

# Derivadas: Segunda derivada e Esboço de Gráfico

JLC062 \ JCE025

---

Prof.<sup>o</sup> Carlos Galvão

Campus Avançado em Jandaia do Sul  
Universidade Federal do Paraná

Esta obra tem a licença Creative Commons “Atribuição-Compartilhalgual 4.0 Internacional”.



**Como as derivadas afetam o gráfico?**

## Como as derivadas afetam o gráfico?

---

### Primeira Derivada

- ▶ Se  $f'(x) > 0$  então  $f$  é crescente,
- ▶ Se  $f'(x) < 0$  então  $f$  é decrescente,
- ▶ Se  $f'(x) = 0$  para um valor específico de  $x$  então  $x$  é ponto crítico de  $f$ ,
- ▶ Se  $f'(x) = 0$  para todos os valores de um intervalo, então  $f$  é constante no intervalo.

# Como as derivadas afetam o gráfico?

## Demonstração caso 1

---

Se  $f'(x) > 0$  então  $f$  é crescente

## Exemplos

# Exemplos

Ex. 1

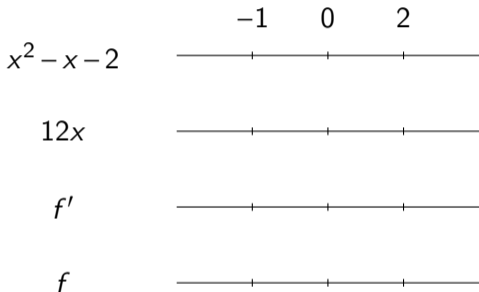
---

Encontre os intervalos de crescimento e decrescimento de  $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 5$

# Exemplos

Ex. 1

Encontre os intervalos de crescimento e decrescimento de  $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 5$



## Teste da Primeira Derivada



### Teste ( $a < x < b$ )

- ▶ Se o sinal de  $f'$  passa de  $\oplus$  para  $\ominus$ , ou seja  $f'(a) > 0$ ,  $f'(x) = 0$ ,  $f'(b) < 0$  então  $x$  é **máximo** local.
- ▶ Se o sinal de  $f'$  passa de  $\ominus$  para  $\oplus$ , ou seja  $f'(a) < 0$ ,  $f'(x) = 0$ ,  $f'(b) > 0$  então  $x$  é **mínimo** local.

# Exemplos

# Exemplos

Ex. 2

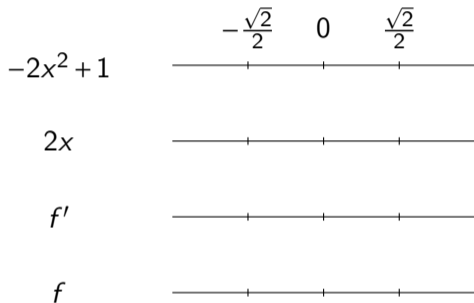
---

Encontre máximos e mínimos de  $f(x) = -x^4 + x^2$

# Exemplos

Ex. 2

Encontre máximos e mínimos de  $f(x) = -x^4 + x^2$



# Exemplos

Ex. 3

---

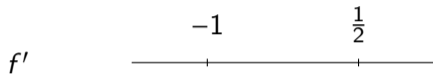
Encontre máximos e mínimos de  $f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 6x + 1$

# Exemplos

Ex. 3

---

Encontre máximos e mínimos de  $f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 6x + 1$



# Exemplos

Ex. 4

---

Encontre máximos e mínimos de  $f(x) = x^3$

0

$f'$  A horizontal line with a tick mark at the center.

$f$  A horizontal line with a tick mark at the center.

