $\log_a b^c = c \log_a b$
- $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$
- $\log_a 1 = 0, \quad \forall a$
- $\log_a a = 1, \quad \forall a$

$$x = \log_a a \implies a^x = a \implies x = 1$$

Definição e Propriedades

Definição

O **logaritmo** é o EXPOENTE que se eleva a base a para obter b.

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$$

Propriedades:

- $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$
- $\log_a b^c = c \log_a b$
- $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$
- $\log_a 1 = 0, \quad \forall a$
- $\log_a a = 1, \quad \forall a$
- $a^{\log_a b} = b$

$x = \log_a b \implies a^x = b$. Substituindo o valor de x nesta última, obtemos $a^{\log_a b} = b$.

Exemplos

- $\log_3 729$

$$\log_3 729 = \log_3 3^6 = 6 \underbrace{\log_3 3}_{=1} = 6$$

Exemplos

- $\log_3 729 = 6$
- $\log_5 3125$

$$\log_5 3125 = \log_5 5^5 = 5\underbrace{\log_5 5}_{=1} = 5$$

Exemplos

- $\log_3 729 = 6$
- $\log_5 3125 = 5$
- $\log_2 0{,}125$

$$\log_2 0{,}125 = \log_2 \frac{125}{1000} = \log_2 \frac{5^3}{10^3} = \log_2 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \log_2 2^{-3} = -3$$

Exemplos

- $\log_3 729 = 6$
- $\log_5 3125 = 5$
- $\log_2 0{,}125 = 5$
- $3^{\log_9 81}$

$$3^{\log_9 81} = 3^2 = 9$$

Exemplos

- $\log_3 729 = 6$
- $\log_5 3125 = 5$
- $\log_2 0{,}125 = 5$
- $3^{\log_9 81} = 9$
- $2^{\log_{25} 5}$

$$2^{\log_{25} 5} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

Condições de Existência

Só existe $x = \log_a b$ se forem satisfeitas as seguintes condições:

Condições de Existência

Só existe $x = \log_a b$ se forem satisfeitas as seguintes condições:

- $a > 0$;

Condições de Existência

Só existe $x = \log_a b$ se forem satisfeitas as seguintes condições:

- $a > 0$;
- $a \neq 1$;

Condições de Existência

Só existe $x = \log_a b$ se forem satisfeitas as seguintes condições:

- $a > 0$;
- $a \neq 1$;
- $b > 0$.

Condições de Existência

Só existe $x = \log_a b$ se forem satisfeitas as seguintes condições:

- $a > 0$;
- $a \neq 1$;
- $b > 0$.

Ex.: Calcular os valores de x para $\log_a(1-x) + \log_a(x-3)$.
R. : $\log_a(1-x) + \log_a(x-3)$. É preciso $(1-x) > 0$ e $(x-3) > 0$.

	$x < 1$	$1 < x < 3$	$x > 3$
$(1-x)$	$+$	$-$	$-$
$(x-3)$	$-$	$-$	$+$

Porém, não há valor de x de modo a ambos os logaritmos existirem simultaneamente.

■

Bases Especiais

- Base 10: $\log_{10} a = \log a$
- Base e: $\log_e a = \ln a$

Bases Especiais

- Base 10: $\log_{10} a = \log a$
- Base e: $\log_e a = \ln a$

Cuidado

Em alguns sites (como Wolframalpha) $\log x = \log_e x$.

Bases Especiais

- Base 10: $\log_{10} a = \log a$
- Base e: $\log_e a = \ln a$

Cuidado

Em alguns sites (como Wolframalpha) $\log x = \log_e x$.

Sugestão: Na dúvida, tente calcular $\log 10$ e compare:

$$\begin{cases} \text{Se } \log 10 = 1, & \text{Então a base é } 10. \\ \text{Se } \log 10 = 2{,}302585092994\ldots, & \text{Então a base é } e. \end{cases}$$

Para qualquer outro caso, a base usada é o valor de x para $\log x = 1$.

