Integrais: Teorema Fundamental do Cálculo e Integral Indefinida

JLC062 \ JCE025

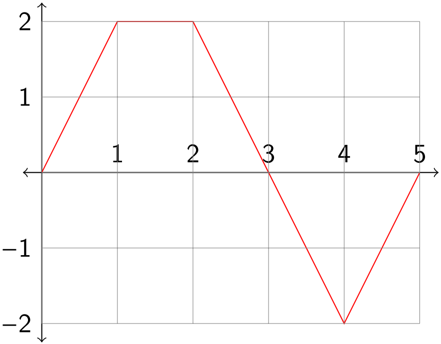
Prof.º Carlos Galvão

Campus Avançado em Jandaia do Sul
Universidade Federal do Paraná

Motivação

Motivação

Seja f conforme a imagem e $g(x) = \int_a^x f(t)dt$. Calcular $g(0), g(1), g(2), g(3), g(4)$ e $g(5)$.



Motivação

Derivando $g(x) = \int_a^x f(t)dt$:

Teorema Fundamental do Cálculo

Teorema Fundamental do Cálculo

Teorema 01

Se f é contínua em $[a, b]$ então g, definida por

$$g(x) = \int_a^x f(t)dt, \quad x \in [a, b]$$

é contínua, derivável e

$$g'(x) = f(x)$$

Nota

Se f é derivada de g, temos que g é **primitiva** de f.

Teorema Fundamental do Cálculo

Teorema 02

Se f for contínua em $[a, b]$ então

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

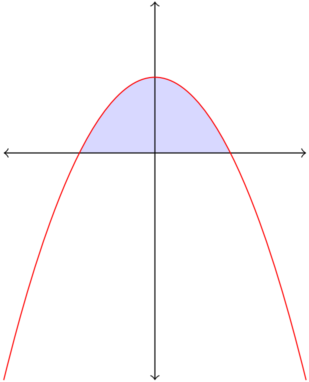
sendo $F(x)$ primitiva de $f(x)$

Exemplos

Exemplos

Ex. 1

Encontrar a área entre o gráfico de $f(x)$ e o eixo, sendo $f(x) = -x^2 + 1$



Exemplos

Ex. 2

Calcular a área de $f(x) = x^2$ no intervalo $[0,1]$

Exemplos

Ex. 3

$$\int_0^{2\pi} \operatorname{sen}\theta\, d\theta$$

Integral Indefinida

Integral Indefinida

Definição

$$\int f(x)dx = F(x) \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$$

Como $F(x)$ representa uma família de primitivas, representamos

$$\int f(x)dx = F(x) + c$$

sendo c chamada de **constante de integração**.

Integral Indefinida

Integrais comuns

- $\int cf(x)dx = c\int f(x)dx$
- $\int (f(x) \pm g(x))\,dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$
- $\int kdx = kx + c$
- $\int x^n dx = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$
- $\int \dfrac{1}{x}dx = \ln|x| + c$
- $\int e^x dx = e^x + c$
- $\int a^x dx = \dfrac{a^x}{\ln a} + c$
- $\int \operatorname{sen} x dx = -\cos x + c$
- $\int \cos x dx = \operatorname{sen} x + c$
- $\int \operatorname{senh} x dx = \cosh x + c$
- $\int \cosh x dx = \operatorname{senh} x + c$
- $\int \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \operatorname{arcsen} x + c$
- $\int \dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \arccos x + c$
- $\int \dfrac{1}{1+x^2}dx = \arctan x + c$

Importante

Integral Definida: Número

Integral Indefinida: Função

Bons Estudos!!!