Integrais: Soma de Riemann e Integral Definida

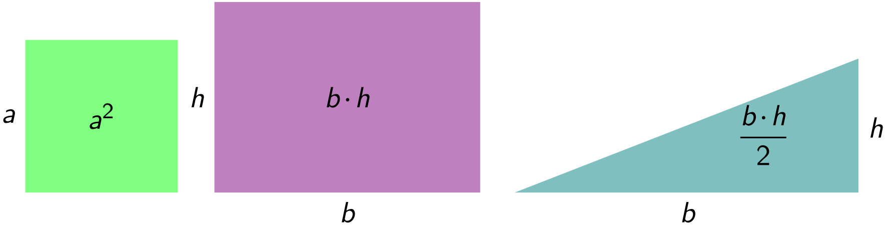
JLC062 \ JCE025

Prof.º Carlos Galvão

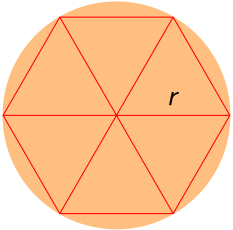
Campus Avançado em Jandaia do Sul
Universidade Federal do Paraná

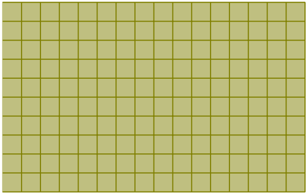
Cálculo de Áreas

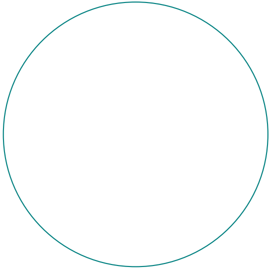
Cálculo de Áreas



Cálculo de Áreas

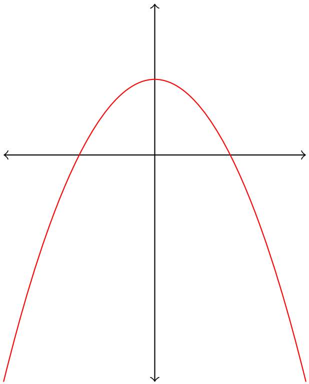






Cálculo de Áreas

Encontrar a área entre o gráfico de $f(x)$ e o eixo, sendo $f(x) = -x^2 + 1$



Soma Superior e Soma Inferior

Sendo a e b as interseções entre a função f e o eixo x, dividimos o intervalo $[a, b]$ em n partes, chamadas $\Delta x = \dfrac{b-a}{n}$ e temos:

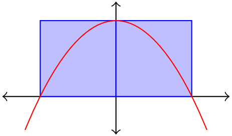
Soma Superior $U = \sum_{i=1}^{n} \Delta x f(\overline{x_i})$

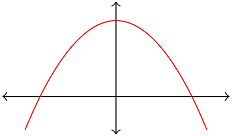
Soma Inferior $L = \sum_{i=1}^{n} \Delta x f(\underline{x_i})$

com $\overline{x_i}$ o valor com $f(\overline{x_i})$ é máximo e $\underline{x_i}$ o valor com $f(\underline{x_i})$ é mínimo no $i-$ésimo intervalo

Cálculo de Áreas

Encontrar a área entre o gráfico de $f(x)$ e o eixo, sendo $f(x) = -x^2 + 1$

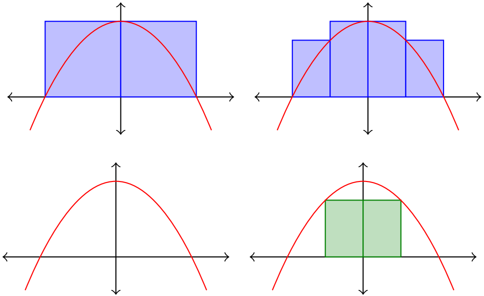




$$U = 1 + 1 = 2$$
$$L = 0$$

Cálculo de Áreas

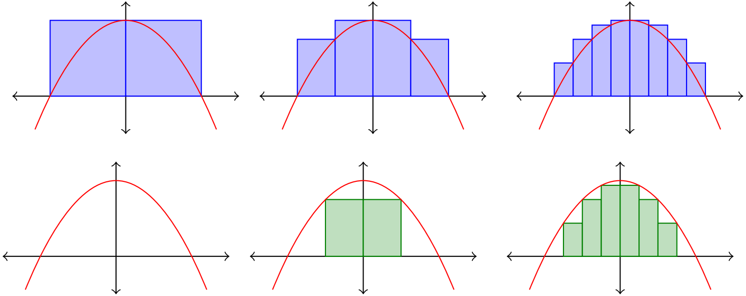
Encontrar a área entre o gráfico de $f(x)$ e o eixo, sendo $f(x) = -x^2 + 1$