Exemplos Numéricos

Dados $\log 2 = 0{,}3010$, $\log 3 = 0{,}4771$, $\log 7 = 0{,}8451$, Calcular:

- $\log 6$

$$\log 6 = \log 2 \cdot 3 = \log 2 + \log 3 = 0{,}3010 + 0{,}4771 = 0{,}7781$$

Exemplos Numéricos

Dados $\log 2 = 0{,}3010$, $\log 3 = 0{,}4771$, $\log 7 = 0{,}8451$, Calcular:

- $\log 6 = 0{,}7781$
- $\log 4$

$$\log 4 = \log 2^2 = 2 \cdot \log 2 = 2 \cdot 0{,}3010 = 0{,}6020$$

Exemplos Numéricos

Dados $\log 2 = 0{,}3010$, $\log 3 = 0{,}4771$, $\log 7 = 0{,}8451$, Calcular:

- $\log 6 = 0{,}7781$
- $\log 4 = 0{,}6020$
- $\log 5$

$$\log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 = 1 - 0{,}3010 = 0{,}6990$$

Exemplos Numéricos

Dados $\log 2 = 0{,}3010$, $\log 3 = 0{,}4771$, $\log 7 = 0{,}8451$, Calcular:

- $\log 6 = 0{,}7781$
- $\log 4 = 0{,}6020$
- $\log 5 = 0{,}6990$
- $\log 15$

$$\log 15 = \log 3 \cdot 5 = \log 3 + \log 5 = 0{,}4771 + 0{,}6990 = 1{,}1761$$

outra forma

$$\log 15 = \log \frac{30}{2} = \log \frac{3 \cdot 10}{2} = \log 3 + \log 10 - \log 2 = 1{,}4771 - 0{,}3010 = 1{,}1761$$

Exemplos Numéricos

Dados $\log 2 = 0{,}3010$, $\log 3 = 0{,}4771$, $\log 7 = 0{,}8451$, Calcular:

- $\log 6 = 0{,}7781$
- $\log 4 = 0{,}6020$
- $\log 5 = 0{,}6990$
- $\log 15 = 1{,}1761$
- $\log 0{,}25$

$$\log 0{,}25 = \log\left(\frac{1}{4}\right) = \log 4^{-1} = -\log 4 = -0{,}6020$$

Exemplos Numéricos

Dados $\log 2 = 0{,}3010$, $\log 3 = 0{,}4771$, $\log 7 = 0{,}8451$, Calcular:

- $\log 6 = 0{,}7781$
- $\log 4 = 0{,}6020$
- $\log 5 = 0{,}6990$
- $\log 15 = 1{,}1761$
- $\log 0{,}25 = -0{,}6020$
- $\log 420$

$$\log 420 = \log(2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 10) = \log 2 + \log 3 + \log 7 + \log 10 = 0{,}3010 + 0{,}4771 + 0{,}8451 + 1 = 2{,}6232$$

Mudança de Base

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Seja $\log_c a = x$, $\log_c b = y$ e $\log_a b = z$. Temos $c^x = a$ e $c^y = b$ e $a^z = b$. Substituindo os valores de a e b temos $(c^x)^z = c^y \implies c^{xz} = c^y \implies xz = y \implies z = \dfrac{y}{x}$. Com isso,

$$z = \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} = \frac{y}{x}$$

Mudança de Base

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

- $\log_2 9$

$$\log_2 9 = \frac{\log 9}{\log 2} = \frac{2 \log 3}{\log 2} = \frac{2 \cdot 0{,}4771}{0{,}3010} = 3{,}1701$$

Mudança de Base

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

- $\log_2 9 = 3{,}1701$
- $\log_7 42$

$$\log_7 42 = \log_7 7 \cdot 6 = \log_7 7 + \log_7 6 = 1 + \frac{\log 6}{\log 7} = 1 + \frac{0{,}7781}{0{,}8451} = 1{,}9207$$

