

Derivadas: Derivada da Exponencial

JLC062 \ JCE025

Prof.^o Carlos Galvão

Campus Avançado em Jandaia do Sul
Universidade Federal do Paraná

Esta obra tem a licença Creative Commons “Atribuição-Compartilhual 4.0 Internacional”.



Derivar $f(x) = b^x$

Derivar $f(x) = b^x$

Pela definição $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ temos

Derivar $f(x) = b^x$

Pela definição $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ temos

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{b^{x+h} - b^x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{b^x (b^h - 1)}{h} = b^x \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(b^h - 1)}{h}$$

Observe este último limite:

Derivar $f(x) = b^x$

Pela definição $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ temos

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{b^{x+h} - b^x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{b^x (b^h - 1)}{h} = b^x \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(b^h - 1)}{h}$$

Observe este último limite:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(b^h - 1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(b^h - b^0)}{h - 0} = f'(0)$$

Ou seja, se existe derivada para $f(x) = b^x$ em 0, então $f'(x) = f'(0)b^x$

Derivar $f(x) = b^x$

Aproximações para $f'(0)$

$b = 2$

←		→	
h	$\frac{2^h - 1}{h}$	h	$\frac{2^h - 1}{h}$
0,1	0,71773	-0,1	0,66967
0,01	0,69556	-0,01	0,69075
0,001	0,69339	-0,001	0,69291
0,0001	0,69317	-0,0001	0,69312
0,00001	0,69315	-0,00001	0,69314

\therefore para $f(x) = 2^x$ tem-se $f'(0) \approx 0,69314$

$b = 3$

←		→	
h	$\frac{3^h - 1}{h}$	h	$\frac{3^h - 1}{h}$
0,1	1,16123	-0,1	1,04042
0,01	1,10467	-0,01	1,0926
0,001	1,09922	-0,001	1,09801
0,0001	1,09867	-0,0001	1,09855
0,00001	1,09862	-0,00001	1,09861

\therefore para $f(x) = 3^x$ tem-se $f'(0) \approx 1,09861$

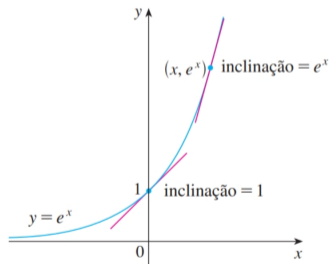
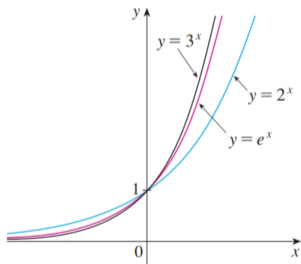
Definição da constante e

Definição da constante e

Definição

e é um valor numérico tal que $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$

Com isso, para $f(x) = e^x$ temos $f'(x) = f'(0)f(x) = 1e^x = e^x$



Exemplos

Exemplos

Ex. 1

Derivar $f(x) = 2^{x-1} + 1$.

Exemplos

Ex. 2

Derivar $f(x) = xe^x$ e encontrar derivadas superiores de $f(x)$.

Exemplos

Ex. 3

Derivar $f(z) = \frac{z^2 - e^z}{z + e^z}$.

Bons Estudos!!!