$$U = 0{,}375 + 0{,}5 + 0{,}5 + 0{,}375 = 1{,}75$$
$$L = 0{,}375 + 0{,}375 = 0{,}75$$

Cálculo de Áreas

Encontrar a área entre o gráfico de $f(x)$ e o eixo, sendo $f(x) = -x^2 + 1$

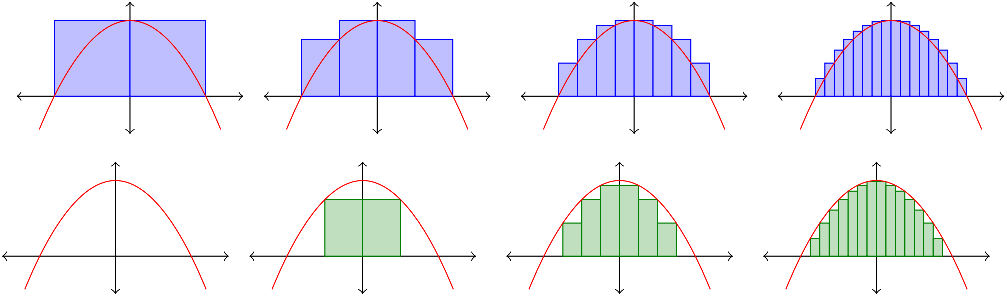


$U = 1{,}5625$

$L = 1{,}0625$

Cálculo de Áreas

Encontrar a área entre o gráfico de $f(x)$ e o eixo, sendo $f(x) = -x^2 + 1$



$U = 1{,}423828125$

$L = 1{,}203125$

Cálculo de Áreas

Temos

$$L \leq \text{ Área Real } \leq U$$

Fazendo $n \to \infty$, temos $\Delta x = \dfrac{b-a}{n} \to 0$, $f(\underline{x_i}) \to f(x) \leftarrow f(\overline{x_i})$ e

$$\lim_{n\to\infty} L = \sum_{i=1}^{n} f(\underline{x_i})\Delta x \text{ e } \lim_{n\to\infty} U = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(\overline{x_i})\Delta x$$

Cálculo de Áreas

Temos

$$L \leq \text{ Área Real } \leq U$$

Fazendo $n \to \infty$, temos $\Delta x = \dfrac{b-a}{n} \to 0$, $f(\underline{x_i}) \to f(x) \leftarrow f(\overline{x_i})$ e

$$\lim_{n\to\infty} L = \sum_{i=1}^{n} f(\underline{x_i})\Delta x \text{ e } \lim_{n\to\infty} U = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(\overline{x_i})\Delta x$$

Definição de Integral Definida

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$$

Cálculo de Áreas

Temos

$$L \leq \text{ Área Real } \leq U$$

Fazendo $n \to \infty$, temos $\Delta x = \dfrac{b-a}{n} \to 0$, $f(\underline{x_i}) \to f(x) \leftarrow f(\overline{x_i})$ e

$$\lim_{n\to\infty} L = \sum_{i=1}^{n} f(\underline{x_i})\Delta x \text{ e } \lim_{n\to\infty} U = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(\overline{x_i})\Delta x$$

Definição de Integral Definida

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$$

Importante!

A Integral Definida é um NÚMERO!

Propriedades da Integral

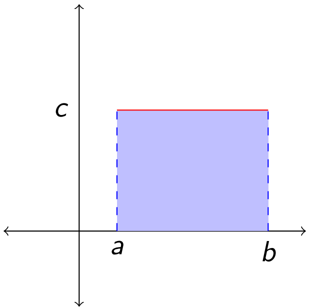
Propriedades da Integral

Soma/diferença $\int_a^b [f(x) \pm g(x)]\, dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$

Propriedades da Integral

Soma/diferença $\int_a^b [f(x) \pm g(x)]\,dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$

Constante $\int_a^b c dx = c(b-a)$



Propriedades da Integral

Soma/diferença $\int_a^b [f(x) \pm g(x)]\, dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$

Constante $\int_a^b c dx = c(b-a)$

Constante por Função $\int_a^b c \cdot f(x)dx = c \cdot \int_a^b f(x)dx$

Propriedades da Integral

Soma/diferença $\int_a^b [f(x) \pm g(x)]\,dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$

Constante $\int_a^b c dx = c(b-a)$

Constante por Função $\int_a^b c \cdot f(x)dx = c \cdot \int_a^b f(x)dx$

Soma de Intervalos $\int_a^d f(x)dx + \int_d^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$

Propriedades da Integral

Soma/diferença $\int_a^b [f(x) \pm g(x)]\, dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$

Constante $\int_a^b c dx = c(b-a)$

Constante por Função $\int_a^b c \cdot f(x)dx = c \cdot \int_a^b f(x)dx$

Soma de Intervalos $\int_a^d f(x)dx + \int_d^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$

Ordem do Intervalo $\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$

Bons Estudos!!!