Mudança de Base

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

- $\log_2 9 = 3{,}1701$
- $\log_7 42 = 1{,}9207$
- $\log_2 10$

$$\log_2 10 = \frac{\log 10}{\log 2} = \frac{1}{0{,}3010} = 3{,}3223$$

Mudança de Base

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

- $\log_2 9 = 3{,}1701$
- $\log_7 42 = 1{,}9207$
- $\log_2 10 = 3{,}3223$

Propriedades

- $\log_b a = \dfrac{1}{\log_a b};$

Mudança de Base

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

- $\log_2 9 = 3{,}1701$
- $\log_7 42 = 1{,}9207$
- $\log_2 10 = 3{,}3223$

Propriedades

- $\log_b a = \dfrac{1}{\log_a b}$;
- $\log_c a \cdot \log_a b = \log_c b$

Mudança de Base

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

- $\log_2 9 = 3{,}1701$
- $\log_7 42 = 1{,}9207$
- $\log_2 10 = 3{,}3223$

Propriedades

- $\log_b a = \dfrac{1}{\log_a b}$;
- $\log_c a \cdot \log_a b = \log_c b$;
- $\log_c a \cdot \log_a c = \log_c a \cdot \dfrac{1}{\log_c a} = 1$;

Mudança de Base

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

- $\log_2 9 = 3{,}1701$
- $\log_7 42 = 1{,}9207$
- $\log_2 10 = 3{,}3223$

Propriedades

- $\log_b a = \dfrac{1}{\log_a b}$;
- $\log_c a \cdot \log_a b = \log_c b$;
- $\log_c a \cdot \log_a c = 1$;
- $\log_c a_1 \cdot \log_{a_1} a_2 \cdots \log_{a_n} b = \log_c b$.

Exemplos Numéricos

Calcular

$$7^{(\log_2 5)\cdot(\log_3 7)\cdot(\log_5 9)\cdot(\log_7 2)}$$

Calculando o expoente separadamente (para facilitar a visualização)

$$\begin{aligned}
\log_2 5 \cdot \log_3 7 \cdot \log_5 9 \cdot \log_7 2 &= \underbrace{\log_2 5 \cdot \log_5 9}_{\log_c a \cdot \log_a b} \cdot \underbrace{\log_3 7 \cdot \log_7 2}_{\log_c a \cdot \log_a b} \\
&= \log_2 9 \cdot \log_3 2 \\
&= \log_2 3^2 \cdot \log_3 2 \\
&= 2 \cdot \underbrace{\log_2 3 \cdot \log_3 2}_{\log_c a \cdot \log_a c = 1} = 2 \\
\therefore 7^{\log_2 5 \cdot \log_3 7 \cdot \log_5 9 \cdot \log_7 16} &= 7^2 = 49
\end{aligned}$$

Exemplos Numéricos

Calcular

$$7^{(\log_3 5)\cdot(\log_7 9)\cdot(\log_5 10)}$$

Calculando o expoente separadamente (para facilitar a visualização)

$$\begin{aligned}
\log_3 5 \cdot \log_7 9 \cdot \log_5 10 &= \underbrace{\log_3 5 \cdot \log_5 10}_{\log_c a \cdot \log_a b} \cdot \log_7 9 \\
&= \log_3 10 \cdot \log_7 9 \\
&= 2 \cdot \underbrace{\log_7 3 \cdot \log_3 10}_{\log_c a \cdot \log_a b} \\
&= 2 \cdot \log_7 10 = \log_7 10^2 = \log_7 100 \\
\therefore\ 7^{\log_3 5 \cdot \log_7 9 \cdot \log_5 10} &= 7^{\log_7 100} = 100
\end{aligned}$$

Aplicações

A população inicial da cidade A é de 50 mil habitantes, com crescimento de 3,5% ao ano. Enquanto isso, a população inicial da cidade B é de 250 mil habitantes e cresce a 1,6% ao ano. Em algum momento A passará B? Quando?

