

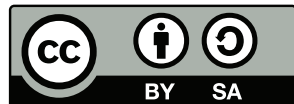
Derivadas: Regra da Cadeia

JLC062 \ JCE025

Prof.^o Carlos Galvão

Campus Avançado em Jandaia do Sul
Universidade Federal do Paraná

Esta obra tem a licença Creative Commons “Atribuição-Compartilhalgual 4.0 Internacional”.



REGRA DA CADEIA

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x)$$



ADMITA, VOCÊ JÁ PENSOU ASSIM





Definição

Regra da Cadeia

Se g for derivável em x e f for derivável em $g(x)$, então, a função composta $F(x) = f \circ g(x) = f(g(x))$ é derivável em x e

$$F'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Na notação de Leibniz, sendo $y = f(u)$ e $u = g(x)$ ambas deriváveis

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

Definição

Memorização

$$\frac{d}{dx} \underbrace{f}_{\text{função de fora}} \underbrace{(g(x))}_{\text{avaliada na função de dentro}} = \underbrace{f'}_{\text{derivada da função de fora}} \underbrace{(g(x))}_{\text{avaliada na função de dentro}} \cdot \underbrace{g'(x)}_{\text{derivada da função de dentro}}.$$

Exemplos

Exemplos

Ex. 1

Derivar $F'(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

Exemplos

Ex. 2

Derivar (a) $y = \sin(x^2)$ e (b) $y = \sin^2 x$

Exemplos

Ex. 3

Derivar $f(\theta) = \cos(2\theta)$ (a) abrindo cosseno da soma e (b) pela Regra da Cadeia

Composta com Potência

Regra da Potência combinada com Regra da Cadeia

Se n é um número real e $u = g(x)$ for derivável então

$$\frac{d(u^n)}{dx} = nu^{n-1} \cdot \frac{du}{dx}$$

Ou ainda

$$\frac{d[g(x)]^n}{dx} = n[g(x)]^{n-1} \cdot g'(x)$$

Exemplos

Exemplos

Ex. 4

Derivar $y = (x^3 - 1)^4$

Exemplos

Ex. 4b)

Derivar $y = (x^3 - 1)^{100}$

Exemplos

Ex. 5

Justificar $\left(\frac{1}{g(x)}\right)'$ com a Regra da Cadeia

Exemplos

Ex. 6

Derivar $f(x) = b^x$ para $b \neq e$

Composta com mais funções

Composta com mais funções

Mais um elo na Cadeia

Se $y = f(u)$, $u = g(t)$ e $t = h(x)$ forem deriváveis então a função composta de y em relação à x é

$$y = f\left(g\left(h(x)\right)\right) \text{ e}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dt} \cdot \frac{dt}{dx}$$

Ou ainda

$$\left[f\left(g\left(h(x)\right)\right) \right]' = f'\left(g\left(h(x)\right)\right) \cdot g'\left(h(x)\right) \cdot h'(x)$$

Exemplos

Exemplos

Ex. 7

Derivar $y = e^{\cos 3\theta}$

Bons Estudos!!!