Derivadas: Derivada do Quociente

JLC062 \ JCE025

Prof.º Carlos Galvão

Campus Avançado em Jandaia do Sul
Universidade Federal do Paraná

Retomando

Retomando

Derivar $f(x) = \dfrac{3x^2-1}{x^3} = (3x^2-1)\,x^{-3}$.

Distributiva:

$$f(x) = \frac{3x^2}{x^3} - \frac{1}{x^3} = \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3} = 3x^{-1} - x^{-3}$$

$$\implies \frac{df}{dx} = -3x^{-2} - \left(-3x^{-4}\right) = \frac{-3}{x^2} + \frac{3}{x^4} = \frac{-3x^2+3}{x^4}$$

Retomando

Derivar $f(x) = \dfrac{3x^2 - 1}{x^3} = \left(3x^2 - 1\right) x^{-3}$.

Regra do Produto

$$\begin{aligned}\frac{df}{dx} &= \frac{d\left(3x^2 - 1\right)}{dx} x^{-3} + \left(3x^2 - 1\right) \frac{d\left(x^{-3}\right)}{dx} \\ &= 6x \cdot x^{-3} + \left(3x^2 - 1\right) \cdot \left(-3x^{-4}\right) = 6x^{-2} - 9x^{-2} + 3x^{-4} \\ &= -3x^{-2} + 3x^{-4} = \frac{-3}{x^2} + \frac{3}{x^4} = \frac{-3x^2 + 3}{x^4}\end{aligned}$$

Deduzindo

Deduzindo

Primeira parte

Queremos derivar $Q(x) = \dfrac{1}{g(x)}$, considerando que a derivada existe, obtendo uma expressão $Q'(x)$ em termos de $g'(x)$.

Note que $Q(x) \cdot g(x) = 1$ e partimos dessa equação.

Deduzindo

Primeira parte

Queremos derivar $Q(x) = \dfrac{1}{g(x)}$, considerando que a derivada existe, obtendo uma expressão $Q'(x)$ em termos de $g'(x)$.
Note que $Q(x) \cdot g(x) = 1$ e partimos dessa equação.

$$\frac{dQ(x)g(x)}{dx} = \frac{d1}{dx}$$
$$\implies 0 = Q'(x)g(x) + Q(x)g'(x)$$

Deduzindo

Primeira parte

Queremos derivar $Q(x) = \dfrac{1}{g(x)}$, considerando que a derivada existe, obtendo uma expressão $Q'(x)$ em termos de $g'(x)$.

Note que $Q(x) \cdot g(x) = 1$ e partimos dessa equação.

$$\frac{dQ(x)g(x)}{dx} = \frac{d1}{dx}$$
$$\implies 0 = Q'(x)g(x) + Q(x)g'(x)$$

$$\implies Q'(x)g(x) = -\frac{1}{g(x)} \cdot g'(x)$$
$$\implies Q'(x) = -\frac{g'(x)}{g^2(x)}.$$

Deduzindo

Fórmula Geral Derivada de Quocientes

Assim, derivar $\dfrac{f(x)}{g(x)} = f(x) \cdot \dfrac{1}{g(x)}$ fica

Deduzindo

Fórmula Geral Derivada de Quocientes

Assim, derivar $\dfrac{f(x)}{g(x)} = f(x) \cdot \dfrac{1}{g(x)}$ fica

$$\begin{aligned}\frac{d\left({}^{f(x)}/_{g(x)}\right)}{dx} &= \frac{df(x)}{dx} \cdot \frac{1}{g(x)} + f(x) \cdot \frac{d\left({}^{1}/_{g(x)}\right)}{dx} \\ &= \frac{f'(x)}{g(x)} + f(x)\left(-\frac{g'(x)}{g^2(x)}\right)\end{aligned}$$

Derivada do Quociente

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

Exemplos

Exemplos

Ex. 1

Derivar $f(x) = \dfrac{3x^2 - 1}{x^3}$.

Exemplos

Ex. 2

Encontre y' para $y = \dfrac{x^2 + x - 2}{x^3 + 6}$.

Exemplos

Ex. 3

Encontre $\dfrac{dy}{dt}$ para $y = \dfrac{3t^2 - 2\sqrt{t}}{t}$.

RESUMO DE REGRAS DE DERIVAÇÃO

RESUMO DE REGRAS DE DERIVAÇÃO

$$\frac{d\,(c)}{dx} = 0 \qquad \frac{d\,(x^n)}{dx} = nx^{n-1} \qquad (cf)' = cf'$$

$$(f+g)' = f' + g' \qquad (f-g)' = f' - g' \qquad (fg)' = f'g + fg'$$

$$\left(\frac{1}{g}\right)' = \frac{-g'}{g^2} \qquad \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

Bons Estudos!!!