R. : Temos como funções, em mil habitantes, $A(t) = 50(1+0{,}035)^t$ e $B(t) = 250(1+0{,}016)^t$. Fazendo $A(t) = B(t)$, temos

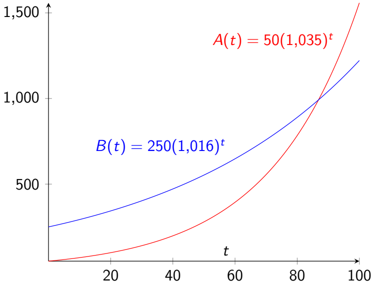
$$
\begin{aligned}
50(1+0{,}035)^t &= 250(1+0{,}016)^t \\
1{,}035^t &= 5 \cdot 1{,}016^t && \text{(simplif.)} \\
\log\left(1{,}035^t\right) &= \log\left(5 \cdot 1{,}016^t\right) && \text{(aplic. log)} \\
t \cdot \log(1{,}035) &= \log 5 + t \cdot \log(1{,}016) \\
t \cdot \Big(\log(1{,}035) - \log(1{,}016)\Big) &= \log 5 \\
t \cdot \left(\log\left(\frac{1{,}035}{1{,}016}\right)\right) &= \log 5 \implies t = \frac{\log 5}{\log\left({}^{1{,}035}/_{1{,}016}\right)} \approx 86{,}865 \text{ anos}
\end{aligned}
$$

■

Aplicações

A população inicial da cidade A é de 50 mil habitantes, com crescimento de 3,5% ao ano. Enquanto isso, a população inicial da cidade B é de 250 mil habitantes e cresce a 1,6% ao ano. Em algum momento A passará B? Quando?

R. :



Aplicações

Resolvendo questões do tema "Exponenciais": $2 = 1{,}005^t$ e $2 = 1{,}01^t$.

Aplicações

Resolvendo questões do tema “Exponenciais”: $2 = 1{,}005^t$ e $2 = 1{,}01^t$.

$$2 = 1{,}005^t \implies \log 2 = \log 1{,}005^t$$

$$\implies \log 2 = t \log 1{,}005 \implies t = \frac{\log 2}{\log 1{,}005} \approx \frac{0{,}301030}{0{,}002166} \approx 138{,}976$$

Aplicações

Resolvendo questões do tema "Exponenciais": $2 = 1{,}005^t$ e $2 = 1{,}01^t$.

$$\begin{aligned} 2 = 1{,}005^t \quad &\implies \quad \log 2 = \log 1{,}005^t \\ \implies \quad \log 2 = t \log 1{,}005 \quad &\implies \quad t = \frac{\log 2}{\log 1{,}005} \approx \frac{0{,}301030}{0{,}002166} \approx 138{,}976 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 = 1{,}01^t \quad &\implies \quad \log 2 = \log 1{,}01^t \\ \implies \quad \log 2 = t \log 1{,}01 \quad &\implies \quad t = \frac{\log 2}{\log 1{,}01} \approx \frac{0{,}301030}{0{,}004321} \approx 69{,}66 \end{aligned}$$

Aplicações

Resolvendo questões do tema "Exponenciais": $2 = 1{,}005^t$ e $2 = 1{,}01^t$.

$$\begin{aligned} 2 = 1{,}005^t \qquad & \implies \log 2 = \log 1{,}005^t \\ \implies \log 2 = t \log 1{,}005 \qquad & \implies t = \frac{\log 2}{\log 1{,}005} \approx \frac{0{,}301030}{0{,}002166} \approx 138{,}976 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 = 1{,}01^t \qquad & \implies \log 2 = \log 1{,}01^t \\ \implies \log 2 = t \log 1{,}01 \qquad & \implies t = \frac{\log 2}{\log 1{,}01} \approx \frac{0{,}301030}{0{,}004321} \approx 69{,}66 \end{aligned}$$

A razão entre as respostas fica

$$\frac{\log 2 / \log 1{,}005}{\log 2 / \log 1{,}01} = \frac{\cancel{\log 2}}{\log 1{,}005} \cdot \frac{\log 1{,}01}{\cancel{\log 2}} = \frac{\log 1{,}01}{\log 1{,}005} \approx \frac{0{,}004321}{0{,}002166} \approx 1{,}99504$$

Aplicações

Em um caso geral, para encontrar a razão entre os tempos de $M = C(1+i)^{t_1}$ e $M = C(1+ai)^{t_2}$ para mesmos M e C, temos:

$$t_1 = \frac{\log\left(\frac{M}{C}\right)}{\log(1+i)} \quad , \quad t_2 = \frac{\log\left(\frac{M}{C}\right)}{\log(1+ai)} \quad \text{e} \quad \frac{t_1}{t_2} = \frac{\log(1+ai)}{\log(1+i)}$$