# Concavidade e Segunda Derivada



## Concavidade e Segunda Derivada

---

$$f(x) = x^3$$

$$f'(x) = 3x^2$$

$$f''(x) = 6x$$

# Concavidade e Segunda Derivada

## Teste da Segunda Derivada

- ▶  $f''(x) > 0 \implies$  Concavidade de  $f$  para CIMA
- ▶  $f''(x) < 0 \implies$  Concavidade de  $f$  para BAIXO

Se há mudanças de concavidade em  $x$ , então  $x$  é *ponto de inflexão*

## Máximos e Mínimos

- ▶  $f'(x) = 0$   $f''(x) > 0 \implies x$  é **mínimo** local
- ▶  $f'(x) = 0$   $f''(x) < 0 \implies x$  é **máximo** local

# Exemplos

# Exemplos

Ex. 5

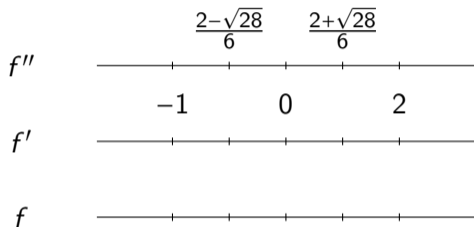
---

Encontre máximos e mínimos de  $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 5$  com segunda derivada

# Exemplos

Ex. 5

Encontre máximos e mínimos de  $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 5$  com segunda derivada



# Exemplos

Ex. 6

---

Por que o sinal de  $a$  determina a concavidade da parábola  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ?

## Roteiro para gráfico

## Roteiro para gráfico

---

- A) Domínio
- B) Interseções com Eixos
- C) Simetria: par, ímpar ou periódica
- D) Assíntotas: Vertical, Horizontal, Oblíqua
- E) Intervalos Crescimento e Decrescimento
- F) Máximos e Mínimos Locais
- G) Concavidade e Inflexões
- H) Desenho do Esboço



## Exemplos

# Exemplos

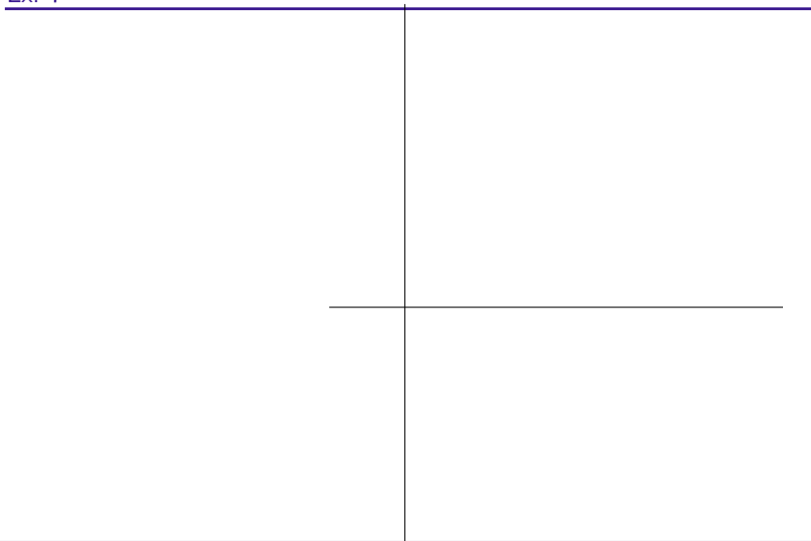
Ex. 7

---

Gráfico de  $x^{2/3}(6-x)^{1/3}$

# Exemplos

Ex. 7



# Exemplos

Ex. 8

---

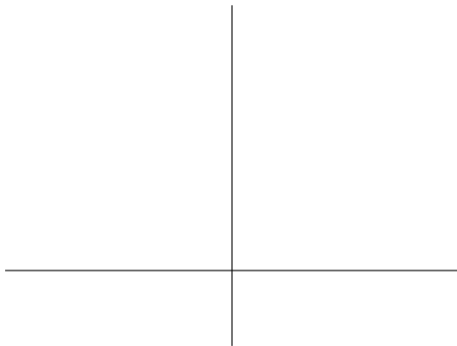
Gráfico de  $\frac{2x^2}{x^2 - 1}$

# Exemplos

Ex. 8

---

Gráfico de  $\frac{2x^2}{x^2 - 1}$



**Bons Estudos!!!**