Derivadas: Derivada de Trigonométricas

JLC062 \ JCE025

Prof.º Carlos Galvão

Campus Avançado em Jandaia do Sul
Universidade Federal do Paraná

Derivar $f(x) = \textbf{sen}\, x$

Derivar $f(x) = \operatorname{sen} x$

Pela definição $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ temos

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x+h) - \operatorname{sen}^{x}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\operatorname{sen} x \cos h + \cos x \operatorname{sen} h - \operatorname{sen} x}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \left[\frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1)}{h} + \frac{\cos x \operatorname{sen} h}{h} \right] = \operatorname{sen} x \lim_{h\to 0} \left(\frac{\cos h - 1}{h} \right) + \cos x \lim_{h\to 0} \left(\frac{\operatorname{sen} h}{h} \right)$$

Derivar $f(x) = \operatorname{sen} x$

Já vimos que $\lim_{h\to 0} \dfrac{\operatorname{sen} h}{h} = 1$ (Limite Fundamental).

Calculando $\lim_{h\to 0} \dfrac{\cos h - 1}{h} =$

Derivar $f(x) = \operatorname{sen} x$

Pela definição $f'(x) = \lim_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$ temos

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{\operatorname{sen}(x+h) - \operatorname{sen}^{x}}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\operatorname{sen} x \cos h + \cos x \operatorname{sen} h - \operatorname{sen} x}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \left[\frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1)}{h} + \frac{\cos x \operatorname{sen} h}{h} \right] = \operatorname{sen} x \underbrace{\lim_{h \to 0} \left(\frac{\cos h - 1}{h} \right)}_{\to 0} + \cos x \underbrace{\lim_{h \to 0} \left(\frac{\operatorname{sen} h}{h} \right)}_{\to 1}$$

$$= (\operatorname{sen} x) \cdot 0 + (\cos x) \cdot 1 = \cos x$$

Derivar $f(x) = \cos x$

Derivar $f(x) = \cos x$

Derivar $f(x) = \tan x$

Derivar $f(x) = \tan x$

RESUMO - DERIVAÇÃO DE TRIGONOMÉTRICAS

RESUMO - DERIVAÇÃO DE TRIGONOMÉTRICAS

$$\frac{d(\operatorname{sen} x)}{dx} = \cos x \qquad \frac{d(\cos x)}{dx} = -\operatorname{sen} x \qquad \frac{d(\tan x)}{dx} = \sec^2 x$$

$$\frac{d(\sec x)}{dx} = \sec x \tan x \qquad \frac{d(\csc x)}{dx} = -\csc x \cot x \qquad \frac{d(\cot x)}{dx} = -\csc^2 x$$

Ordens Superiores

Para $f(x) = \operatorname{sen} x$, temos

$$f'(x) = \cos x \quad f''(x) = -\operatorname{sen} x \quad f'''(x) = -\cos x \quad f^{(4)}(x) = \operatorname{sen} x \quad \cdots$$

Exemplos

Exemplos

Um objeto preso em uma mola está em movimento de acordo com a equação $s(t) = 4\cos t$. Calcular Velocidade e Aceleração.

Outra Aplicação do Limite Fundamental

Outra Aplicação do Limite Fundamental

Calcular $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{sen} 7x}{4x}$.

Outra Aplicação do Limite Fundamental

Calcular $\lim_{x\to 0} x \cot x$.

Bons Estudos!!!