Para $a = \dfrac{t_1}{t_2}$, teríamos $(1+i)^a = 1 + ai$. Supondo alguns valores vemos

$2 \to (1+i)^2 = 1+2i \implies 1+2i+i^2 = 1+2i \implies i^2 = 0$

$3 \to (1+i)^3 = 1+3i \implies 1+3i+3i^2+i^3 = 1+3i \implies 3i^2+i^3 = 0$

$4 \to (1+i)^4 = 1+4i \implies 1+4i+6i^2+4i^3+i^4 = 1+4i \implies 6i^2+4i^3+i^4 = 0$

Aplicações - Decaimento Radioativo

A quantidade Q de uma substância decai de acordo com a fórmula $Q(t) = Q_0 e^{-kt}$, para t em minutos, sendo 11 minutos o tempo de meia vida da substância (altamente instável). Quanto vale k?

Aplicações - Decaimento Radioativo

A quantidade Q de uma substância decai de acordo com a fórmula $Q(t) = Q_0 e^{-kt}$, para t em minutos, sendo 11 minutos o tempo de meia vida da substância (altamente instável). Quanto vale k?

R. : Para $t = 0 \implies Q(t) = Q_0$. Para $t = 11 \implies Q(t) = Q_0 e^{-k\cdot 11} = {}^{Q_0}/_2$.

$$Q_0 e^{-k\cdot 11} = \frac{Q_0}{2} \implies 2\cancel{Q_0} e^{-k\cdot 11} = \cancel{Q_0}$$
$$\implies 2e^{-k\cdot 11} = 1 \implies e^{-k\cdot 11} = {}^1/_2$$
$$\implies \ln\left(e^{-k\cdot 11}\right) = \ln\left({}^1/_2\right) \implies -11k = -\ln 2$$
$$\implies k = \frac{\ln 2}{11} \approx \frac{0{,}693147}{11} \approx 0{,}063013$$

■

$k = 0{,}063013$ significa que a substância decai 6,3013% por minuto.

Aplicações - Resfriamento

Em uma sala com temperatura ambiente de 30 °C, é servida uma xícara de café à 80 °C, que após 3 minutos está a 75 °C. Qual será a temperatura desse café 15 minutos após servido?

Aplicações - Resfriamento

Em uma sala com temperatura ambiente de 30 °C, é servida uma xícara de café à 80 °C, que após 3 minutos está a 75 °C. Qual será a temperatura desse café 15 minutos após servido?

R. : A Lei de resfriamento é dada por $T(t) = T_m + (T_0 - T_m)e^{-kt}$.

Precisamos definir o valor de k para encontrarmos a temperatura em $t = 15$.

Achando k para $t = 3$, $T(3) = 75$, $T_0 = 80$ e $T_m = 30$.

$$75 = 30 + (80 - 30)\, e^{-3k} \implies 45 = 50e^{-3k}$$

$$\implies \frac{45}{50} = e^{-3k} \implies \ln(0{,}9) = \ln e^{-3k} = -3k$$

$$\implies k = \frac{-\ln(0{,}9)}{3} \approx 0{,}0351202\ldots$$

Aplicações - Resfriamento

Em uma sala com temperatura ambiente de 30 °C, é servida uma xícara de café à 80 °C, que após 3 minutos está a 75 °C. Qual será a temperatura desse café 15 minutos após servido?

R. : A Lei de resfriamento é dada por $T(t) = T_m + (T_0 - T_m)e^{-kt}$.

Com $k = k = {}^{-\ln(0{,}9)}/_{3}$, $T_0 = 80$ e $T_m = 30$ queremos calcular $T(15)$.

$$T(15) = 30 + (80 - 30)\, e^{-15\left(\frac{-\ln(0{,}9)}{3}\right)} = 30 + 50e^{5\ln(0{,}9)}$$
$$= 30 + 50 \cdot e^{\ln(0{,}9)^5} = 30 + 50(0{,}9)^5 = 59{,}5245^\circ C$$

■

Aplicações - Resfriamento

Em uma sala com temperatura ambiente de 30 °C, é servida uma xícara de café à 80 °C, que após 3 minutos está a 75 °C. Qual será a temperatura desse café 15 minutos após servido?

R. : A Lei de resfriamento é dada por $T(t) = T_m + (T_0 - T_m)e^{-kt}$.

Com $k = k = {}^{-\ln(0,9)}/_{3}$, $T_0 = 80$ e $T_m = 30$ queremos calcular $T(15)$.

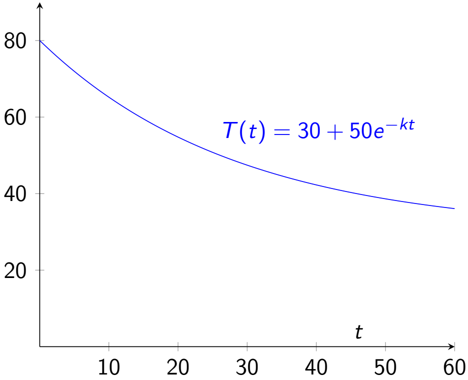
$$
\begin{aligned}
T(15) = 30 + (80 - 30)\, e^{-15\left(\frac{-\ln(0,9)}{3}\right)} &= 30 + 50e^{5\ln(0,9)} \\
= 30 + 50 \cdot e^{\ln(0,9)^5} &= 30 + 50(0,9)^5 = 59{,}5245^\circ C
\end{aligned}
$$

■

Neste contexto, a constante k é a taxa de variação da temperatura por minuto, sendo essa variação relativa à diferença entre a temperatura inicial e o meio $(T_0 - T_m)$. O mesmo pode ocorrer quando o objeto inicial está "mais frio" que o ambiente, como quando é tirada uma bebida do refrigerador.

Aplicações - Resfriamento

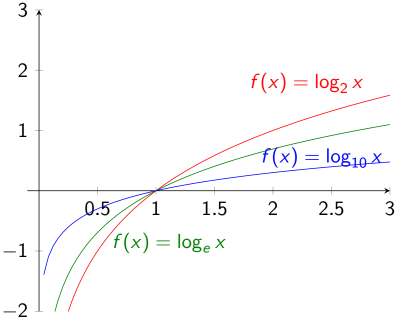
Em uma sala com temperatura ambiente de 30 °C, é servida uma xícara de café à 80 °C, que após 3 minutos está a 75 °C. Qual será a temperatura desse café 15 minutos após servido?

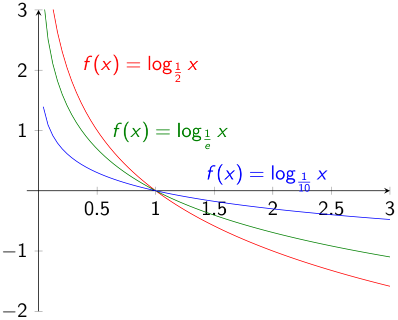


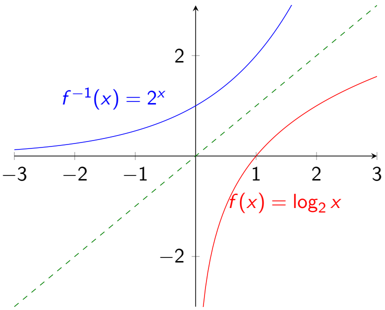
Função Logarítmica

Função Logarítmica

A função $\begin{array}{rcl} f: \mathbb{R}_+^* & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & \log_a x \end{array}$ com $a > 0$ e $a \neq 1$ é a **função inversa** de $\begin{array}{rcl} g: \mathbb{R} & \to & \mathbb{R}_+^* \\ x & \to & a^x \end{array}$, respeitadas as condições necessárias de existência do $\log_a x$.







Comportamento e Sinais

O comportamento da função logarítmica e seus sinais dependem da base a.

Valor de a	**Comportamento**	**Sinal Negativo**	**Sinal Positivo**
$0 < a < 1$	Decrescente	$(1, \infty)$	$(0, 1)$
$a > 1$	Crescente	$(0, 1)$	$(1, \infty)$

Até a próxima!!!